

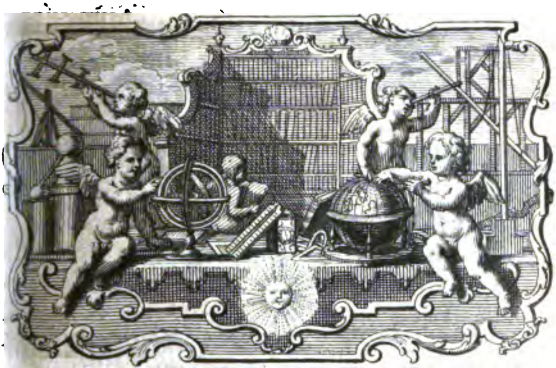
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXIX.

1729

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année

Tirés des Registres de cette Académie.



A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER.

M. DCCXXXIII.

1733

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.

M

TABLE.

TABLE POUR LES MEMOIRES.

Re-

Se-

De

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXIX.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LA LUMIERE SEPTENTRIONALE *

La Lumiere Septentrionale, que l'on croyoit sur sa fin, comme il a été dit dans l'Histoire de 1726 †, non seulement reparut en cette année avec plus déclat & de beauté que jamais, & avec des circonstances toutes nouvelles; mais après avoir encore peu brillé, du moins pour ce païs-ci, pendant les années 1727 & 1728, elle s'est remontrée en 1729 presque aussi belle & aussi surprenante qu'en 1726, & avec une nouvelle circonstance très considerable.

Elle

* V. les M. p. 455. † p. 4. & suiv.

Elle parut le 16 Novembre à 6 heures du soir, & dura jusqu'à 5 heures du matin, dans un assez grand mouvement, dans une grande variation de colomnes ou jets de lumiere, d'ondulations, de cessations & de reprises, le tout assez semblable au phénomene de 1726, à cette espece de Couronne près, que l'on avoit vue autour du Zénit. Nous laissons à M. Cassini tout le détail particulier de l'Observation.

Mais ce qu'il y eut ici de singulier, c'est que la Lumiere, qui en 1726 ne s'étendoit pas dans la partie Méridionale du Ciel à plus de 20 degrés au-delà du Zénit, s'étendit jusqu'à l'Horizon entre le Midi & le Couchant. On vit même un arc lumineux qui du point Nord-Est de l'Horizon se terminoit au point Sud-Ouest en passant par le Zénit : c'étoit donc une moitié parfaite d'un grand Cercle vertical, & jamais on n'avoit rien vu de pareil. La Lumiere Septentrionale deviendroit aussi Méridionale, si ce n'étoit que le Foyer, le Réservoir de tout le Phénomene parut toujours à l'ordinaire être au Septentrion. Cependant on vit aussi des jets de lumiere s'élancer de la partie Méridionale de l'Horizon. Plus ce phénomene continue à se montrer, plus l'explication en devient difficile jusqu'à présent : mais il est pourtant à espérer que quand on l'aura assez vu, on en aura toutes les circonstances nécessaires pour l'explication.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MESSIEURS de l'Académie de Béziers ont écrit à l'Académie en 1729, que le 7 Juin 1728 ils avoient obſervé depuis 10 heures du matin juſqu'à midi un Cercle de lumiere, qui avoit le Soleil pour centre. C'étoit une eſpece d'Arc-en-Ciel, dont les couleurs, à compter de la circonference extérieure du Cercle, étoient ſuivant cet ordre, un rouge très foible, un jaune lavé, un vert terminé par un Cercle blanc. A midi le dedans du Cercle paſſa par le Zénit, & comme le Soleil étoit alors élevé ſur l'Horizon de 69° 29', le rayon du Cercle qui l'environnoit étoit donc de 20° 31'. Le Soleil étoit ce jour-là couvert de vapeurs.

II.

Le 31 Mars vers les 6 heures $\frac{1}{4}$ du ſoir, M. de Mairan étant au pied de la Colline de Montmartre du côté du Roule, vit le Soleil ſi blanc, ſi peu éblouïſſant, & cependant ſi bien terminé, qu'on l'eût pris pour la pleine Lune, quoique la Lune fût alors nouvelle, & bien éloignée de pouvoir paroître ſous

cette forme. C'étoit préciſément la même choſe que ce qui fut vu le 1 Juin 1721 pendant preſque toute la journée *, au-lieu que ce dernier phénomene ne fut que de quelques minutes. Le Soleil avoit été ſouvent caché par des nuages tout le reſte du jour, & plus foible ſeulement qu'à ſon ordinaire, lorſqu'il s'étoit montré.

A meſure que le Soleil approchoit de l'Horizon, ſa blancheur diminuoit, & il reprenoit ſa couleur jaunâtre; mais lorſque ſon bord inférieur commençoit à ſe cacher, ſon diſque devint conſiderablement plus elliptique qu'il n'a coutume de l'être dans cette même poſition: ſeconde circonſtance remarquable du phénomene. Le diametre horizontal, toujours plus grand que le vertical, qui eſt le ſeul que les refractions accourciſſent, étoit d'un quart le plus grand, ou comme 5 à 4, au-lieu que le plus ſouvent cette difference n'eſt qu'à peine ſenſible. Cependant M. de Mairan avertit que le P. Skeiner, le premier qui ait apperçu & démontré cette ellipticité du diſque du Soleil à l'Horizon, a quelquefois obſervé que le diametre horizontal étoit au vertical comme 4 à 3, ce qui eſt encore plus fort.

Il faut que le Soleil, pendant le peu de tems qu'il a paru blanc, ait été dépouillé de ſes rayons par un brouillard tranſparent & peu épais, comme il le fut pendant tout le 1 Juin 1721: mais ce brouillard qui n'eut d'effet qu'à l'Horizon, & un effet ſi court, étoit

* V. l'Hiſt. de 1721. p. 32.

étoit & beaucoup moins élevé que l'autre, & beaucoup moins étendu. Pour la grande ellipticité du disque du Soleil à son coucher, il faut supposer de plus que la matiere, qui fait les refractions dans l'Atmosphere, étoit plus rassemblée & moins élevée qu'elle ne l'est ordinairement, ou formoit une couche moins-épaisse, car M. de Mairan a démontré en 1721 * que les refractions horizontales en sont plus grandes, le reste étant égal.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

† Les Observations Météorologiques de cette année, par M. Maraldi.

* V. les M. p. 20 & suiv.   † V. les M. p. 586.

ANATOMIE.

SUR LES SALAMANDRES.*

LEs Salamandres dépouillées par les observations de M. de Maupertuis en 1727 †, des merveilleuses proprietés qu'elles ne devoient qu'aux anciens Naturalistes, n'en sont pas devenues un objet de curiosité moins intéressant pour les modernes. C'est dans ces for-

* V. les M. p. 187.   † V. les M. de 1727. p. 32.

ſortes d'Animaux que ſe découvre le mieux l'infinie varieté du Méchaniſme de la Nature, quoique toujours fondé à peu près ſur le même plan, du moins pour le Globe que nous habitons. M. de Maupertuis avoit obſervé les Salamandres en Bretagne; M. du Fay a étudié celles des environs de Paris, il en a eu plus de 200, & dans toutes les ſaiſons de l'année.

Les Auteurs, qui en ont traité, les diſtinguent en terreſtres & en aquatiques. M. de Maupertuis n'en a vu que de terreſtres, ou priſes ſur la terre, & il n'a point éprouvé ſi elles pouvoient vivre dans l'eau, il ne ſongeoit preſque qu'à s'aſſurer au contraire ſi elles vivoient dans le feu. M. du Fay a trouvé que les ſiennes, quoique priſes ſur terre, vivoient auſſi bien dans l'eau, ou priſes dans l'eau vivoient auſſi bien ſur terre; ainſi il a jugé qu'elles étoient amphibies, ce qu'il faut reſtraindre à celles qu'il a vues.

Il n'a pas laiſſé d'en reconnoitre trois eſpeces, tant par la difference de grandeur, telle qu'il la faut pour cette détermination, que par des varietés conſtantes de conformation extérieure, de couleur ou d'arrangement des taches de leur peau, &c. Il ne ſe trouve pas d'ailleurs entre les trois eſpeces une grande difference de proprietés plus eſſentielles. Nous allons rapporter les plus ſingulieres des obſervations de M. du Fay, ſans le ſuivre dans tout le détail, même anatomique, où il eſt entré.

Il a vu des Salamandres vivre plus de ſix mois ſans manger. Ce n'eſt pas qu'il eût deſſein

sein de les priver d'alimens pour éprouver leur sobrieté, mais il ne savoit de quoi les nourrir. Tout au plus elles se sont quelquefois accommodées ou de Mouches à demi mortes, ou d'un certain frai de Grenouilles, ou de la Plante nommée *Lenticula aquatica*; mais tout cela elles le prenoient sans avidité, & s'en passoient bien.

Non seulement elles ne vivent pas dans le feu, mais tout au contraire elles vivent ordinairement très bien dans de l'eau qui s'est glacée par le froid, & où elles ont gelé. A mesure que l'eau se dégele, on les voit expirer plus d'air qu'à l'ordinaire, apparemment parce qu'elles en avoient fait une plus grande provision dans leurs Poûmons, tandis que l'eau se geloit. On a dit à M. du Fay qu'on trouvoit quelquefois en Eté, dans des morceaux de Glace tirés des Glacieres, des Grenouilles qui vivoient encore. On a vu dans le tronc bien sain d'un Arbre un Crapaud bien vivant & très agile *. Quand cette proprieté, déja commune à ces differens Animaux, sera encore étendue à d'autres par les observations, comme elle le sera apparemment, on la connoitra mieux, & on jugera mieux à quoi précisément elle tient.

Les Salamandres, qui sont dans l'eau, changent de peau tous les quatre ou cinq jours au Printems & en Eté, en Hyver ce n'est que tous les quinze jours. Elles s'aident de leur gueule & de leurs pattes pour se dépouiller: on voit quelquefois ces peaux, qui sont très

* V. l'Hist. de 1719. p. 49.

très minces, flotter sur l'eau. Il peut arriver aux Salamandres un accident que M. du Fay a observé, il leur reste à l'extrémité d'une patte un bout de l'ancienne peau, dont elles n'ont pu se défaire; ce bout se corrompt, leur pourrit cette patte, qui tombe ensuite, & elles ne s'en portent pas plus mal. Tout conclud qu'elles ont la vie très dure.

M. du Fay en a vu quelques-unes en petit nombre jetter par l'Anus un Corps presque aussi long que la Salamandre, qu'il a soupçonné être quelque membrane intérieure, dont elles se dépouillent aussi, mais rarement. Les Ecrevisses changent d'Estomac *, quoique sans le jetter au dehors.

Dans un certain tems de l'âge d'une Salamandre, on lui voit, lorsqu'elle est dans l'eau, deux petits pennaches, deux petites houpes frangées, qui se tiennent droites, placées des deux côtés de la tête, précisément comme le sont les Ouïes des Poissons; & ce sont en effet des Ouïes, des Organes de la respiration, que M. du Fay ne croit pas qui ayent encore été remarqués. Mais, ce qui est très singulier, au bout de trois semaines ces Organes s'effacent, disparoissent, & n'ont par conséquent plus de fonction. Il semble alors que les Salamandres fassent plus d'effort pour sortir de l'eau, qui ne leur est plus si propre, cependant elles y vivent toujours. M. du Fay en a conservé pendant plusieurs mois après la perte de leurs Ouïes, dans de l'eau où il les avoit mises. Il est

* V. l'Hist. de 1709. p. 29.

eſt vrai qu'elles paroiſſoient aimer mieux la terre; mais peut-être auſſi cette nouvelle eau leur convenoit-elle moins que celle où elles étoient nées. Le Têtard eſt le ſeul Animal, que l'on ſache, qui perde ſes Ouïes de Poiſſon, mais il les perd pour devenir Grenouille, & en ſe dépouillant d'une envelope générale, à laquelle ces Ouïes étoient attachées, ce qui eſt bien different du cas de la Salamandre.

Quoiqu'elles ayent la vie extrêmement dure, M. du Fay a trouvé le poiſon qui leur eſt mortel, c'eſt du Sel en poudre. Il n'y a qu'à leur en jetter ſur le corps, on voit aſſez par les mouvemens qu'elles ſe donnent combien elles en ſont incommodées, il ſort de toute leur peau cette liqueur viſqueuſe, qu'on a cru qui les préſervoit du feu, & elles meurent en trois minutes.

Par la diſſection anatomique, M. du Fay a facilement reconnu les Femelles, & enſuite en obſervant les differences extérieures qui ſont entre elles & les Mâles, il a établi des marques pour reconnoitre les deux Sexes dans ſes trois eſpeces. Malgré la longue ſuite, & l'aſſiduité de ſes obſervations, il n'a jamais vu d'accouplement, & dans toutes ſes trois eſpeces les Salamandres ont jetté des Oeufs, avec cette ſeule difference que dans les deux 1res eſpeces ils étoient ſéparés, & dans la 3me ils formoient comme deux filets de grains de Chapelet unis par une matiere viſqueuſe. Les Poiſſons ne s'accouplent point, & ſont preſque tous ovipares; de-là il s'enſuivroit que la génération des Salaman-

dres feroit femblable à celle des Poiſſons, elles ne feroient que frayer. Il eſt très remarquable que M. du Fay n'a jamais pu voir d'Oeufs de Salamandre éclorre, quoiqu'il les ait mis dans differentes eaux, à differens degrés de chaleur, & même fur terre: tant la génération de ces vils Animaux eſt myſterieuſe. Il n'a même jamais vu de petites Salamandres tout nouvellement écloſes.

D'un autre côté, M. de Maupertuis a vu dans une Salamandre cinquante-quatre Petits preſque tous vivans, & très agiles; un Naturaliſte Allemand en a vu trente-quatre. Selon toutes les apparences, c'étoient des Salamandres abſolument terreſtres, & non pas les amphibies de M. du Fay. Combien d'attentions font néceſſaires pour les plus petits fujets! Ils ne les mériteroient pas s'ils étoient effectivement petits, mais tout eſt grand dans la Nature. *

* *On a trouvé dans les papiers de M. du Verney, mort depuis la lecture de ce Mémoire faite à l'Académie, pluſieurs recherches ſur les Salamandres; mais comme il n'en avoit rien communiqué, M. du Fay a eu lieu de croire que les ſiennes étoient nouvelles.*

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. De la Font, Ingénieur en chef à Nantes, envoya à M. de Mairan la Relation d'une Tortue extraordinaire prise dans des filets le 4 Août vers l'endroit appellé *la Pierre percée*, au Nord de l'embouchure de la Loire, à 13 lieues de Nantes. Dès qu'elle fut dans les filets, elle s'y entortilla, en se débattant, de façon à leur faire faire plusieurs fois le tour de son corps, ce qui les sauva d'être mis en pieces par l'Animal, & lui ôta le moyen de s'en dégager. Les Pêcheurs, qui ne vouloient principalement que retirer & conserver leurs filets, eurent beaucoup de peine à les mettre à terre sur des Roches: ils furent effrayés de sa grandeur, & encore plus des horribles cris qu'il poussoit, sur-tout quand ils eurent pris le parti de lui casser la tête avec les crochets de fer qui sont au bout de leurs Gaffes. On eût entendu ces hurlemens d'un quart de lieue; & de plus il exhaloit de sa gueule, tout écumante de rage, une vapeur si puante, que tout robustes qu'ils étoient, ils penserent s'en évanouir.

Cet Animal avoit 7 pieds 1 pouce de long, 3 pieds 7 pouces de large aux épaules, 2 pieds dans sa plus grande épaisseur. Il avoit le port d'une Tortue, son écaille étoit plutôt un cuir qu'une écaille, & c'est par cette

raiſon que M. de la Font l'a comparée à la *Teſtudo coriacea* de Rondelet, L. 16. Chap. 4. qui eſt la même que celle de Geſner p. 1134. in-fol. Aldrovand & Jonſton ne parlent de rien qui reſſemble à celle-ci.

Elle a la tête fort differente de celle de Rondelet ou de Geſner, ſur-tout en ce que ſes deux Mâchoires ſont garnies de dents, dont les deux du devant de chaque Mâchoire ſont plus longues que toutes les autres. Les deux grandes de la Mâchoire ſupérieure ſont plus grandes que celles de l'inférieure qui leur répondent. Les petites dents forment un double rang, & ſe courbent les unes ſur les autres, comme celles du Requin. La Tortue de Rondelet n'a qu'un bec, dont les bords ſont tranchans. Le bord ſupérieur eſt fendu de maniere à recevoir le bord inférieur.

Les quatre Nageoires de la Tortue de Rondelet ſont à peu près égales, compoſées de parties rangées par étages les unes ſur les autres comme les plumes des Ailes des Oiſeaux, elles ſont garnies d'ongles crochus dont Rondelet juge que ces Animaux ſe ſervent pour marcher ſur terre. Mais les quatre Nageoires de la Tortue de M. de la Font ſont fort inégales, celles de devant beaucoup plus grandes que celles de derriere. Leur ſurface eſt preſque entierement unie, à la réſerve de quelques plis qui ont très peu de relief; c'eſt une peau grainée à peu près comme celle du Chagrin, & il n'y a point d'Ongles, ce qui fait croire que l'Animal ne doit pas aller ſur terre.

La Queue de la Tortue de Rondelet n'eſt que l'extrémité de ſon corps, terminée en poin-

pointe, & couverte de l'écaille, ou cuir, qui y eſt adherent. Celle-ci a une Queue entierement dégagée de ſon corps, comme celles des Quadrupedes, longue de 16 pouces, & à laquelle le cuir ne tient point.

Comme cette Tortue ne fut apportée à Nantes que 5 ou 6 jours après avoir été tuée, & cela dans un tems fort chaud, elle devint d'une ſi exceſſive puanteur, qu'il fut impoſſible d'en entreprendre la diſſection anatomique. On ſe contenta de la vuider, & bien-tôt après on en jetta mal à propos la Tête, les Nageoires & la Queue dans la Loire. Il ne reſta que l'écaille ou cuir, & la peau du ventre, encore cette peau ne put-elle être longtems ſupportée, même par les Poiſſonniers, à cauſe de ſon odeur; & le cuir ſeul, qui ſent auſſi très mauvais, quoiqu'un peu moins, eſt demeuré pendu au haut de la Poiſſonnerie. Il n'a rien perdu de ſa figure, il a la conſiſtance d'une peau de vache tannée. On l'a gratté en quelques endroits par le deſſus pour voir la tiſſure de ſes fibres, elles reſſemblent à des pointes d'Engrêlures, qui entrent les unes dans les autres, comme les Sutures du Crane.

Pluſieurs Habitants de nos Colonies d'Amérique, qui ſe trouverent alors à Nantes, aſſûrerent que cette Tortue étoit très differente de celles qu'on prend dans leurs Mers. Peu de tems auparavant il étoit arrivé de la Chine à l'Orient, qui eſt à l'embouchure de la Loire, deux Vaiſſeaux de la Compagnie des Indes; M. de la Font ſoupçonne que la

Tortue pourroit les avoir ſuivis, parce que la ſaiſon lui aura toujours fait trouver les eaux aſſez chaudes : car enfin, il ſemble qu'il faut la faire venir d'un lieu le plus éloigné & le moins connu qu'il ſe pourra.

II.

M. Chauvet, Medecin de l'Hôpital de Toulon, a envoyé à M. Helvétius, & par lui à l'Académie, la Relation d'un dérangement extraordinaire de parties, qu'il avoit trouvé le 11 Juin 1729 à l'ouverture du cadavre de M. de Robertot, Lieutenant-Colonel du Régiment Royal Dauphin. Le Ventricule & le Colon étoient placés contre nature dans la cavité gauche de la Poitrine, où ils entroient perçant le Diaphragme; la Rate y entroit auſſi, mais ſeulement par ſa moitié ſupérieure, & avoit de même ſon paſſage au travers du Diaphragme. Les endroits où le Diaphragme étoit percé contre l'état naturel, étoient des eſpeces d'Anneaux cartilagineux, fortement adhérens aux corps qu'ils embraſſoient, & qu'il falut couper avec le Scalpel : ce qui détermina M. Chauvet à croire que cette vicieuſe diſpoſition n'étoit pas récente, mais qu'elle venoit de la premiere conformation.

Le Colon, après avoir percé le Diaphragme vers ſa partie laterale gauche, couvroit le Ventricule, & perçoit encore le Diaphragme vers ſa partie moyenne pour rentrer dans ſa cavité naturelle, & continuer le conduit Inteſtinal. Les Poûmons comprimés par des corps

corps étrangers, qui prenoient une grande partie de l'espace qu'ils auroient dû occuper, étoient minces, flétris, repliés en eux-mêmes, incapables d'une dilatation suffisante. Le côté droit de la Poitrine étoit rempli d'une sérosité abondante, qui avoit formé une Hydropisie que M. Chauvet pronostiqua sur l'état où il vit le Malade, & qui fut la cause immédiate de sa mort. Le Cœur étoit extraordinairement gros, apparemment à cause des efforts continuels qu'il étoit obligé de faire pour pousser un sang peu animé d'air. Il est aisé de juger tout ce qui devoit s'ensuivre d'une si étrange conformation. Dans ces cas-là on ne peut connoitre que tard les véritables causes des maux, mais il auroit été inutile de les connoitre plutôt. Il est pourtant bon de savoir que ces cas sont possibles, ne fût-ce que pour la justification de l'Art, qui n'y peut remédier.

III.

La Superfœtation est fort douteuse, ou plutôt, elle est généralement niée. Cependant M. Masson, Docteur de la Faculté de Montpellier, & Médecin à Beziers, a dit à M. Bouillet, Médecin aussi à Beziers, & Secretaire de l'Académie de cette Ville, qu'il avoit vu une Femme qui s'étant délivrée d'un Embrion envelopé de ses Membranes, bien conformé dans toutes ses parties, & âgé environ de 40 jours, étoit accouchée le lendemain à terme d'une Fille se portant parfaitement bien. On ne peut guere demander une

su-

ſuperfœtation plus ſûre. C'eſt de M. Bouillet, Correſpondant de l'Académie, qu'on tient cette Relation de M. Maſſon.

I V.

Le même M. Maſſon a atteſté auſſi à M. Bouillet, qu'il avoit traité trois perſonnes d'une Gonorrhée ſinguliere. Il ſortoit par les Glandes de la Couronne du Gland une matiere parfaitement ſemblable à celle de la Gonorrhée virulente ordinaire, & qui ne demandoit que les mêmes remedes. Il a ajouté qu'on lui avoit dit que feu M. Barbeyrac & quelques autres Médecins de Montpellier avoient déja obſervé cette maladie, & l'avoient appellée *Gonorrhée bâtarde*. Voilà une preuve aſſez ſenſible des Glandes, qui, ſelon le ſentiment de feu M. Litre *, ſont à la Couronne du Gland; & en même tems voilà une Gonorrhée qu'il faut ajouter à celles dont il a fait le dénombrement †.

V.

M. Geoffroy le cadet a fait voir à l'Académie un Bézoard d'une eſpece particuliere. C'eſt une pierre irrégulierement ronde, de 3 pouces 3 lignes dans ſa plus grande longueur, & 2 ½ pouces dans la plus petite, & qui cependant ne peſe pas 5 onces. Elle eſt d'un jaune verdâtre. On l'a trouvée dans la Véſicule du Fiel d'une Tortue de terre de l'Iſle

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 39. & ſuiv.
† V. l'Hiſt. de 1711. p. 28. & ſuiv.

l'Isle de Bourbon. M. de Jussieu en a une de même espece, plus platte, d'un pouce d'épaisseur, & grande comme la paume de la main. Elles sont toutes deux formées par couches, ainsi que tous les Bézoards. On voit qu'il n'y a point de cavités dans le corps des Animaux, de quelque espece qu'ils soient, où il ne se puisse former des concrétions pierreuses.

V I.

A l'ouverture du cadavre d'un jeune homme de condition, M. Morand a observé une Tumeur fort particuliere. Elle occupoit une grande partie de la capacité du bas-Ventre, principalement toute la région Ombilicale, & s'étant allongée entre l'Aorte & la Veine Cave, elle avoit écarté la Veine de l'Artere environ de deux doigts, de sorte qu'elle faisoit avancer la Veine en devant contre l'ordre naturel, & se prolongeant par en-haut sous le Pancreas, avec lequel elle se confondoit, elle se portoit jusques dans la Poitrine en accompagnant l'Aorte. Elle étoit grosse, saillante, blanche, envelopée par la double membrane du Mésentere, sur-tout par la portion qui attache les gros Intestins, avec laquelle elle s'attachoit postérieurement aux Vertebres des Lombes.

On l'ouvrit, & on la trouva blanche en dedans comme en dehors, pleine d'une matiere Chileuse, fluide comme du Lait en quelques endroits, épaissie en d'autres comme du Fromage, & par-tout sans odeur. Cette Tumeur séparée, autant comme on l'a pu, des

par-

parties auxquelles elle tenoit, a pesé 7 ½ livres, sans compter les portions qu'on en a laissées en quelques endroits, & la liqueur qui en a coulé dans la cavité du Ventre.

Il est visible qu'il s'étoit fait une grande obstruction dans les Glandes du Mésentere, d'où le Chile ne couloit plus, comme il l'auroit dû, dans les Veines Lactées, ou n'y étoit plus poussé avec assez de force pour passer de là dans son Réservoir. Aussi ces Veines tendues par du Chile engorgé, étoient-elles visibles contre leur ordinaire, & quand on les ouvroit, il en sortoit du Chile encore coulant, quoiqu'il y eût 26 heures que la mort fût arrivée. On conclurra sans peine que faute de la distribution du Chile, le Sujet devoit être tombé dans une extrême maigreur.

Les Intestins situés autour de la Tumeur étoient fort rouges, & les Vaisseaux sanguins pleins & ramifiés, comme s'ils eussent été injectés.

L'Estomac gêné par la Tumeur étoit considerablement étréci avant que de former le Pilore; mais la Poitrine se trouvoit beaucoup plus endommagée. Un peu d'eau sanguinolente étoit épanchée du côté gauche, & il paroissoit en quelques endroits des Taches très livides. Du côté droit le Poûmon adherent à la Pleure dans presque toute sa circonference, étoit dur & squirreux dans une assez grande étendue de sa partie antérieure, & renfermoit en sa substance une petite Pierre. La partie postérieure étoit molle & flasque.

Tout le reste étoit dans l'état naturel. On se

se dispensa d'ouvrir la Tête, parce que les causes de mort se montrerent assez manifestement.

VII.

Le même M. Morand, en ouvrant le corps d'un Marchand de Paris, qui après avoir été sujet à des palpitations de Cœur étoit mort brusquement, ne fut pas surpris de trouver des concrétions Polypeuses moulées dans l'Aorte, & dans les branches des Arteres & des Veines Pulmonaires; mais il le fut de quelques accidens plus singuliers. Au côté gauche du Cœur, une des deux Valvules Mitrales du Sac Pulmonaire étoit changée en une espèce de poche, dont le fond regardoit le Sac, & l'ouverture regardoit le Ventricule. Cette poche étoit la Valvule même dilatée jusqu'à pouvoir contenir le pouce, épaissie, & ayant de petits Os en plusieurs endroits. Pareillement les trois Valvules Sigmoïdes de l'Aorte considerablement épaissies avoient chacune en differens endroits de petits Os très solides, irrégulierement arrangés, & élevés en forme de Roche. Il est aisé de voir que du Sang qui tomboit du Sac Pulmonaire pour entrer dans le Ventricule gauche, une partie devoit s'arrêter dans la poche formée contre nature, & que l'autre ne pouvoit enfiler qu'avec beaucoup de peine la route de l'Aorte, dont les Valvules épaissies & ossifiées ne se laissoient pas applatir, comme il l'eût falu.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Winflow fur la Rotation, la Pronation, la Supination, &c.

† L'Ecrit de M. Senac fur le Diaphragme.

‡ Les Obfervations de M. Hunauld fur quelques Mufcles des Doigts.

CHIMIE.

SUR LE VINAIGRE CONCENTRÉ PAR LA GELÉE. §

LE Vinaigre n'eft point un Extrait du Vin, ce n'eft que du Vin, qui a confervé tous fes principes, mais autrement difpofés entre eux. D'abord un grain de Raifin ne contient que de l'Eau ou un flegme, qui a été le véhicule d'une Terre affez groffiere, où font envelopés un Sel Acide & une Huile: c'eft de cette Terre que vient le goût âpre & ftiptique du Raifin encore éloigné de fa maturité. L'action du Soleil divife, affine, & ouvre toujours cette Terre; & les Sels Acides, auffi bien que l'Huile, commencent à fe

* V. les M. p. 331. † V. les M. p. 163.
‡ V. les M. p. 346. § V. les M. p. 93.

se déveloper, & l'Huile, selon les apparences, un peu plus promptement que les Acides. Dans un certain point de cet état, on ne tire du Raisin que du Verjus. Ensuite la Terre étant devenue toujours plus fine, ce qui fait disparoître le goût stiptique, les Acides & l'Huile plus dévelopés viennent à être dans une proportion telle que le goût piquant des Acides est suffisamment moderé par la douceur de l'Huile, & alors le Raisin est mûr, & on en fait le Vin, qui n'est encore que du Moût, liqueur dont la trop grande douceur marque bien que l'Huile embarrasse encore trop les Acides. Par la grande fermentation du Moût dans la Cuve, les Acides se dévelopent de l'Huile jusqu'au point que demande le Vin fait, & bon à garder. Mais cette fermentation, d'abord si violente, continue dans le Tonneau, quoique presque insensible; les Acides se dévelopent toujours de l'Huile, & quand ils se sont exaltés à la longue autant qu'ils peuvent l'être, le Vin n'est plus que du Vinaigre; après quoi ils perdroient eux-mêmes par un tems encore plus long leurs pointes qui se romproient, & la liqueur deviendroit assez insipide.

Le Vinaigre se fait donc naturellement, & il n'est pas besoin que l'Art y aide, si ce n'est peut-être en laissant une ouverture aux Tonneaux, afin que l'air extérieur hâte la fermentation; encore suffiroit-il de les mettre dans un air plus chaud que celui de la Cave, & il ne se feroit aucune dissipation des parties du Vin. On peut aussi mettre de nouveau Tartre dans les Tonneaux, parce que

le

le Tartre qui contient le Sel essentiel du Vin ne peut qu'augmenter la quantité des Acides qu'on veut faire dominer. Du reste l'addition de certaines matieres âcres, que les Vinaigriers n'employent que trop souvent, n'est pas un secours qu'on puisse approuver: l'effet n'en dure pas longtems, & ces matieres étrangeres ne passent point dans le Vinaigre distillé ou rectifié, qui est celui dont il va être uniquement question ici, d'après M. Geoffroy le cadet; car le Vinaigre, tel qu'il se fait naturellement, seroit trop foible pour les operations Chimiques: mais rectifié, c'est le plus fort de tous les Acides Végétaux.

La rectification du Vinaigre est la séparation de ses Acides d'avec la plus grande partie du Flegme & de l'Huile qu'il se puisse; cela s'opere par des distillations longues & réiterées. Nous ne nous arrêterons point sur les differens degrés de force que le Vinaigre distillé peut avoir selon les differens Vinaigres naturels dont il est tiré, & ces Vinaigres eux-mêmes selon les differens Vins; il nous suffira de dire que M. Geoffroy a employé, pour mesurer ces differens degrés de force, l'expédient rapporté en 1699 * d'après M. Homberg, moyennant quoi on a pour la force des Acides des évaluations physiques équivalentes aux géométriques.

Au-lieu de l'operation lente & pénible de la distillation ordinaire du Vinaigre, l'illustre M. Stahl a proposé un moyen très simple, c'est de l'exposer à une assez forte gelée. Ce moyen

* p. 62. & suiv.

moyen qui n'a été ſeulement qu'indiqué, M. Geoffroy l'a mis en pratique, & l'a ſuivi juſqu'au bout par un aſſez grand nombre d'expériences.

Ce n'eſt que l'eau ou flegme du Vinaigre qui ſe gele. On retire les petits glaçons à meſure qu'ils ſe forment ; les premiers ſont parfaitement inſipides au goût, & ne ſont par conſéquent que de l'eau pure ; mais quand on commence à leur ſentir quelque acidité, il faut les garder, parce qu'ils ne ſeront pas inutiles. Tous les glaçons qui ſe formoient ayant été enlevés, il reſte une liqueur extrêmement réduite, comme au tiers de ce qu'elle étoit, & c'eſt un Vinaigre dont les Acides ſont fort concentrés, & ſe trouvent, par la meſure qu'on y applique, très conſiderablement augmentés de force. Il y a eu cependant quelques autres Acides, qui ont été retenus par le flegme qui ſe geloit, & c'eſt pour cela qu'on réſerve les glaçons qui ont eu une acidité ſenſible. On les fait fondre tous enſemble, on en tire par une nouvelle congélation les Acides qu'ils contenoient, & on les joint à ces premiers Acides ſi concentrés qu'on a eus d'abord, ce qui augmente d'autant la quantité du nouveau Vinaigre.

Les Acides, en quoi il abonde tant, ſont encore mêlés avec toute l'Huile que contenoit le Vinaigre naturel, & même le Vin, qui eſt devenu ce Vinaigre. Il ſemble donc que le nouveau Vinaigre devroit être fort inflammable ; car voilà tout ce que la Chimie demande pour l'inflammation, des Acides fort vifs, bien déflegmés, & de l'Huile. Cepen-

pendant ce Vinaigre ne s'enflamme point, mais c'eſt par la raiſon même que les Acides ſont trop concentrés, trop rapprochés; ils étouffent en quelque ſorte l'Huile, qui n'eſt pas aſſez étendue, ni aſſez expoſée à l'action de la flamme. Il faut une certaine doſe préciſe, & dans la quantité & dans l'arrangement de ces deux differentes matieres.

Si l'on diſtille le nouveau Vinaigre, l'Huile, contre l'ordinaire des diſtillations de ce Mixte, monte la premiere, apparemment parce que la grande concentration des Acides les fixe & les appeſantit par rapport à elle. Cette Huile n'eſt d'abord inflammable que comme de l'Eau de vie; mais diſtillée une ſeconde fois, elle le devient comme l'Eſprit de Vin le mieux rectifié, & c'eſt effectivement celui qui étoit contenu dans le Vin naturel. M. Geoffroy croit que la concentration du Vinaigre par la Gelée eſt le meilleur, & peut-être le ſeul moyen de le déflegmer aſſez pour faire voir que l'Eſprit ardent du Vin s'y eſt conſervé tout entier.

Soit qu'on ait rectifié le Vinaigre par la diſtillation ordinaire, ou par la concentration à la Gelée, il reſte au fond du Vaiſſeau une ſubſtance graſſe, mielleuſe & épaiſſe, qui n'a pu s'élever. M. Geoffroy a examiné particulierement celle de la nouvelle operation. Elle eſt couverte d'une croûte ſaline qui a une odeur pénétrante, & par conſéquent ce n'eſt point du Tartre, qui ſeroit ſans odeur. On ſait d'ailleurs que le Tartre n'exiſte point ſous cette forme dans le Vinaigre, car il ne s'en

s'en trouve jamais aux parois des Tonneaux des Vinaigriers. M. Geoffroy croit que la croûte saline est formée de l'Acide du Tartre étroitement lié avec des Soufres, qui lui donnent l'odeur. Cette matiere poussée à un feu doux & sans se brûler, donne un dernier Esprit Acide, ou Vinaigre rectifié, le plus fort que l'on puisse avoir : les Acides les plus solides & les plus puissans s'étoient, pour ainsi dire, cantonnés dans ce dernier retranchement. Il ne nous appartient pas de suivre M. Geoffroy dans un plus grand détail, mais nous devons avertir que l'on verra dans la suite les usages & les applications du nouveau Vinaigre. Ce ne sera plus une simple curiosité.

SUR LA PRECIPITATION DU SEL MARIN DANS LA FABRIQUE DU SALPETRE. *

JE suppose la fabrique du Salpêtre connue. Quand la Lessive d'où l'on doit le tirer, & qu'on fait bouillir sur le feu pendant 72 heures, n'en a eu encore que 55 ou 60 de cuisson, il commence à se précipiter au fond de la Chaudiere du Sel Marin pur, que l'on a soin de ne pas mêler ensuite avec le Salpêtre, qui en seroit alteré. Comme la Les-

* V. les M. p. 319.

Leſſive qui contenoit & le Salpêtre & le Sel Marin, continue encore à bouillir, le Salpêtre continue pareillement à s'y former ſans ſe précipiter, & il n'y a alors que le Sel Marin qui ſe précipite. M. Petit le Médecin a cherché la raiſon de ce phénomene.

Les expériences auxquelles ce deſſein l'a engagé, lui ont appris d'abord une proprieté du Sel Marin, qu'il a été étonné qui fût encore inconnuë aux Chimiſtes; c'eſt que ce Sel ne ſe diſſout pas en plus grande quantité dans l'eau chaude que dans la froide. Par conſéquent, ſi on fait évaporer par le feu une eau qui ait été *ſaoulée* de ce Sel étant froide, c'eſt-à-dire, qui en ait diſſous autant qu'elle en peut diſſoudre, à meſure que la quantité de l'eau diminuera par l'évaporation, les particules ſalines, auparavant ſéparées, ſe rapprocheront toujours en plus grande quantité, il ſe fera ou des cryſtalliſations ou une précipitation du Sel Marin, & cet effet ſera toujours exactement proportionné à l'évaporation de l'eau; quand elle ſera, par exemple, réduite à la moitié, la moitié du Sel ſera cryſtalliſée ou précipitée.

L'eau eſt ſaoulée de Sel, quand elle en a pris le tiers de ſon poids, ce qui peut cependant recevoir quelque variation, ſelon la qualité de l'eau: 24 dragmes d'eau tiendront ordinairement 8 dragmes de Sel Marin diſſous.

La même quantité d'eau froide tiendra à peu près la même quantité de Salpêtre diſſous; mais la même eau plus chaude, telle qu'elle eſt dans le fort de l'Eté par rapport à l'Hiver, tiendra une plus grande quantité de

de Salpêtre, comme 10 dragmes, & un peu plus, au-lieu que cette eau n'eût tenu que les 8 dragmes de Sel Marin tant en Eté qu'en Hiver; &, ce qui en est une suite nécessaire, il se fait de l'Eté à l'Hiver une précipitation dans la dissolution de Salpêtre, au-lieu qu'il ne s'en fait aucune dans celle de Sel Marin; l'eau plus froide, qui auroit eu la force de soutenir toujours la même quantité de Sel Marin, n'a plus la force de soutenir la même quantité de Salpêtre. Elle est tellement affoiblie à l'égard du Salpêtre, qu'elle en laisse tomber environ les deux tiers.

Pour faire encore mieux voir combien cela va loin, les mêmes 24 dragmes d'eau, qui dans une saison temperée tiendront 8 dragmes de Salpêtre en dissolution, en tiendront 16 de plus par une chaleur qui ne sera que médiocre. Si on laisse l'eau se réfroidir, ces 16 dragmes se précipiteront, l'eau bouillante, on sousentend qu'elle est en même quantité, tiendra jusqu'à 144 dragmes de Salpêtre.

Dans une saison temperée, les 24 dragmes d'eau, qui auront dissous 8 dragmes de Sel Marin, pourront encore en dissoudre autant de Salpêtre, & même quelque chose de plus. Si l'on met sur le feu cette eau chargée de ces deux Sels, il est clair que dès qu'elle diminuera par l'évaporation, elle n'aura plus la force de soutenir tout le Sel Marin, puisqu'elle en avoit pris toute la quantité qu'elle pouvoit prendre, & que par conséquent ce Sel commencera dès-lors à se coaguler ou se crystalliser. Mais le Salpêtre ne se crystallisera pas encore, car quoique la quantité d'eau

ſoit déja diminuée par l'évaporation, le nouveau degré de chaleur qu'elle a pris eſt équivalent à cette quantité perdue, puiſqu'une même quantité d'eau diſſout plus de Salpêtre quand elle eſt plus chaude, & que par conſéquent une moindre quantité d'eau chaude peut diſſoudre autant de Salpêtre qu'une plus grande qui ſera froide; ce qui n'a pas lieu pour le Sel Marin. Par la grande difference qu'il y a entre la quantité de Salpêtre que diſſout l'eau bouillante, ou froide, il eſt aiſé de concevoir que dans le cas propoſé tout le Sel Marin pourra être coagulé & précipité avant qu'il arrive rien de pareil, du moins à une grande quantité du Salpêtre.

La Leſſive d'où l'on doit tirer le Salpêtre, & qui contient en même tems du Sel Marin, en contient beaucoup moins qu'elle n'en auroit pu diſſoudre à raiſon de la quantité d'eau; ainſi ce Sel ne commence pas à ſe former, ou à ſe coaguler, dès que la Leſſive eſt ſur le feu, ou bouillante, ce n'eſt que quand l'eau eſt réduite à une quantité où ſon poids n'eſt plus que triple de celui du Sel Marin qu'elle contient. Alors ce Sel ſe coagule, paroît ſous une forme ſenſible, ou ſe précipite; & le Salpêtre continue encore à être diſſous, comme il l'étoit.

Par-là M. Petit trouve aiſément combien la Leſſive contenoit de Sel Marin; c'eſt une choſe dont les Salpêtriers font myſtere, parce que ce Sel qu'ils mettent à part, tourne à leur profit. Quand on voit qu'il commence à ſe former ſur la Leſſive, il faut ſavoir quelle quantité de toute l'eau, qui étoit dans

la

la Chaudiere, s'eſt évaporée; le poids de ce qui en reſte eſt triple du poids du Sel Marin. Cela eſt très ſimple, & on ne pouvoit cependant parvenir à cette connoiſſance exacte que par le chemin que nous avons pris, qui eſt encore fort abregé en comparaiſon de celui que M. Petit a été obligé de ſuivre.

SUR LES EAUX MINERALES CHAUDES DE BOURBON-L'ARCHAMBAUT. *

ON a vu en 1726 † avec quel ſoin M. Boulduc a examiné les nouvelles Eaux de Paſſy, pour démêler toutes les differentes matieres qu'elles contiennent, ce qui demande beaucoup plus de travail, & un travail plus ingénieux & plus fin, qu'on ne le croit ordinairement; car on ſe contente volontiers de quelques épreuves légeres & ſuperficielles, qui s'expédient en fort peu de tems. Il a apporté le même ſoin à l'examen des Eaux chaudes de Bourbon-l'Archambaut, dont heureuſement il a eu à Paris une aſſez grande quantité, accompagnée de plus de la Réſidence qu'un Chimiſte de ſes amis en avoit tirée ſur le lieu même. Un nouvel examen de ces Eaux, mais précis & exact, étoit d'autant plus néceſſaire, que les ſentimens étoient partagés ſur ce ſujet. Les uns y trouvoient le Nitre des Anciens, ou *Natron*; les au-

* V. les M. p. 367. † p. 42. & ſuiv.

autres le Nitre des Modernes, c'eſt-à-dire, ou un Sel Alkali mineral, ſemblable par ſes effets aux Sels fixes & lixiviels des Plantes, ou un vrai Salpêtre: ce qui eſt fort different.

L'eau de Bourbon priſe à la ſource eſt claire & limpide, preſque ſans odeur, & d'un goût qui tient du vrai ſalé & du lixiviel, & qu'elle conſerve toujours. Elle ſort très ſenſiblement bouillante & fumante, & à meſure qu'elle s'évapore, il paroît à ſa ſurface une pellicule graſſe formée d'une pouſſiere blanche très fine, ſans liaiſon, & qui devient plus viſible quand l'eau a été longtems en repos, mais qu'on ne peut ramaſſer en aucune façon. Cette eau dépoſe par-tout des Croûtes pierreuſes, aſſez dures, en pluſieurs couches blanches, bien diſtinctes, mêlées en quelques endroits, & principalement en deſſous, d'une couche de terre d'un brun foncé. Ces Croûtes n'ont ni goût, ni odeur, & s'attachent aſſez fortement au fond & aux parois des Réſervoirs, des Conduits ou des Vaiſſeaux.

De tous les moyens que M. Boulduc a employés pour décompoſer ces Eaux, il a trouvé que le plus ſimple étoit le meilleur, l'Evaporation, pourvu cependant qu'il conſervât, & qu'il examinât à part les differentes matieres que donnoient les differens degrés d'une Evaporation bien conduite. Il n'a pas laiſſé de joindre aux connoiſſances qu'il en tiroit, celles qu'il avoit tirées de quelques autres opérations.

Plus l'eau s'évapore, & plus par conſéquent

quent les matieres dont elle étoit mêlée se rapprochent & se concentrent, plus elle jaunit. Il se forme au fond & aux parois du Vaisseau des Crystaux parfaitement cubiques, que cette figure, leur goût, toutes leurs proprietés, font certainement reconnoitre pour du Sel Marin; & en même tems la surface de l'eau se couvre d'une Croûte saline assez épaisse, mêlée de deux sortes de Crystaux, dont les uns sont encore du Sel Marin, les autres demandent plus d'attention & de raisonnement pour être reconnus. Tout bien consideré, c'est ce même Sel de Glauber que M. Boulduc a déja trouvé & dans le Sel Cathartique d'Espagne *, & dans les Eaux de Passy, & dans un Sel naturel de Dauphiné †: il se déclare dans les Eaux de Bourbon, par ses proprietés les plus sensibles déja rapportées en 1724. Mais M. Boulduc, peut-être pour prévenir le reproche de trouver trop le Sel de Glauber par-tout, l'a encore étudié plus particulierement dans ces Eaux. Comme c'est un Acide Vitriolique transporté sur la base du Sel Marin, il a tiré cet Acide du Sel des Eaux par le moyen de l'Huile de Chaux, qui le détache infailliblement de toute base, ou Matrice, à laquelle il sera lié; après quoi il s'est assuré que la base d'où il l'avoit détaché, n'étoit ni du Fer, comme dans le Vitriol, ni une Terre Cretacée comme dans l'Alun &c. & que ce devoit donc être celle du Sel Marin: car c'est bien

* V. l'Hist. de 1724. p. 78. & suiv.
† V. l'Hist. de 1727. p. 40. & suiv.

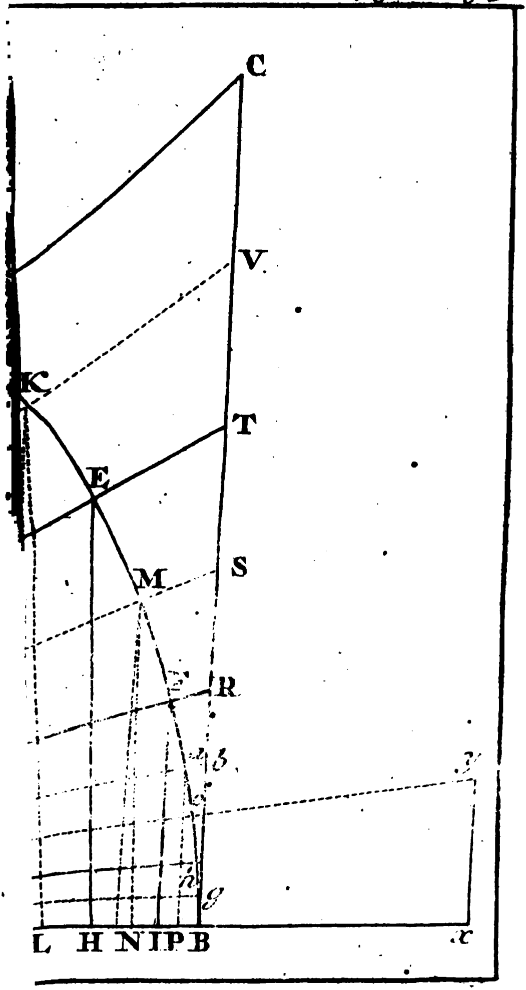
bien aſſez en pareille matiere, de pouvoir procéder par voye d'excluſion.

M. Boulduc ne croit point que juſqu'à préſent on ait trouvé dans aucune Eau minerale un véritable Acide Nitreux. On a donné ce nom à un Alkali, qu'on y a effectivement trouvé, & qui étoit Nitreux au ſens des Anciens, mais non dans le ſens des Modernes; & on a abuſé de ce mot équivoque. Des Eaux, qui en coulant dans le ſein de la Terre en ont emporté differentes parties minerales, n'en ont point emporté de vrai Nitre, qui ne nait que ſur la ſuperficie de la Terre, ou à une très petite profondeur, ainſi que l'a bien prouvé M. Lémery, ſuivi ſur ce point par M. Boulduc. Il n'en eſt pas de même du Vitriol, qui eſt aſſez commun dans les entrailles de la Terre, & de-là vient ce Sel de Glauber ſi commun auſſi dans les Eaux minerales. M. Boulduc croit même qu'il peut aiſément ſe trouver de ce Sel par-tout où il y a du Sel Marin, & il en rapporte quelques preuves de fait.

Quand l'évaporation eſt pouſſée à un certain point, elle ne donne plus de ces Cryſtaux ou Croûtes, dont nous venons de parler. L'eau devient plus rouſſe & plus graſſe, d'un gout piquant & lixiviel, d'une odeur bitumineuſe. Il y a encore là differentes matieres à démêler.

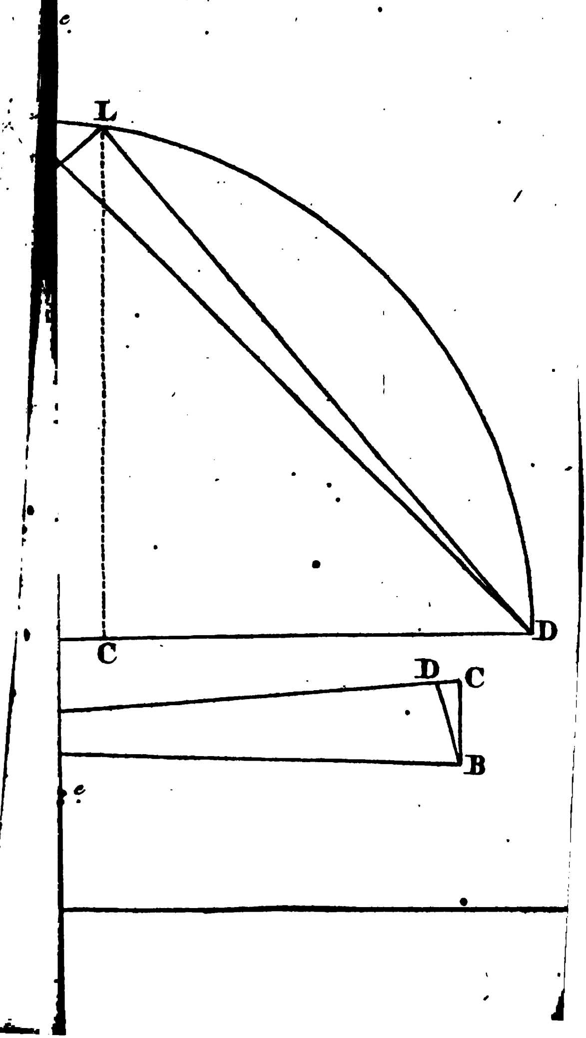
Le goût lixiviel & piquant indique ſurement un Alkali fixe; & les eaux dans leur ſimple état naturel l'indiquoient déja par les effets qu'elles faiſoient ſur les Acides. Il a, quoique mineral, aſſez de conformité avec

le


C
V
K
T
E
S
M
R
L
H
N
I
P
B
x
g



e.
I



e
L
D
C
D
C
B
e

le Sel de Tartre, Alkali végétal, & le plus fort de tous; mais M. Boulduc a trouvé entre eux une difference très considerable, & digne de remarque, qui nous en fera négliger d'autres plus légeres, & moins curieuses. Le Sel de Tartre mêlé avec le Vitriol, ou avec son Acide seul, fait un Sel mixte ou moyen, qu'on appelle *Tartre vitriolé*; & l'Alkali des Eaux mêlé avec ce même Vitriol ne fait invariablement qu'un vrai Sel de Glauber, tant les principes de ce Sel s'obstinent, pour ainsi dire, à se trouver dans ces Eaux. M. Boulduc a voulu voir s'il pourroit découvrir ailleurs quelque Alkali mineral, & il en a heureusement trouvé un dans une Terre de Smirne ou d'Ephese, qui sert en ce païs-là à faire du Savon. Ceci combat une opinion assez commune chez les Physiciens, que l'Alkali n'est qu'un produit du feu, & que par conséquent il n'y en a point de naturel & de fossile. Mais outre qu'il faut se rendre aux faits, le fond de cette opinion subsisteroit encore, car de grands Philosophes croyent que la Terre, qui certainement a été noyée, avoit été brulée auparavant, & le feu auroit formé les Alkalis même fossiles, comme il forme aujourd'hui tous les autres.

Quant à l'odeur bitumineuse que prend l'eau vers la fin de l'évaporation, elle ne peut venir que d'un Soufre mineral, ou d'un Bitume, qui est en trop petite quantité pour se rendre sensible à l'Odorat, avant que l'eau soit concentrée à un certain point. M. Boulduc ne croit point qu'elle contienne du Soufre mineral actuel, mais plutôt un Bitume,

que le Sel Marin, qu'elle contient certainement, & qui est toujours plus ou moins bitumineux, y aura amené, & que les Alkalis, dont elle abonde, tiendront en dissolution. La séparation de ces Alkalis & de ce Bitume se fait aisément par le moyen de l'Esprit de Vin versé sur la derniere portion de l'eau, où une plus grande quantité de ces deux matieres est renfermée. Les Alkalis se précipitent, & le Bitume dégagé monte en petites gouttes à la surface de l'eau concentrée, ou s'attache aux parois du Vaisseau.

L'évaporation finie, il reste une Résidence semblable à celle qui avoit été envoyée de Bourbon. Ce n'est pas encore une matiere uniforme & homogene en toutes ses parties. On en distingue principalement de deux sortes, les unes claires & transparentes, les autres ternes & opaques. Les Croûtes pierreuses, que l'Eau dépose naturellement dans ses Réservoirs ou dans ses Conduits, sont de la même espece. Cette Résidence a de plus du Bitume, puisqu'elle est inflammable ; il y est demeuré lié par sa qualité onctueuse.

Les parties claires & transparentes, dont nous venons de parler, sont, selon M. Boulduc, des Sels venus de la pierre Sélénite, ces mêmes Sels qu'il avoit déja trouvés dans les nouvelles Eaux de Passy. Ils sont mixtes ou moyens, formés d'un Acide Vitriolique, & de beaucoup de Terre. Cet Acide se peut transporter sur le Sel de Tartre, ou se convertir en Soufre minéral par quelque matiere inflammable. Les Sels Sélénites de l'Eau de Bourbon se déclarent dès que l'évapora-

tion

tion commence, ils paroissent sous la forme d'une poussiere fine, qui ensuite grossit toujours. M. Boulduc assure qu'il a trouvé de ces mêmes Sels dans des Eaux minerales froides, & même dans les Eaux salées qui fournissent le Sel commun. Il a eu lieu d'en soupçonner jusque dans une Plante, & ce qui est plus remarquable, dans une liqueur Animale. Il paroît par toutes les observations, qu'ils sortent tout préparés des mains de la Nature.

Les parties opaques de la Résidence sont visiblement une Terre. Elle est absorbante, & M. Boulduc la croit calcinée par la Nature même. Pourquoi les Feux souterrains, qui donnent tant de chaleur aux Eaux dont il s'agit, n'auroient-ils pas pu faire aussi cette calcination? Nous omettons d'autres raisonnemens plus Chimiques & plus recherchés. Par une operation de M. Boulduc il se sépare de cette Terre une matiere plus brune, qui ayant été rougie au feu, donne des marques sures d'un peu de Fer, puisque l'Aiman attire quelques-unes de ses parcelles. Voilà donc enfin du Fer dans les Eaux de Bourbon, mais en petite quantité, & qui ne se manifeste que difficilement & bien tard.

Si l'on se souvient des differentes matieres que M. Boulduc avoit démêlées dans les nouvelles Eaux de Passy, on verra qu'elles sont les mêmes que celles des Eaux de Bourbon; mais il n'en faut pas conclure une exacte conformité d'effets. Ils peuvent être assez differens par la difference des doses, qui ne

ſont pas bien connues, par le mêlange plus ou moins intime des matieres, ſur-tout par une eſpece de coction que la chaleur des Eaux de Bourbon peut leur avoir donnée, & qui n'aura pas lieu pour des Eaux froides. Cependant les vertus que M. Boulduc attribue aux Eaux de Bourbon, à en juger par les qualités connues des matieres qu'elles renferment, ſont à peu près les mêmes que les vertus des Eaux de Paſſy.

M. Boulduc a voulu prévenir ici, comme il avoit fait en 1726, l'objection que le feu pourroit avoir produit, ou du moins alteré les matieres des Eaux. Mais ſans compter qu'il n'eſt guere imaginable qu'une douce & lente évaporation ait fait autre choſe que ſéparer, la preuve de l'Eſprit de Vin rapportée ſur les Eaux de Paſſy, a été miſe auſſi en uſage pour celles de Bourbon. De plus, ce qui leve entierement tout ſcrupule, le grand froid a été employé ici au-lieu du feu. Quatre livres d'Eau de Bourbon étant gelées, il reſta au milieu du Glaçon demi-Once à peu près d'eau liquide, qui en s'écoulant emportoit des Cryſtaux tout formés, très reconnoiſſables pour les mêmes qu'on avoit eus par le feu, quoique plus petits. Ce peu d'eau étoit d'un goût fort lixiviel, & par conſéquent contenoit les Alkalis fixes réſous, qui ne gelent que difficilement. Il eſt heureux en fait de Phyſique, de pouvoir ſatisfaire auſſi pleinement à une objection.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Un second Mémoire de M. Lémery sur le Borax.

† Un second Mémoire de M. de Reaumur sur la Porcelaine.

BOTANIQUE.

SUR LE SIMAROUBA. ‡

VOici un nouveau Remede, végétal aussi bien que le Quinquina & l'Ipecacuana, venu comme eux d'Amérique, & aussi spécifique qu'eux. Nul remede spécifique pour une Maladie ne l'est pour toutes les especes de cette Maladie; & il y en a tel qui est excellent, & à qui on fait dans la suite du tems l'injustice de le négliger ou de le mépriser, parce qu'on lui avoit fait d'abord l'honneur excessif de le croire infaillible sans distinction. L'Ipecacuana est peut-être prêt à tomber dans ce cas, il manque bien des Dissenteries; mais le Simarouba vient heureusement pour lui servir de supplément, M. de

* V. les M. p. 400. † V. les M. p. 460. ‡ V. les M. p. 42.

de Juſſieu l'a trouvé aſſez ſûr pour celles que l'Ipecacuana auroit manquées. Il n'a pas oublié à bien diſtinguer ces differentes eſpeces.

Le Simarouba eſt une Ecorce, qui fut envoyée pour la premiere fois de la Cayenne ici en 1713, comme un très bon remede pour les Dévoyemens diſſenteriques: il y en eut beaucoup, & de violens en 1718, qui ne faiſoient le plus ſouvent que s'irriter par l'Ipecacuana, & la nouvelle drogue au contraire y réuſſit très bien. M. de Juſſieu, qui n'en avoit eu de ce premier envoi qu'une petite quantité, fut curieux d'en avoir encore dans la ſuite, & il en éprouva toujours d'auſſi bons effets, bien entendu qu'il ne l'appliquoit pas indifferemment à toutes ſortes de Diſſenteries. La préparation de ce remede eſt la plus ſimple qu'il ſoit poſſible, on le prend en décoction comme du Thé, & dès le ſecond verre on s'apperçoit ordinairement qu'il agit. Le goût en eſt fort ſupportable; un peu d'amertume marque une ſubſtance acre & ſtomachique, qui rétablit les forces de l'Eſtomac; la couleur laiteuſe que prend l'eau vient d'une ſubſtance balſamique & onctueuſe, qui arrête les douleurs & les épreintes; la prompte ſuppreſſion du ſang & la conſtipation qui ſurvient, indiquent une qualité aſtringente & vulneraire.

Dioſcoride parle d'une Ecorce, qu'on apportoit du fond de l'Orient, & qui s'employoit pour les Hémorragies & les Diſſenteries. La couleur en étoit jaunâtre, & c'eſt à peu près celle du Simarouba. On l'appelloit *Macer* ou *Macir*. Pline, Galien, & les Arabes en ont auſſi

auſſi parlé. On ne peut guere douter qu'une Ecorce dont quelques Relations des Indes Orientales font mention, en lui attribuant les mêmes vertus, & avec les plus grands éloges, ne ſoit ce Macer des Anciens; & la vraiſemblance eſt d'autant plus forte, qu'en quelques lieux des Indes cette Ecorce a le nom de *Macre*, ou *Macreruipe*. Il ne ſèroit nullement étonnant qu'elle ſe trouvât auſſi en Amérique ſous un autre nom; l'Aſie & l'Amérique ont pluſieurs Plantes, qui leur ſont communes à l'excluſion de l'Europe: & peut-être ſera-ce là un des moyens qui ſerviront un jour à décider ſi l'Amérique eſt une Colonie de l'Aſie.

M. de Juſſieu ne détermine point encore, malgré la grande conformité du Macer des Anciens, du Macre des Indiens Orientaux, & du Simarouba des Occidentaux, que ce ſoit la même Plante. Il attend de plus grands éclairciſſemens ſur ce point, & même ſur les proprietés particulieres de ce remede, dont il n'a pas fait autant d'expériences qu'il le ſouhaiteroit. Ses proviſions étoient courtes, & il n'y a peut-être plus de Simarouba à Paris.

Quand M. de Juſſieu en eut parlé à l'Académie pour la premiere fois, M. d'Iſnard fit voir auſſi quelques Relations qu'il avoit des effets de ce remede, & de la maniere de s'en ſervir. On profitera de tout: nous ne faiſons principalement ici qu'annoncer le Simarouba, & préparer le Public à cette nouveauté. Mais combien d'accidens, combien de circonſtances étrangéres doivent concourir

rir pour l'entier établissement de la chose du monde; qui seroit la plus utile!

SUR L'ACCROISSEMENT DES PLANTES PAR LES PLUYES. *

QUAND on voit que des Plantes qui se fanoient, ou dont au moins l'accroissement étoit arrêté par une trop longue secheresse, & une trop grande chaleur, reprennent vigueur tout à coup, & recommencent à croître sensiblement, dès qu'elles reçoivent l'eau de la Pluye, ou seulement celle des arrosémens, il n'y a rien là qui surprenne en aucune façon; tout le monde conçoit naturellement que l'eau étoit nécessaire pour détremper, pour dissoudre les matieres qui forment la Sève, & pour les conduire dans le corps des Plantes. Ceux qui seront un peu plus Physiciens, pourront imaginer de plus, que la transpiration des Plantes trop abondante dans les tems chauds & secs, est diminuée par la fraicheur de l'eau, & qu'une partie de cette substance qu'elles perdoient étant retenue, devient utile à leur nutrition.

Les raisonnemens fondés sur des observations légeres & superficielles n'iroient pas plus loin. Mais M. du Hamel a observé que les Plantes Aquatiques profitent des Pluyes, aussi bien que les Terrestres. C'est un fait dont

* V. les M. p. 494.

dont il s'eſt bien aſſuré, & cela dérange tout ce qui vient d'être dit. Les Plantes Aquatiques, du moins celles qu'on ſuppoſe toujours couvertes d'eau, n'en manquent jamais, & leur tranſpiration doit être toujours égale.

Il y a plus, & c'eſt-là le plus remarquable. La Pluye n'eſt abſolument néceſſaire ni aux Plantes aquatiques, ni aux terreſtres, pour l'effet dont il eſt queſtion; la ſeule menace de Pluye ſuffit, c'eſt-à-dire un tems couvert & orageux. Il s'agit d'expliquer cette difficulté, qu'on ne s'étoit point encore propoſée: la Phyſique qui ne peut s'éclaircir que par les obſervations, demande de nouveaux éclairciſſemens à meſure qu'il ſe fait des obſervations nouvelles. Nous ne dirons rien de quelques idées par où M. du Hamel a paſſé ſelon l'ordinaire, & qui ne l'ont pas ſatisfait; nous n'expoſerons que celle à laquelle il s'eſt arrêté, comme à la plus vraiſemblable.

La vie des Animaux conſiſte dans la dilatation & la contraction ſucceſſives du Cœur: c'eſt ce mouvement alternatif qui donne aux liqueurs toute la force néceſſaire pour pénétrer dans les Canaux les plus éloignés du Cœur, les plus étroits, les plus tortueux. Il ne paroît pas être dans les Plantes; il faut cependant, puiſqu'elles vivent & ſe nourriſſent, qu'il y ſoit, quoique moins égal, moins régulier, moins meſuré que dans les Animaux. Il ne pourra venir que de l'Air, très ſuſceptible de raréfaction, & de condenſation, que les Plantes reçoivent par ces Trachées, qu'a découvertes M. Malpighi. Dans les Plantes où elles ſont viſibles, elles ſont

ſont répandues par-tout; au-lieu que les Poûmons des Animaux, du moins de ceux qu'on appelle les parfaits, n'occupent qu'une petite partie de leur corps: ainſi les Plantes prennent plus d'air à proportion. Cet Air qu'elles ont pris, non-ſeulement anime la Sève comme il anime notre Sang; mais quand il ſe raréfie, il la pouſſe vers l'endroit de la moindre réſiſtance; & quand il ſe condenſe, il l'oblige à couler dans les eſpaces qu'il a quittés. En même tems le cotton ou le duvet très fin, qui revêt intérieurement les tuyaux des Plantes, & qui eſt viſible dans quelques-unes, empêche le reflux de la Sève, & fait l'office des Valvules Animales. Une raréfaction de l'Air, qui ne varie point, tient la Plante dans un même état, & il en va de même d'une condenſation toujours égale; alors le mouvement de la Sève eſt lent & pareſſeux, tout l'intérieur de la Plante n'eſt point aſſez ſecoué, ni aſſez agité. Mais quand la raréfaction & la condenſation de l'Air ſe ſuccedent, la Sève, outre qu'elle eſt hâtée par ces mouvemens contraires de ſe diſtribuer par-tout, eſt encore plus briſée, plus atténuée, plus propre à nourrir la Plante; & cet effet eſt d'autant plus grand, que la raréfaction & la condenſation ſe ſuccedent plus promptement, & à un plus grand nombre de repriſes. La Plante en croît plus vîte, & profite davantage.

Les differens degrés de la raréfaction de l'Air font des changemens dans la conſtitution de l'Atmoſphere, & l'on ſait que ces changemens ſe font ſentir juſque dans les

Eaux;

Eaux; ainſi, ce qui de ce côté-là eſt favorable aux Plantes terreſtres, l'eſt auſſi aux aquatiques.

Une Pluye qui refroidit l'Air après un tems chaud, eſt ce changement favorable: mais il ne tient pas uniquement à une Pluye, c'eſt aſſez que le tems ſe refroidiſſe ou même s'échauffe, comme il arrive ſouvent quand le Ciel ſe couvre; car il ne faut qu'un changement, & plus les changemens ſont fréquens, ou ſe ſuivent de près, ce qui arrive aſſez dans les tems d'orage, plus l'effet eſt avantageux. De-là vient que les Saiſons naturellement les plus variables, le Printems, & le commencement de l'Automne, ſont celles où les Plantes ont un plus prompt accroiſſement. Elles languiſſent dans une Saiſon trop égale; & celles qui ſont dans des Cloches ſur des Couches de fumier, ſeroient dans le cas de cet inconvénient, ſi de tems en tems on ne leur donnoit de l'Air, qui les refroidit.

Cette Phyſique une fois connue & bien averée, pourra être d'uſage pour la culture des Plantes, pour les arroſemens, par exemple, dont on règlera les tems par rapport aux plus grands changemens qu'ils pourront operer dans l'Air que les Plantes renferment. Ce n'eſt pas cependant que ce nouveau principe de M. du Hamel ne doive ſe combiner avec d'autres auxquels il faudra avoir égard. Un excellent Jardinier ſeroit un bon Phyſicien.

SUR

SUR L'ALTERATION DE LA COULEUR

des Pierres & des Plâtres des Bâtimens. *

QUAND on voit que les Pierres des Bâtimens, qui d'abord étoient d'un blanc agréable à ſa vue, ſont devenues avec le tems griſes ou noires, il eſt aſſez naturel de penſer que l'Air & les Pluyes ont produit ce changement de couleur, & de s'en tenir là. Si on obſerve de plus que dans les grandes Villes ce changement eſt plus prompt & plus grand que dans les petites Villes, ou dans les Campagnes où les Bâtimens ſont iſolés, alors il faut recourir à une autre cauſe que l'Air & les Pluyes, ou leur en joindre une autre; & ce feront les fumées, les vapeurs, les impuretés de l'air des grandes Villes. Un ſi petit ſujet ne paroîtra pas mériter un plus long examen.

On ſeroit cependant encore bien loin de la véritable cauſe, trouvée par M. de Reaumur, & il n'en faudroit pas davantage pour prouver, s'il en étoit beſoin encore aujourd'hui, qu'il n'y a point de petits ſujets en Phyſique, & qu'il faut employer par-tout la plus fine obſervation. Ce ſont des Plantes nées ſur les Pierres, ou ſur les Plâtres, qui en alterent principalement la couleur.

Des eſpeces de Plaques, ou jaunes, ou gri-

* V. les M. p. 259.

grises, ou verdâtres, &c. qu'on voit sur l'écorce des Arbres, dont elles suivent la figure & le contour dans une certaine étendue plus ou moins grande, sont reconnues par tous les Botanistes pour de véritables Plantes, qu'ils appellent des Lichen *. Il en nait jusque sur les Pierres, & quelquefois les Tuiles & les Ardoises des Toits en sont couvertes. Cette Plante n'a point de fleur, mais beaucoup de semence très fine. M. de Reaumur en observant les differentes grandeurs des Lichen, soit dans les differentes circonstances, soit dans les differentes especes, car il y en a un grand nombre, en a trouvé de si petits, qu'il a cru pouvoir supposer légitimement des Lichen, qui ne seroient que comme des points, & qui naitroient sur les Pierres des Bâtimens. Leurs semences auroient été aisément portées ou par les Vents, ou par les eaux de Pluye, qui auroient coulé des Toits.

Une preuve que ces petits points ne sont pas ou de la poussiere, ou des particules de fumée & de suye, &c. c'est qu'en les touchant avec un doigt mouillé, ni on ne les dissout, ni on ne s'y salit. Ils paroissent de petits corps organisés, & sur-tout au Microscope.

Ils sont les uns gris, les autres d'un verd noirâtre ou brun. Les gris sont ceux qui se reconnoissent le plus surement pour des Lichen, à cause de la couleur, & ils alterent moins la couleur des Pierres que les bruns.

Ils

* V. l'Hist. de 1713. p. 56.

Ils l'alterent d'autant plus les uns & les autres, qu'ils ſont en plus grand nombre, & laiſſent moins d'intervalles où le blanc de la Pierre ſe faſſe appercevoir.

Les taches qu'ils y forment doivent naturellement être irrégulieres. M. de Reaumur a vu une Muraille toute chamarrée du haut en bas de traits noirs, longs de 4 à 5 pouces, & larges de 7 à 8 lignes, poſés ſelon toutes les inclinaiſons par rapport à l'Horizon, horſmis qu'il n'y a aucun de ces traits qui lui ſoit parallele. Cela s'accorde aſſez bien avec l'idée qu'une eau de pluye, qui tomboit du Toit, chargée de ſemences de Lichen bruns, aura été repouſſée par le Vent contre la Muraille, où elle ſe ſera partagée en pluſieurs petits courans, dont aucun n'aura pu en effet être parallele à l'Horizon.

Il n'y a preſque pas lieu de douter que les differens Climats, la differente nature des Pierres, les expoſitions des Murs, ne ſoient plus ou moins favorables à la génération des Lichen; M. de Reaumur croit même qu'il peut y avoir de la difference à cet égard entre les parties d'une même Pierre, qui n'auront pas, pour ainſi dire, le même degré de maturité. Mais tout cela demanderoit une longue ſuite d'expériences, qu'on ne peut attendre que du tems.

Ce qui ſeroit encore plus néceſſaire, ce ſeroit un moyen de prévenir la génération de ces Lichen, car on procureroit un grand ornement aux Villes, ſi on en pouvoit conſerver les Bâtimens dans leur blancheur naturelle. M. de Reaumur a vu entre Saumur

&

& Amboise de vieux Bâtimens qui paroissoient neufs par la couleur; c'est le bienfait de quelque accident, & il faudroit tâcher de s'en ménager un pareil, en trouvant quelque enduit de peu de prix, qui préservât les Pierres des Lichen. M. de Reaumur ne connoit encore que l'enduit de chaux. La curiosité des Physiciens, ou l'interêt, acheveront peut-être l'ouvrage. C'est déja un grand pas que de connoitre une cause.

OBSERVATION BOTANIQUE.

ON sait que la Sensitive est *héliotrope*, c'est-à-dire que ses rameaux & ses feuilles se dirigent toujours vers le côté d'où vient la plus grande lumiere; & l'on sait de plus qu'à cette proprieté qui lui est commune avec d'autres Plantes, elle en joint une qui lui est plus particuliere: elle est Sensitive à l'égard du Soleil ou du jour, ses feuilles & leurs pédicules se replient & se contractent vers le coucher du Soleil, de la même maniere dont cela se fait quand on touche la Plante, ou qu'on l'agite. Mais M. de Mairan a observé qu'il n'est point nécessaire pour ce phénomene qu'elle soit au Soleil ou au grand air, il est seulement un peu moins marqué lorsqu'on la tient toujours enfermée dans un lieu obscur, elle s'épanouït encore très sensiblement pendant le jour, & se replie ou se resserre régulierement le soir pour toute la nuit. L'expérience a été faite sur la fin de l'Eté,

l'Eté, & bien répétée. La Sensitive sent donc le Soleil, sans le voir en aucune maniere; & cela paroît avoir rapport à cette malheureuse délicatesse d'un grand nombre de Malades, qui s'apperçoivent dans leurs Lits de la difference du jour & de la nuit.

Il seroit curieux d'éprouver si d'autres Plantes, dont les feuilles ou les fleurs s'ouvrent le jour, & se ferment la nuit, conserveroient comme la Sensitive cette proprieté dans des lieux obscurs; si on pourroit faire par art, par des fourneaux plus ou moins chauds, un jour & une nuit qu'elles sentissent; si on pourroit renverser par-là l'ordre des phénomenes du vrai jour & de la vraye nuit, &c. Mais les occupations ordinaires de M. de Mairan ne lui ont pas permis de pousser les expériences jusque-là, & il se contente d'une simple invitation aux Botanistes & aux Physiciens, qui pourront eux-mêmes avoir d'autres choses à suivre. La marche de la véritable Physique, qui est l'Expérimentale, ne peut être que fort lente.

M. Marchant a lu la Description
De l'*Althoea* Diosc. & Plin. C. B. Pin. 315. *Guimauve*, avec la Critique des Auteurs Botanistes sur cette Plante.

De la *Mitella Americana, florum petalis fimbriatis*. Inst. Rei Herb. 242.

Ou de la *Sanicula*, seu *Cortusa Americana, altera, flore minuto, fimbriato*, Hort. Reg. Par.

GEO-

GEOMETRIE.

SUR LES LIGNES DU IIIme ORDRE OU COURBES DU SECOND. *

C'A été une excellente idée, & d'une utilité inestimable à toute la Géometrie, que celle de Descartes, d'exprimer la nature des Courbes par des Equations Algébriques. Par-là tout devient calculable; & ce que l'on n'auroit eu que par un grand nombre de comparaisons très pénibles de lignes entassées les unes sur les autres, à la maniere des Anciens, on le trouve sans peine, c'est-à-dire avec une peine beaucoup moindre, par de simples calculs. Ces Equations sont fondées sur ce que l'on conçoit les Courbes comme des suites de points qui sont les extrémités de lignes droites, ou Ordonnées, toutes paralleles entre elles, & toutes tirées d'une même droite ou Diametre ou Axe commun, dont les differentes parties correspondantes aux differentes Ordonnées s'appellent Abscisses; le rapport constant & perpétuel des Abscisses aux Ordonnées, détermine la nature, & constitue l'Equation de chaque Courbe. Cette forme fut d'abord appliquée aux quatre Sections Coniques, dont on vit que l'Equation ne passoit pas le second

* V. les M. p. 272.

cond degré, & l'on s'apperçut bien vîte que la ligne droite elle-même étoit ſuſceptible de la même forme, & que ſon Equation étoit renfermée dans le premier degré. En effet, ſi l'on conçoit une droite diviſée en un nombre quelconque de parties égales, & que de chaque point de diviſion il parte des Ordonnées paralleles qui ſoient en progreſſion arithmetique, la ligne qui paſſera par les extrémités de toutes ces Ordonnées ne ſera qu'une droite, dont la nature ſera exprimée par une Equation où le rapport conſtant des Abſciſſes aux Ordonnées ſera toujours le rapport ſimple d'une ligne donnée à une autre donnée. Mais s'il s'agiſſoit d'une Parabole, par exemple, où les Abſciſſes ſont, non comme les Ordonnées, mais comme leurs quarrés, il faudroit que l'Equation, où ces quarrés entreroient néceſſairemeut, montât au ſecond degré.

On voit aſſez par-là comment les Courbes ou leurs Equations peuvent monter à tous les degrés ſupérieurs, lorſque les Abſciſſes ſeront comme les Cubes, comme les quatriemes puiſſances, &c. des Ordonnées; & même il n'eſt nullement néceſſaire que les Abſciſſes ſimples ſoient toujours comparées à des Ordonnées élevées à des puiſſances, les quarrés des Abſciſſes peuvent avoir le même rapport que les cubes des Ordonnées, &c. Toutes les combinaiſons poſſibles de ces differentes puiſſances ſeront également admiſes. Il faut même remarquer que le produit d'une ſimple Abſciſſe par une ſimple Ordonnée, feroit le même effet que le quarré

de

de l'une & de l'autre, & rendroit également l'Equation du second degré. Ce sera la même chose à proportion pour les produits plus composés.

On peut donc imaginer toutes les Lignes comme distribuées en differens *ordres* ou *genres* selon le degré de leur Equation, qui s'élevera toujours. La ligne droite sera seule le premier ordre. Les quatre Sections Coniques feront le second. Les Courbes, dont l'Equation montera au troisieme degré, feront le troïsieme ordre, &c. Si on ne veut pas compter la ligne droite, qui effectivement ne paroît gueres mériter une Equation, les Sections Coniques seront les lignes du premier ordre, &c.

Ces Sections ont été extrêmement maniées par tous les Géometres: mais comme ils cherchent des sujets nouveaux, & que l'ardeur de découvrir augmente à mesure que les Méthodes extrêmement perfectionnées promettent plus de découvertes, on a songé aux lignes du troisieme ordre, ou Courbes du second. On en connoissoit déja quelques-unes, les deux Paraboles cubiques, par exemple; mais il en restoit un nombre beaucoup plus grand auxquelles personne n'avoit touché, ni même pensé. M. Newton est le premier qui en a donné un dénombrement, quoique sans démonstration; & c'étoit déja un grand pas de fait dans cette Théorie, que d'avoir trouvé quelles étoient toutes les Courbes comprises dans ce second ordre. Après M. Newton deux habiles Anglois ont traité ce sujet, mais ils ne l'ont pas épuisé; & M.

Nicole a cru qu'il lui reſtoit encore beaucoup, ſoit à éclaircir, ſoit à découvrir. Comme il a été obligé d'entrer dans les labyrinthes les plus embarraſſans du Calcul, & dans les applications les plus pénibles de l'Algebre à la Géometrie, nous ne le ſuivrons pas juſque-là, & nous nous contenterons de donner quelques idées générales, & quelques connoiſſances préliminaires, ſuffiſantes pour ceux qui ne veulent pas aller ſi loin, ou utiles à ceux qui voudront s'y préparer.

Il eſt reçu chez tous les Géometres, qu'une ligne droite peut couper une ligne d'un ordre quelconque en autant de points que l'Equation de la ligne coupée a de degrés. Ainſi une droite ne peut couper une droite qu'en un point, parce que l'Equation de la droite n'eſt que du premier degré. L'Equation du Cercle, de l'Ellipſe, de la Parabole & de l'Hyperbole étant du ſecond degré, une droite poſée comme on voudra, qui les coupe en un point, les coupera encore néceſſairement en un autre. Si l'on ſe repréſente la premiere Parabole cubique, qui a une inflexion au point où elle part de ſon axe pour aller & au-deſſus & au-deſſous par deux branches contrairement poſées, on verra ſans peine qu'une droite qui coupera la branche ſupérieure en deux points, coupera auſſi l'inférieure en un troiſieme point ſeulement, & réciproquement ; auſſi l'Equation de cette Courbe eſt-elle du troiſieme degré. Il en eſt de même de la ſeconde Parabole cubique, qui au point où elle part de ſon axe, ſe rebrouſſe, & ſe partage en deux branches toutes

deux

deux au-dessus de l'axe, & dont les convexités se regardent; une droite qui coupera l'une des deux branches en deux points, coupera aussi l'autre en un troisieme.

En général, il faut donc que la Courbe prenne toutes les positions differentes, tous les contours qui lui sont nécessaires pour être coupée par une droite autant de fois qu'elle a de degrés dans son Equation. Il faut que selon ce nombre déterminé elle revienne rencontrer autant de fois cette droite dont la position est unique & invariable; & l'on voit assez par-là combien doit être bizarre en apparence la forme d'une Courbe dont le degré sera un peu élevé.

Il est constant pareillement qu'une Ordonnée d'une Courbe doit la rencontrer en autant de points que son Equation a de degrés. Toute Ordonnée d'un Cercle, d'une Ellipse, &c. prolongée, s'il en est besoin, les rencontre en deux points. On pourroit croire d'abord qu'une Ordonnée quelconque de la premiere ou de la seconde Parabole cubique ne les rencontre pas en trois points selon cette Règle, mais en un seulement, car une Ordonnée tirée au-dessus de l'axe à la premiere de ces deux Paraboles ne la rencontre qu'en un point; il est vrai qu'une autre Ordonnée égale tirée au-dessous de l'axe rencontrera la Courbe en un autre point, mais ni ces deux Ordonnées égales ne sont la même, ni il n'y a trois points de rencontre. On diroit la même chose de la seconde de ces Paraboles. Cette difficulté n'est qu'apparente. Nous venons de faire voir qu'une droite couperoit

chacune de ces Paraboles en trois points, or cette droite peut être une Ordonnée. Il est vrai qu'alors les Ordonnées ne partiront pas de l'axe qu'on avoit posé d'abord pour y rapporter la Courbe, mais il n'importe à quelle droite prise pour axe ou diametre on rapporte les Courbes. Nous considerions ces deux Paraboles de la maniere la plus simple & la plus naturelle, mais toutes les autres manieres possibles de les considerer seront également legitimes; seulement il arrive que quand on ne prend pas la plus naturelle & la plus simple de toutes, les Equations des Courbes deviennent plus composées & plus compliquées, plus difficiles à débrouiller, mais sans sortir jamais du degré prescrit par leur nature. C'est dans cet état le plus compliqué qu'il les faut prendre, lorsqu'on veut les avoir dans la plus grande généralité possible.

La raison essentielle qui fait qu'une Courbe du second degré, par exemple, doit avoir des Ordonnées qui la rencontrent en trois points, c'est que le cube des Ordonnées entrera dans l'Equation; or tout cube Algébrique a trois racines qui l'ont pu former, ou, ce qui est le même, toute Equation qui va au cube peut être résolue par trois racines. Le cube de chaque Ordonnée en donne donc, en produit trois, qui ne peuvent être Ordonnées sans rencontrer chacune la Courbe. Ainsi dans le second ordre on trouvera que d'un même point de l'axe ou diametre il part trois Ordonnées differentes, qui par conséquent ne répondent qu'à une même Abscisse.

On

On dira la même chose à proportion des ordres supérieurs.

On sait assez ce que c'est que des Abscisses ou Ordonnées positives ou négatives, qui déterminent le cours de la Courbe soit d'un côté ou de l'autre du point qu'on a pris pour son origine, soit au-dessus ou au-dessous de l'axe ou diametre auquel on la rapporte. Ces mêmes grandeurs sont encore plus à considerer quand elles deviennent imaginaires, quand elles ne sont ni ne peuvent être. Alors la Courbe manque dans toute l'étendue qu'elles déterminent; mais comme ces grandeurs peuvent redevenir réelles, alors aussi la Courbe renaît après une certaine interruption de son cours. Cela produit des branches de Courbes tout à fait détachées les unes des autres, & qui aux yeux paroissent jettées çà & là comme au hazard. Elles ont cependant par des grandeurs imaginaires une liaison & une continuité secrete. Dès les Courbes du premier ordre on en voit un exemple dans l'Hyperbole commune, ou plutôt dans les deux Hyperboles opposées rapportées à leur axe traversant. Elles ont toutes deux, chacune depuis son sommet, des Ordonnées tant positives que négatives sur toute l'étendue infinie de cet axe de part & d'autre; mais sur son étendue finie comprise entre les deux sommets elles ne pourroient avoir que des Ordonnées imaginaires, & c'est pourquoi il n'y a point là de Courbe, mais une espece de vuide qui sépare les deux Hyperboles, ou plutôt coupe la même en deux, car elles ne sont au fond que la même. Dans les

les Courbes plus élevées que l'Hyperbole ordinaire, les effets des Ordonnées imaginaires sont toujours plus frappans & plus bizarres en apparence. Il est bon de remarquer que non-seulement on voit jusqu'où s'étend le cours de ces grandeurs qui ne peuvent être, mais qu'on voit quelles elles seroient si elles étoient, & qu'on peut leur déterminer *un plus grand ou un plus petit*, comme aux grandeurs réelles. Ainsi dans les deux Hyperboles dont nous venons de parler, les Ordonnées imaginaires seroient croissantes depuis chaque sommet jusqu'à celle qui partiroit du centre des Hyperboles & seroit la plus grande de toutes. Ces phénomenes de la Grandeur, pour ainsi dire, auroient-ils jamais été prévus ou devinés? Sans doute la seule expérience du Calcul les a fait connoitre, & l'on a dû avoir quelque peine à l'en croire.

La ligne droite, soit axe ou diametre, à laquelle on rapporte une Courbe, étant conçue divisée en un nombre infini, s'il le faut, de parties finies égales, elle représentera par ses Abscisses prises depuis son origine, & toujours croissantes, la suite naturelle des Nombres, 1, 2, 3, &c. & les Ordonnées correspondantes représenteront aussi, ou seront des nombres. Ainsi dans la Parabole ordinaire les Ordonnées seront toutes les Racines quarrées des nombres naturels, dans l'Hyperbole rapportée à une Asimptote ce seront tous les nombres naturels réduits en fractions, qui auront 1 pour numérateur, &c. car cela a été traité avec assez d'étendue dans les *Elémens de la Géometrie de l'Infini*.

Mais

Mais quoique l'axe ou diametre d'une Courbe quelconque demeurant toujours le même & divisé de la même maniere, les Ordonnées doivent être aussi des nombres, il ne faut pas s'attendre que dans des Courbes d'un degré élevé ce soient des nombres si simples. Ils seront beaucoup plus composés; de plus ils ne formeront pas des suites uniformes, c'est-à-dire, toujours croissantes ou décroissantes, mais des suites qui tantôt iront à Zero, & puis croîtront, tantôt à *un plus grand*, & puis décroîtront, &c. Enfin ils formeront differentes suites distinctes, qui pourront même ne partir pas d'une même origine, qui se croiseront, s'entrelasseront, se combineront de differentes manieres.

En voilà assez pour préparer ceux qui n'ont que l'habitude des Courbes les plus simples, à en voir de plus composées & plus surprenantes par leur forme & par leurs contours. Elles le sont dès le second ordre, qui est le seul que M. Nicole traite ici, sur-tout quand on les prend, comme il a fait, dans une Equation générale qui les renferme toutes, parce qu'on y met tout ce qui peut jamais y entrer. Il ne peut qu'à force de calcul construire cette Equation si vaste, & en suivre toutes les parties jusque dans leurs derniers details. Mais aussi ce travail une fois fait, on n'aura plus qu'à simplifier l'Equation générale en supposant nuls quelques-uns de ses termes, quelques branches de la premiere Courbe disparoîtront, & on en verra naître d'autres en sa place moins compliquées

ſelon les differentes ſuppoſitions qu'on aura faites.

Ces Courbes ont ſouvent des branches infinies, qui vont de differens côtés. M. Newton les a diſtinguées en deux eſpeces, la Parabolique, & l'Hyperbolique. Les branches infinies de l'eſpece Hyperbolique ont une Aſimptote droite, celles de l'eſpece Parabolique n'en ont point. Cela ſe diſtingue aiſément & par le calcul, & par la nature ſeule de la choſe, car les unes & les autres ont une Tangente à leur extrémité infiniment éloignée; mais dans l'eſpece Hyperbolique cette Tangente part d'une diſtance finie par rapport à l'origine de la Courbe ou de la branche, & dans l'eſpece Parabolique elle part d'une diſtance infinie. On le voit à l'œil dans la Parabole & l'Hyperbole communes.

Mais il y a quelque choſe de particulier pour l'eſpece Hyperbolique. Dans l'Hyperbole commune les Aſimptotes lui ſont toujours extérieures, mais dans une Courbe du ſecond ordre une Aſimptote lui peut être intérieure, & s'il y a, comme il arrive ſouvent, deux branches de cette eſpece, qui aillent du même côté, la Courbe ſera *circonſcrite* à ſes deux Aſimptotes, au-lieu qu'elle leur ſeroit *inſcrite*, ſi à la maniere ordinaire elles lui étoient toutes deux extérieures. Que ſi l'une lui eſt intérieure, l'autre extérieure, M. Newton nomme cette Courbe *Hyperbole ambigene*.

La Courbe conſtruite par M. Nicole eſt un aſſemblage de quatre Courbes partiales, de

trois

trois especes d'Hyperboles, l'une inscrite, l'autre circonscrite, & la troisieme ambigene, & d'une petite Ovale, tout cela assez détaché, sur-tout l'Ovale, qui est isolée dans un assez grand espace vuide. On reconnoit toujours à la vue même que la Courbe totale appartient au second ordre, car on peut toujours tirer une droite qui la rencontrera en trois points par quelques-unes de ses differentes parties, tantôt d'une façon, tantôt d'une autre. C'est dans ces cas compliqués, & plus encore dans ceux qui le seroient davantage, que l'application de l'Algebre à la Géometrie, dont on a pu d'abord être surpris, devient d'une exactitude & d'une précision presque incroyable.

SUR QUELQUES AFFECTIONS DES COURBES. *

RIEN n'est si sensible dans une Courbe tracée sur le papier, que ses Inflexions & ses Rebroussemens, quand elle en a; ce sont les changemens les plus marqués, qu'il soit possible, ou de son contour, ou de son cours par rapport à son axe; & le Paradoxe, qu'une Courbe puisse avoir des Inflexions ou des Rebroussemens invisibles, doit être assez surprenant. Il est cependant vrai, & M. de Maupertuis en a démontré la vérité, & expliqué la nature. Nous ne parlerons d'abord que

* V. les M. p. 393.

que des Inflexions, un peu plus ſimples que les Rebrouſſemens, quoique ces deux ſortes d'*affections* ſoient extrêmement analogues, & à tel point que la même formule algébrique donne l'une & l'autre également.

Une Courbe peut avoir deux Inflexions, l'une après l'autre: elle aura été d'abord concave, ſi l'on veut, vers ſon axe, elle y ſera enſuite convexe, & enfin redeviendra concave pour la ſeconde fois. Et il eſt bon de marquer dès à préſent de quel ordre elle deviendra par cette ſeule ſuppoſition. Les quatre Sections Coniques, qui ſont les ſeules Lignes du ſecond ordre, ou Courbes du premier, & qui n'ont ni inflexion, ni rebrouſſement, ne peuvent être coupées par une droite qu'en deux points. Dès qu'une Courbe a une inflexion, elle peut être coupée en deux points dans ſon arc ſoit concave, ſoit convexe, & en un point dans l'autre arc. Par-là elle monte au ſecond ordre des Courbes. Si elle a deux inflexions, il eſt viſible qu'elle ſera coupée en quatre points, & montera au quatrieme ordre des Lignes, ou, ce qui eſt le même, au troiſieme des Courbes. Il ne s'agit ici que de Courbes de cet ordre.

Cette Courbe, qu'on a ſuppoſée à deux inflexions, & d'abord concave vers ſon axe, a un arc convexe poſé entre les deux concaves. Le ſecond de ces deux concaves remet la Courbe dans la même poſition générale où elle étoit par le premier, & ſi de plus ils étoient tels qu'une certaine étendue de la Courbe, où ſeroit compris l'arc convexe, étant ſupprimée, une portion reſtante du ſecond

arc

arc concave pût être la continuation d'une portion du premier, il eſt certain que par cette ſuppreſſion la Courbe perdroit ſes deux inflexions, & toutes les marques de les avoir eues, & n'auroit plus qu'un cours uniforme. Or l'Equation de la Courbe peut être telle que l'on y pourra faire cette ſuppreſſion en égalant certaines grandeurs à Zero; & comme tout ce que l'Equation permet doit être admis, la Courbe aura donc pris alors un cours uniforme. Cependant elle n'aura pas perdu, ni n'aura pu perdre ſa premiere nature ſelon laquelle elle avoit deux inflexions, & il faudra concevoir qu'elles ſe feront infiniment rapprochées, & ſeront devenues inviſibles, faute d'avoir entre elles l'arc convexe qui les ſéparoit. La Courbe aura toujours les deux inflexions *en puiſſance*, pour ainſi dire, parce qu'elle aura réellement les deux points dont l'eſſence eſt de cauſer l'inflexion.

Pour concevoir cela encore plus diſtinctement, il faut ſe repréſenter les trois arcs, le concave, le convexe, & le ſecond concave, tous trois dans leur premiere étendue naturelle. Si l'un des trois, le premier, par exemple, eſt coupé par une droite en deux points, comme un arc de Cercle par ſa corde, & que cette Sécante ait un mouvement par lequel elle s'approche toujours du ſommet de l'arc en diminuant de grandeur au dedans de l'arc, les deux points d'interſection ſe rapprocheront toujours l'un de l'autre, & enfin deviendront infiniment proches; & comme ils auront toujours été ſur une même droite,

ils seront encore sur une droite infiniment petite dont ils détermineront la position, cette petite droite sera le côté infiniment petit de l'arc à son sommet, & la Sécante sera devenue par conséquent Tangente. Il est aisé d'imaginer que dans chacun des deux autres arcs supposés une Sécante sera pareillement devenue Tangente, & qu'ils auront chacun à leur sommet un petit côté qui sera partie de leur Tangente particuliere.

Si l'on suppose présentement que les sommets ou les trois côtés que nous avons déterminés dans ces trois arcs, se rapprochent infiniment, & viennent se poser exactement bout à bout sur une même ligne droite, les deux inflexions sensibles qui se faisoient auparavant dans le passage du premier arc concave à la convexité, & du convexe à la concavité, ne paroîtront plus à l'œil: cependant puisque l'inflexion vient d'une position exacte de petits côtés de la Courbe en ligne droite, ce qui faisoit l'essence des deux inflexions sera conservé.

Il peut rester un scrupule. Une inflexion unique ou simple se fait par deux côtés exactement posés bout à bout en ligne droite, par conséquent il semble que deux inflexions infiniment rapprochées doivent se faire par quatre côtés, & nous n'en avons mis ici que trois. Mais il faut faire attention que puisque deux côtés font une inflexion, trois conditionnés de même ne peuvent pas n'en faire qu'une, & que par conséquent ils en font deux. Il seroit donc inutile qu'il y eût quatre côtés, & les deux inflexions étant infiniment rap-

rapprochées ou le plus qu'il eſt poſſible, il n'y faut concevoir que ce qui eſt abſolument néceſſaire.

Quand la Courbe avoit ſes deux inflexions diſtinctes & ſéparées par quelque intervalle, il eſt viſible qu'elle ſerpentoit par rapport à une droite qui auroit coupé les trois arcs, c'étoit une eſpece de Caducée; mais la ſuppreſſion de l'arc convexe poſé entre les deux concaves, ayant fait diſparoître ce *ſerpentement*, on ne laiſſe pas de concevoir, ou qu'il ſe fait encore dans un eſpace infiniment petit, ou que du moins c'eſt là où eſt arrivé ce qui le fait diſparoître: & M. de Maupertuis appelle point de *ſerpentement*, ce point où ſe réuniſſent les deux inflexions devenues inſenſibles.

La Tangente de la Courbe en ce point a donc trois côtés communs avec la Courbe. Si elle n'en avoit qu'un de commun, & qu'elle fût ſimple Tangente, comme toutes celles des Sections Coniques, le point d'attouchement vaudroit deux points d'interſection, autant qu'il peut y avoir d'Ordonnées, qui répondent à un côté. Et comme à deux côtés répondent trois Ordonnées, & quatre à trois, l'attouchement au point de ſerpentement vaut donc quatre points d'interſection. Or la Courbe dont il s'agit ici étant Courbe du troiſieme ordre, ou Ligne du quatrieme, une droite la peut rencontrer en quatre points, & non en un plus grand nombre. La Tangente au point de ſerpentement, qui à l'œil ne rencontre la Courbe qu'en un point, ne peut donc plus la ren-

con-

contrer en aucun autre point, elle a épuisé toute la faculté, tout le droit qu'elle avoit: & de-là M. de Maupertuis tire cette Remarque générale, que si une droite qui auroit dû rencontrer une Courbe dans le nombre de points prescrit par l'ordre de la Courbe, ne le fait pas, il faut qu'elle passe par quelque point où se fasse une réunion, une confusion pareille à celle dont on vient de parler, au moyen de quoi elle satisfait à la Règle. Une Courbe qui paroîtra simple étant tracée sur le papier, on la reconnoîtra à cette marque pour composée.

La formule algébrique trouvée par M. de Maupertuis pour déterminer le point de serpentement, consiste à differentier deux fois de suite la difference des Ordonnées; & voici une sorte de démonstration qu'on en peut donner sans calcul, & par la nature même de la chose. Dans la suppression qui se fait ici, une portion finie de la Courbe devient infiniment petite; ou, ce qui est le même, les élémens ou petits côtés de cette portion, qui étoient du premier ordre d'infiniment petit, deviennent du second; les trois côtés qui font l'inflexion invisible sont donc, ou peuvent être censés de cet ordre, & c'est ce que les *Elémens de la Géometrie de l'Infini* ont marqué expressément qui pouvoit arriver dans l'Inflexion & dans le Rebroussement. D'ailleurs il a été prouvé dans le même Livre, que quand les côtés d'une Courbe baissoient d'ordre, les autres grandeurs, qui doivent être du même ordre, comme les Differences des Ordonnées, en baissoient pareil-

pareillement. Or M. le Marquis de l'Hôpital a démontré que pour avoir le point d'Inflexion ou de Rebrouſſement, il faut égaler à Zero ou à l'Infini la Difference ſeconde des Ordonnées. Cela eſt pour les Inflexions viſibles & ordinaires. Mais ici où les côtés de la Courbe ſont du ſecond ordre, & par conſéquent auſſi les Differences premieres des Ordonnées, la Difference ſeconde eſt du troiſieme, c'eſt-à-dire, que pour l'avoir il faut differentier deux fois de ſuite la Difference premiere, & operer ſur cette nouvelle grandeur.

La Théorie des Inflexions inviſibles bien conçue conduit à celle des Rebrouſſemens pareillement inviſibles. Si une Courbe a deux rebrouſſemens actuels conſécutifs, tels qu'une certaine étendue de la Courbe, qui les comprendra, étant ſupprimée, la Courbe reprenne exactement la même direction de cours qu'elle avoit d'abord; & ſi l'Equation permet cette ſuppreſſion, il faudra concevoir les deux points de rebrouſſement infiniment rapprochés, & comme un point de rebrouſſement, ce ſont deux côtés de la Courbe exactement poſés l'un ſur l'autre, ou plutôt l'un à côté de l'autre, il y aura trois côtés conſécutifs qui auront cette poſition, par la même raiſon que les deux inflexions n'en demandent que trois.

Mais il y a ici un cas qui mérite d'être plus expliqué, c'eſt celui où l'inflexion ſe complique avec le rebrouſſement. Dans les rebrouſſemens les plus ordinaires, la branche rebrouſſante ne laiſſe pas de continuer ſon cours

cours vers la même extrémité de l'axe, vers laquelle la premiere branche avoit pris le ſien; ſeulement la Courbe, qui, par exemple, deſcendoit vers l'axe, remontera. Alors les convexités des deux branches ſe regardent l'une l'autre. Mais il peut arriver auſſi que la branche rebrouſſante prenne ſon cours vers la même extrémité de l'axe d'où la premiere étoit partie, & que de plus la concavité de la branche rebrouſſante regarde la convexité de la premiere, qu'on ſuppoſe toujours avoir été concave vers l'axe. C'eſt dans ce ſecond cas que ſe font les rebrouſſemens que M. de l'Hôpital appelle de *la ſeconde ſorte*, & nous allons faire voir qu'une inflexion s'y complique avec un rebrouſſement.

Que l'on conçoive une Courbe qui ſe contourne pour l'inflexion; ſi l'on veut que ſa 2de branche, qui ſera convexe vers l'axe, & qui continuera ſon cours vers la même extrémité de l'axe que la 1re, rebrouſſe vers l'autre extrémité ſans ſouffrir aucun autre changement, il eſt aiſé de voir qu'elle ſe poſera de façon par rapport à la 1re que par ſa concavité elle en regardera la convexité. C'eſt l'inflexion qu'elle alloit ſubir, qui lui donne cette poſition, lorſqu'elle ſubit le rebrouſſement au-lieu de l'inflexion. Or on ſe convaincra ſans peine que cette idée n'eſt point applicable au 1er cas de rebrouſſement, que, par exemple, la branche rebrouſſante & remontante, dont la convexité regarde la convexité de l'autre, ne pouvoit être deſtinée à ſubir l'inflexion, puiſque ſa concavité

ou

ou convexité étoit posée comme celle de la 1re branche.

Il faut que ce point, où l'inflexion en puissance se complique avec le rebroussement actuel, porte le caractere de ces deux affections; & c'est ce qui se trouvera, si l'on conçoit que de la branche destinée à l'inflexion & rebroussante, les deux premiers côtés soient posés bout à bout en ligne droite, & qu'un 3me côté se pose exactement sur le second des deux premiers. Mais en voilà assez sur ces sortes de détails, peut-être trop recherchés, & qui peuvent ne toucher que médiocrement les Géometres, plus curieux du Calcul que tout le reste. Ils pourront se contenter de savoir & de s'assurer que la Formule trouvée par M. de Maupertuis s'étend à tous les cas qui ont été expliqués.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. de Lagny sur le Calcul des Angles des Triangles rectilignes & spheriques, &c.

† Et celui du même sur l'usage des Polygones rectilignes pour la mesure des Courbes, &c.

* V. les M. p. 18. † V. les M. p. 427.

ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT DIURNE DE LA TERRE, OU SA ROTATION SUR SON AXE. *

LE mouvement annuel du Soleil, & son mouvement diurne, dont les yeux de tous les hommes sont frappés, ne sont plus chez les Coperniciens, ou plutôt chez tous les Philosophes, que de simples apparences; & la réalité de l'un & de l'autre mouvement appartient uniquement à la Terre, qui se meut autour du Soleil en un an, & sur son axe en un jour. Ces deux mouvemens ont la même direction d'Occident en Orient, & cela est vrai non seulement de la Terre, mais de toutes les autres Planetes en qui l'on a observé les deux mouvemens, ou plutôt le diurne seul, & de rotation sur un axe; car à l'égard du mouvement annuel, il est bien sûr qu'il est d'Occident en Orient pour toutes les Planetes: mais on ne connoit par observation le mouvement diurne ou de rotation que dans Jupiter, Mars & Venus, présomption presque sure qu'il est aussi & du même sens dans Saturne & Mercure.

La

* V. les M. p. 54.

Le mouvement annuel de toutes les Planetes ſans exception, toujours dirigé d'Occident en Orient, eſt une des plus fortes preuves des Tourbillons de Deſcartes. Rien n'eſt ni plus naturel, ni plus conforme à la raiſon exacte, que de concevoir que cette direction n'eſt commune à toutes les Planetes que parce qu'elle eſt celle d'un grand fluide qui tourne autour d'un centre, & qui les entraine toutes. Nous l'avons déja dit ailleurs. Qu'on anéantiſſe ce fluide, qu'on les mette dans un grand Vuide, où l'on fera agir tant qu'on voudra les forces centrifuges ou centripetes, & les attractions, on ne trouvera plus aucun principe d'une direction commune aux mouvemens annuels de toutes les Planetes, il leur ſera permis d'aller les unes en un ſens, les autres en un autre; les plus grandes contrarietés dans leur cours, une eſpece de Chaos, pourront être l'état naturel.

Le Tourbillon étant ſi légitimement admis, & ſon mouvement reconnu pour principe du mouvement annuel des Planetes, auſſi-bien que la direction de ce mouvement du Tourbillon pour principe de la direction du mouvement annuel de toutes les Planetes, il faut trouver dans le même mouvement général du Tourbillon le principe & du moument diurne des Planetes & de ſa direction; & cela eſt d'autant plus néceſſaire, que la direction du mouvement annuel des Planetes & du diurne eſt la même.

Quand une Planete tourne ſur elle-même en un certain ſens, comme d'Occident en Orient,

Orient, ce n'eſt que ſon hémiſphere ſupérieur par rapport au Soleil, ou au centre du Tourbillon, qui tourne en ce ſens-là; l'inférieur tourne néceſſairement en ſens contraire, d'Orient en Occident. C'eſt donc l'hémiſphere ſupérieur qui prend la direction du Tourbillon où la Planete nage, & par lequel elle eſt emportée; & par conſéquent le Tourbillon agit plus ſur cet hémiſphere que ſur l'inférieur, car s'il agiſſoit également ſur les deux, il n'y auroit nulle cauſe de rotation. Cette idée s'offre d'abord à l'eſprit, & d'habiles gens l'ont ſaiſie, mais ils ne l'avoient pas aſſez examinée. Ils concevoient formellement, ou ſuppoſoient tacitement que le principe d'une plus grande action du Tourbillon ſur l'hémiſphere ſupérieur d'une Planete étoit une plus grande vîteſſe; & en effet, où prendre un autre principe d'augmentation de force? Mais il ſe trouve préciſément le contraire dans l'Aſtronomie Phyſique. La fameuſe Règle de Kepler, ſi bien averée, démontre que dans le Tourbillon Solaire les vîteſſes des differentes couches du fluide vont en diminuant à meſure que ces couches ſont plus éloignées du Soleil. La couche qui frappe l'hémiſphere ſupérieur d'une Planete a donc moins de vîteſſe que celle qui frappe l'inférieur. On n'a fait que de vains efforts pour ſe tirer de-là.

On pourroit ſuppoſer, & c'eſt une idée très phyſique, que les Planetes ne ſont pas d'une matiere uniforme, ni également diſtribuée autour de leur centre de figure. En ce cas-là elles ont un centre de gravité diffe-

rent

rent de celui de figure; & comme par une loi de Méchanique le centre de gravité descend toujours où se place le plus bas qu'il est possible, lorsqu'une Planete est en équilibre, ainsi qu'il faut la concevoir dans le Tourbillon, ou plus précisément dans les couches du Tourbillon qui l'embrassent & l'emportent, son centre de gravité se place plus bas par rapport au Soleil que le centre de figure; car le Soleil est le centre de la pesanteur universelle du Tourbillon, & des Planetes qui en sont comme des parties. De-là il suit que si on tire par le centre du Soleil au centre de figure de la Planete une ligne, & à cette ligne une perpendiculaire qui passe par le centre de figure de la Planete, & y détermine deux hémispheres égaux, l'un supérieur par rapport au Soleil, l'autre inférieur, le supérieur se trouvera plus léger, puisqu'il sera tout entier au-dessus du centre de gravité. Il aura donc moins de masse, & par conséquent le fluide y fera plus d'impression, & le fera tourner plus aisément.

Tout cela est vrai; mais sans compter qu'il faudroit encore avoir égard à une moindre vîtesse du fluide qui frappe l'hémisphere supérieur, il ne s'ensuit pas de-là tout ce qu'on voudroit. Il arrivera seulement que le fluide, qui aura poussé avec plus de force d'Occident en Orient l'hémisphere supérieur, lui donnera vers l'Orient une certaine inclinaison qu'il n'avoit pas, le centre de gravité ne sera plus, comme il étoit, dans la ligne tirée du centre du Soleil au centre de figure de la Planete, il en sortira un peu, & montera

tera d'autant vers l'Occident, par conséquent la partie la plus pesante de la Planete montera aussi un peu vers l'Occident, & il s'en présentera une plus grande étendue au fluide qui vient de ce côté-là, jusqu'à ce qu'il ait perdu tout l'avantage qu'il avoit dans le premier cas. Mais ces effets une fois produits, il n'y aura rien de plus, puisque tout sera en équilibre, la Planete ira dans sa nouvelle situation ou position par rapport à la couche où elle est, & conservera cette position, puisqu'aucune cause ne tend à l'en faire sortir. Elle ne tournera donc pas sur elle-même, il faudroit pour cela une cause dont l'action se renouvellât toujours, & qui ne fût, pour ainsi dire, jamais satisfaite.

Cependant M. de Mairan a cru pouvoir s'engager dans l'explication du mouvement diurne des Planetes. Il ne prétend donner que des conjectures ; c'est bien assez en pareille matiere, que de conjecturer heureusement. Toutes ses idées roulent sur une application nouvelle d'un principe reçu aujourd'hui de tous les Philosophes, que tous les Corps qui pesent vers un point central, comme les corps terrestres vers le centre de la Terre, les Planetes vers le Soleil, pesent d'autant plus que le quarré de leur distance à ce point central est plus petit. Nous avons expliqué en 1720 *, d'après M. de Mairan même, pourquoi l'action de la Pesanteur varioit selon cette proportion.

Cela posé, lorsqu'une Planete est en équilibre

* p. 16. & suiv.

libre dans une couche du Tourbillon, son hémisphere supérieur par rapport au Soleil est moins pesant de cela seul qu'il est le supérieur, & le plus éloigné du Soleil; le fluide peut donc plus aisément emporter selon sa direction d'Occident en Orient cet hémisphere, qui résiste moins; & comme il ne sauroit lui donner aucun mouvement sans en faire descendre une partie, & sans faire monter en même tems une partie égale de l'hémisphere qui étoit l'inférieur, il agit avec le même avantage contre cette nouvelle partie devenue moins pesante par sa seule position, & toujours ainsi de suite. Ce n'est plus ici le cas où deux hémispheres inégalement pesans l'étoient par leur nature & constamment, & où la Planete prenoit seulement une certaine inclinaison, & s'y tenoit sans tourner. Il faut qu'elle tourne quand les deux hémispheres ne sont inégalement pesans que par leur position seule, qui étant une fois changée par une premiere impulsion, ne peut plus que changer toujours ensuite, parce que les differentes parties qui se succedent se donnent toujours de main en main, pour ainsi dire, les unes aux autres, l'avantage ou le desavantage du plus ou moins de pesanteur.

Ce principe de rotation perpétuelle pourroit cependant être inutile, car d'un autre côté le fluide qui frappe l'hémisphere supérieur a certainement le desavantage d'avoir moins de vîtesse. Il reste donc à calculer le pour & le contre, & les fondemens du calcul sont que l'hémisphere supérieur est le moins pesant en même raison que le quarré

de la distance de l'inférieur au Soleil est moindre, que la vîtesse du fluide à une distance quelconque du Soleil est en raison renversée de la racine quarrée de cette distance, & que parce qu'il est fluide son impression sur un corps est comme le quarré de sa vîtesse. Sur cela M. de Mairan démontre d'une maniere très simple, qu'il reste de l'avantage au fluide contre l'hémisphere supérieur.

Cet avantage ne peut être fort considerable, parce que la difference de pesanteur des deux hémispheres en vertu de leur differente distance au Soleil ne peut être que petite, & d'autant plus petite que la distance de la Planete au Soleil sera plus grande; mais enfin en fait de forces un avantage en est toujours un, & ne peut manquer d'avoir son effet. Il faut même observer que l'avantage calculé par M. de Mairan n'est que celui de la premiere impulsion du fluide contre l'hémisphere supérieur, or parce que le fluide est toujours appliqué à la Planete, cette Planete peu ébranlée d'abord pour tourner, doit y être toujours déterminée de plus en plus & avec plus de vîtesse par des chocs réiterés qui se succedent, jusqu'à ce qu'enfin elle ait pris du fluide toute la vîtesse de rotation qu'elle en peut recevoir. Il est même assez raisonnable de croire qu'une Planete a besoin d'un tems considerable pour prendre toute la vîtesse de rotation, qui dans la suite demeurera constante.

Il est visible par tout ce qui a été dit, que selon la Théorie de M. de Mairan la vîtesse de rotation dépend 1° de l'inégalité

de

de pesanteur plus ou moins grande dans les deux hémisphéres de la Planete, 2° de l'impression plus ou moins forte du fluide. L'inégalité de pesanteur des deux hémispheres est plus ou moins grande, selon la grandeur ou le diametre de la Planete. L'impression du fluide est plus ou moins forte, selon le quarré de sa vîtesse, & sa vîtesse est en raison renversée de la racine quarrée de la distance au Soleil; d'où il suit que la vîtesse de rotation est d'autant plus grande que la Planete est plus grande, & moins éloignée du Soleil. Ainsi parce que le diametre de Jupiter est plus de dix fois plus grand que celui de la Terre, & que Jupiter est cinq fois plus éloigné du Soleil, sa vîtesse de rotation comparée à celle de la Terre doit être plus de 10 divisé par 5, c'est-à-dire qu'elle sera plus de deux fois plus grande; & en effet, Jupiter tourne en 10 heures à peu près, & la Terre en 24.

On ne doit pas avoir de scrupule sur ce que la vîtesse de rotation devroit varier, aussi-bien que les distances de la Planete au Soleil qui varient toujours par l'excentricité des Orbites, ou leur figure Elliptique. Cela est vrai à la rigueur; mais on trouvera aisément par le calcul, que la plus grande difference des distances ne produiroit qu'à peine une seconde de difference dans le tems de la rotation, du moins pour les rotations connues. De plus s'il faut du tems au fluide, comme nous l'avons dit, pour imprimer à la Planete avec une force supposée toujours égale une certaine vîtesse de rotation, il lui faut du tems aussi pour causer l'accélération de cette

vîteſſe, & le tems où il pourroit cauſer cette accélération eſt aſſez court par rapport à celui de la révolution annuelle, outre que dans ce tems-là même il agit toujours inégalement à cet égard, ne ſoutenant plus ou détruiſant dans une partie de ce tems ce qu'il auroit fait dans l'autre. Ce ſera la même choſe renverſée pour le retardement de la vîteſſe.

M. de Mairan ajoute une autre conſideration. La Terre a un Tourbillon particulier, qui l'accompagne toujours dans le mouvement annuel que lui imprime autour du Soleil le Tourbillon général. Ce Tourbillon de la Terre a une grande étendue, puiſqu'il va tout au moins juſqu'à la Lune qu'il renferme, éloignée de nous de près de 90000 lieues dans ſa diſtance moyenne. Jupiter & Saturne, qui ont auſſi des Lunes ou Satellites, ont de même des Tourbillons particuliers très étendus, & l'analogie conduit très fortement à croire que les Planetes qui n'ont point de Satellites ne laiſſent pas d'avoir des Tourbillons. Ces grands fluides tournent certainement autour de leurs Planetes dans le même ſens qu'elles tournent elles-mêmes ſur leurs centres, & s'accordent à leur mouvement de rotation. Ils ne peuvent s'y accorder ſans l'entretenir & le préſerver des variations, foibles d'ailleurs, qui lui pourroient ſurvenir de la part des inégalités des mouvemens annuels.

La Règle pour les vîteſſes de rotation trouvée par M. de Mairan, & ſi heureuſement vérifiée dans Jupiter, devroit s'étendre auſſi

aux

aux autres Planetes, soit celles dont on connoit les mouvemens diurnes par observation, comme Mars & présentement Vénus, soit celles dont on ne les connoit pas encore, comme Saturne & Mercure. Mais il est vrai que la Règle donneroit pour Mars une rotation plus lente que celle de 24^h 40', observée par feu M. Cassini, & pour Vénus une beaucoup plus prompte que celle de 23 jours, observée depuis peu d'années par feu M. Bianchini. Ces écarts de la Règle viennent de ce qu'elle n'est que pour le cas le plus simple, & que ces cas-là sont toujours les plus rares.

On a supposé tacitement, & parce que cette idée est la plus naturelle, que le Tourbillon général ou Solaire est une grande Sphere fluide, qui se meut d'Occident en Orient, & que les Planetes, n'ayant encore aucun mouvement diurne ou sur elles-mêmes, sont posées dans l'Equateur de ce mouvement général & à differentes distances du Soleil. De ce qu'elles sont dans cet Equateur il s'ensuit qu'elles reçoivent du fluide la plus grande impression possible, & que quand elles viennent à tourner sur elles-mêmes, l'axe de leur rotation est perpendiculaire au plan de l'Equateur du Tourbillon général. Alors on connoit par la Règle de Kepler les vîtesses qui conviennent aux differentes distances des Planetes au Soleil, & dans chacune d'elles, celui de ses diametres qui est dans le plan de l'Equateur du Tourbillon, est frappé avec toute la force du fluide. Voilà

là les deux Elémens de la Règle de M. de Mairan.

Mais, outre qu'on ne ſait pas préciſément quel eſt l'Equateur du Tourbillon général, à moins que ce ne ſoit le même que celui de la révolution du Soleil ſur ſon axe en 25 jours 12 heures, connue par ſes Taches, il eſt certain que les Orbites de toutes Planetes ſont en des plans differens, & que par conſéquent une ſeule au plus pourroit être dans l'Equateur du Tourbillon général, & il eſt beaucoup plus apparent qu'aucune n'y ſoit. Or la Règle de Kepler ne donne les différentes vîteſſes que pour les differentes couches de cet Equateur, ou pour les Corps qui y ſont plongés, ainſi que M. l'Abbé de Molieres l'a prouvé *. Mais il eſt vrai que les plans des Orbites des Planetes differens entre eux, le ſont aſſez peu, qu'ils ſont tous reſſerrés & renfermés dans une étendue de peu de largeur, qui comprend ſans doute l'Equateur du Tourbillon général, d'où il ne leur eſt guere permis de s'écarter, & qu'il ne peut y avoir guere d'erreur à les ſuppoſer dans cet Equateur.

Il n'en eſt pas de même de la grandeur de leurs diametres, qui, quoiqu'invariable en elle-même, peut beaucoup varier par rapport à l'effet dont il s'agit. L'axe de la rotation doit naturellement être perpendiculaire au plan de l'Equateur du Tourbillon général; mais ſi, par quelque cauſe que ce ſoit, il ne peut

* V. l'Hiſt. de 1728. p. 134. & ſuiv.

peut l'être, si, par exemple, la matiere propre qui compose la Planete est inégalement distribuée autour du centre de figure, ce qui lui donnera un centre de gravité different du premier, la rotation se fera nécessairement autour du centre de gravité, & son axe s'inclinera au plan de l'Equateur du Tourbillon. Alors le diametre par lequel le fluide frappe la Planete, qui est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation, & qui étoit frappé perpendiculairement par le courant du fluide, ne le sera plus qu'obliquement, & ce sera la même chose quant à l'effet que si ce diametre demeurant toujours dans sa premiere situation supposée, étoit devenu réellement plus petit; il donnera également moins de prise à l'action du fluide, & sera moins poussé. M. de Mairan donne la mesure géometrique & générale de cette diminution.

On peut supposer que le fluide, qui donne le mouvement de rotation à chaque Planete, se meut dans le plan de son Orbite, & alors si on connoit la position de l'axe de rotation d'une Planete sur son Orbite, on connoitra celle qu'aura sur cette même Orbite le diametre plus ou moins frappé par le fluide, puisque ce diametre est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation; & comme la position la plus avantageuse de ce diametre par rapport à la rotation, est d'être dans le plan du fluide frappant, auquel cas l'axe de rotation est perpendiculaire à ce plan ou à l'Orbite, il suffira de savoir que cet axe est perpendiculaire à cet Orbite, pour en conclurre que le diametre frappé d'où dépend la ro-

rotation, l'eſt avec la plus grande force poſſible; & de là s'enſuivront tous les autres cas. Par exemple, l'axe de rotation de la Terre étant incliné de 23 $\frac{1}{2}$ degré ſur le plan de l'Ecliptique, on verra que le diametre frappé ne l'eſt pas avec la plus grande force poſſible; qu'afin que cela fût il faudroit que l'axe de rotation perdît cette inclinaiſon qu'il a ſur le plan de l'Ecliptique, & lui devînt perpendiculaire, & qu'alors la Terre tourneroit en moins de 24 heures.

Le cas de la moindre rotation poſſible ſeroit donc celui où l'axe de rotation ſeroit dans le plan de l'Orbite de la Planete. Alors la ligne tirée du centre du Soleil à celui de la Planete, & qui y détermine un hémiſphere ſupérieur, & un inférieur par rapport au Soleil, étant toujours dans le plan de l'Orbite, ſe confondroit avec l'axe de rotation; & comme l'hémiſphere inférieur par rapport au Soleil eſt éclairé, & le ſupérieur obſcur, ſi l'on voit tourner la Planete, on la verra tourner ſur un axe dont une moitié ſera dans l'hémiſphere éclairé, & l'autre moitié dans l'obſcur. Des obſervations ſingulieres de M. Bianchini établiroient ce fait ſur Vénus, & de-là viendroit ſon extrême lenteur de rotation conforme à la Théorie de M. de Mairan. Mais indépendamment d'une particularité ſi remarquable, qui peut-être n'eſt pas encore aſſez averée, ou peut-être n'a pas toujours lieu dans le mouvement de Vénus, on peut compter du moins avec M. Bianchini même, que l'axe de rotation de cette Planete n'eſt élevé que de 15 degrés ſur

sur son Orbite, & c'en est assez pour donner à sa rotation moins de vîtesse que n'en a celle de la Terre. Du reste, d'autres causes qui ne sont pas encore connues, & ne le seront peut-être jamais, peuvent se mêler avec celles que M. de Mairan ne fait même que conjecturer.

La rotation de Mars comparée à celle de la Terre étant au contraire trop prompte par rapport à son éloignement du Soleil plus grand, & à son diametre considerablement plus petit que celui de la Terre, on a sujet de soupçonner que son axe de rotation approche beaucoup plus d'être perpendiculaire à son Orbite.

Ce soupçon est d'autant plus légitime, que Jupiter qui quadre si bien avec la Règle de M. de Mairan, où l'axe de rotation est supposé perpendiculaire à l'Orbite, a effectivement cet axe perpendiculaire à la sienne à 3 degrés près. C'est de cette position de son axe, que vient son Equinoxe presque perpétuel. Jupiter est la mieux connue de toutes les Planetes, & il est heureux que ce soit celle qui s'accorde le mieux avec le Systême de M. de Mairan, car en tenant compte de cette position précise de l'axe, la rotation de Jupiter se trouve exactement telle qu'on l'a par observation.

Nous ne devons pas omettre une remarque de M. de Mairan, nouvelle, & du moins curieuse, par laquelle il prouve qu'indépendamment de l'inégalité de pesanteur des deux hémispheres d'une Planete, elle doit tourner selon la direction du Tourbillon général. La grandeur du Tourbillon, qu'on a

besoin de considerer ici, étant déterminée par la distance où la Planete est du Soleil, ou point central, si le Tourbillon est infini, les lignes par lesquelles il frappe un hémisphere de la Planete ne sont que des droites paralleles, qui n'ont pas plus d'action sur la moitié supérieure du diametre frappé que sur l'inférieure, ni sur l'inférieure que sur la supérieure, & par conséquent ne peuvent déterminer la Planete à tourner ni d'un sens ni de l'autre, mais seulement l'emportent selon leur courant. Si au contraire le Tourbillon est infiniment petit, c'est-à-dire, s'il est infiniment petit pour un Tourbillon, s'il ne fait qu'embrasser la Planete dont le diametre sera égal au sien, & qui par un des points de sa circonference touchera le point central, alors la Planete ne sera frappée que par des arcs circulaires, dont les directions obliques sur l'hémisphere de la Planete étant décomposées pour n'en prendre que ce qu'elles auront de perpendiculaire, on verra que les perpendiculaires, qui naitront de cette décomposition, iront toutes frapper l'extrémité supérieure du diametre exposé au fluide. La Planete tournera donc bien sûrement selon la direction du fluide, puisqu'elle n'en recevra d'impulsion que par sa partie supérieure. Donc dans tous les cas qui sont depuis celui-là jusqu'à celui du Tourbillon infini où elle ne recevroit pas plus d'impulsion par sa partie supérieure que par l'inférieure, il ne peut arriver autre chose, sinon que la Planete recevra toujours plus d'impulsion par sa partie supérieure, mais que ce plus sera tou-

jours

jours moindre à mesure que les Tourbillons seront plus grands, ou les Planetes plus éloignées du Soleil. Il paroît que ce principe de rotation pourroit tout au plus avoir lieu pour Mercure ou pour Vénus; mais enfin il est bon de le connoitre pour y avoir égard, si on en peut démêler quelque effet.

La Théorie générale de M. de Mairan suppose que l'inégalité de pesanteur des deux hémispheres ne vient que de leur différente distance au Soleil. Mais il peut y avoir une autre cause d'inégalité, & même telle qu'elle se rencontrera ordinairement. C'est le plus de masse dans un hémisphere, qui par-là sera spécifiquement plus pesant. Si cet hémisphere est le supérieur, & qu'il soit spécifiquement plus pesant dans la même raison qu'il est plus leger parce qu'il est le supérieur, le principe de rotation sera nul, & la Planete sera privée du mouvement diurne; & quand même on voudroit que la Planete eût été d'abord posée dans le fluide, de maniere que son hémisphere spécifiquement plus pesant fût l'inférieur, auquel cas il est vrai que le supérieur seroit emporté par le fluide, il seroit vrai aussi que l'inférieur étant devenu le supérieur, la rotation s'arrêteroit là, & n'iroit pas plus loin. Mais ce cas n'est connu par observation dans aucune Planete principale.

Je dis *principale*, car la Lune ne nous paroît point avoir de rotation, & plusieurs Astronomes ont cru que réellement elle n'en avoit point. Feu M. Cassini l'a cru aussi du

cinquieme Satellite de Saturne *, ce qui depuis est devenu plus incertain †. Mais pour s'en tenir à la Lune il ne faudra pas, si elle n'a point de rotation, juger tout à fait d'elle comme d'une Planete principale. La pesanteur de la Terre, qui tourne autour du Soleil, se rapporte au Soleil; mais la pesanteur de la Lune, qui tourne autour de la Terre, se rapporte à la Terre, non qu'elle ne pese aussi vers le Soleil, comme font toutes les parties du Tourbillon Solaire, mais à cause de son mouvement particulier, qui est de beaucoup le plus fort, on peut compter qu'elle ne pese que vers la Terre. Elle y pese donc à la maniere des Corps terrestres. Si elle n'a point de rotation, c'est parce qu'elle a un hémisphere spécifiquement plus pesant, & cet hémisphere doit nécessairement être tourné vers la Terre. M. de Mairan remarque que Descartes & les premiers Cartésiens s'étoient trompés sur ce point à l'égard de la Lune. Il fait entrevoir que sa Théorie pourroit aller jusqu'à expliquer les Librations de cette Planete; mais ce seroit-là le sujet d'une plus ample discussion.

Si une Planete est en tout ou en partie couverte de Mers, plus propres que des parties terrestres à obéir aux impressions de la pesanteur, il est certain que ces Mers, quand elles seront tournées vers le Soleil, seront aussi plus poussées de ce côté-là, & s'éleveront par rapport au centre de la Planete, tandis

* V. l'Hist. de 1705. p. 147. & suiv.
† V. l'Hist. de 1707. p. 114. & suiv.

dis que les Mers du côté opposé s'abaisseront. Il est clair pareillement que l'Aphélie ou le Périhélie de la Planete mettront dans cet effet une variation proportionnée à la variation de distance au Soleil. On voit bien qu'il s'agit là du Flux & du Reflux. Aussi les observations récentes, dont nous avons parlé plusieurs fois, marquent-elles toutes une correspondance de ce phénomene au Soleil, outre celle beaucoup plus connue & plus sensible qu'il a à la Lune.

On sait que les Forces centrifuges des corps qui circulent, varient & selon leur pesanteur, & selon leur vîtesse. Comme dans la Théorie de M. de Mairan un même point de la surface de la Terre change continuellement & de pesanteur selon qu'il est dans un hémisphere ou dans un autre par rapport au Soleil, & de vîtesse selon que la Terre est plus ou moins éloignée du Soleil, sa Force centrifuge devroit donc continuellement varier; & c'est ce qui ne s'observe point, même dans les cas les plus opposés. Mais M. de Mairan prouve par calcul, qu'aucune observation ne peut jamais attraper cette variation, quoique réelle. Il est extrêmement vraisemblable que tout varie, parce que tout est en mouvement, & que ce qui nous paroît le moins sujet à changer, ne le paroît que par la petitesse des changemens. De meilleurs yeux que les nôtres ne verroient rien de durable, ni d'égal.

SUR LE SECOND SATELLITE DE JUPITER.*

IL ſera bon de ſe ſouvenir de ce qui a été dit en 1727 † ſur le 1er Satellite de Jupiter: il n'eſt pas poſſible que le 2d, & le 1er, ne ſoient deux ſujets extrêmement liés. Il s'agit de la Théorie des Immerſions & des Emerſions du 2d, après celle de ces mêmes phénomenes du 1r. On ne peut trop étendre la connoiſſance de ces phénomenes, non-ſeulement pour la perfection ſpéculative de l'Aſtronomie, ſoit ſimple, ſoit phyſique, mais encore plus pour l'utilité pratique de la Géographie & de la Navigation.

Nous avons dit en 1727 d'où dépend la détermination de ces momens ſi précieux d'Immerſion & d'Emerſion d'un Satellite, & qu'il eſt ſi avantageux de pouvir prédire ſurement. Il y a à cet égard une difference conſiderable entre le 1er & le 2d Satellite de Jupiter; dans une même révolution du 1er autour de Jupiter on ne peut voir que l'Immerſion ou l'Emerſion, mais dans une même révolution du 2d, on les voit toutes deux, en certains cas, quoique rares, ce qui vient de ce que le 2d eſt plus éloigné de Jupiter que le 1er, & dans l'éloignement convenable à cet effet. Cela même rendroit plus facile la connoiſſance, & le calcul des Eclip-

* V. les M. p. 551. † p. 149. & ſuiv.

Eclipses du 2^d; mais elles ont d'ailleurs une difficulté particuliere, qui est de très grande conséquence.

Feu M. Cassini, qui en 18 ans d'abord, & ensuite en 43, avoit fait pour les 4 Satellites de Jupiter ce qu'on avoit fait à peine en 3000 ans pour la Lune Satellite de la Terre, avoit supposé que les Orbes de ces 4 Satellites étoient dans un même plan élevé de 2' 55" sur l'Orbe de Jupiter, & que ce plan coupoit toujours l'Orbe de Jupiter, ou avoit ses Nœuds fixes au 14° 30' du Lion & d'Aquarius. La grande finesse de ses observations ne lui a fait appercevoir aucune variation assez marquée sur ces deux points, mais il ne laissoit pas de soupçonner qu'avec le tems on en pourroit découvrir quelqu'une. Il y a toujours en effet un préjugé physique contre la trop grande uniformité. Jusqu'à présent rien ne dément encore l'immobilité supposée des Nœuds des 4 Satellites, & leur position au même point du Zodiaque: mais il n'en est pas de même de l'inclinaison constante & égale des 4 Orbes subalternes sur l'Orbe de Jupiter : M. Cassini avoit conjecturé, mais sans pouvoir encore atteindre à aucune précision, que cette inclinaison n'étoit ni constante pour chacun, ni égale pour tous, & que même celle du 2^d Satellite étoit la plus variable en elle-même, & la plus differente des trois autres. C'est celle-là que M. Maraldi a étudiée par une longue suite d'observations, & de recherches, qui ont confimé la conjecture de M. Cassini.

On sait assez, & nous l'avons dit souvent dans

dans les occaſions pareilles, que l'inclinaiſon de l'Orbe d'un Satellite ſur l'Orbe de la Planete principale, eſt un Elément néceſſaire du calcul de l'Eclipſe de ce Satellite, lorſqu'il tombe dans l'ombre de la Planete. S'il eſt alors dans le Nœud de ſon Orbe avec celui de la Planete, & par conſéquent dans le plan de l'Orbe de la Planete, ſon centre ſe trouve dans l'axe du Cone d'ombre de la Planete, & il eſt couvert de cette ombre autant & auſſi longtems qu'il le peut être. S'il eſt à 90 degrés du Nœud, & par conſéquent le plus élevé qu'il puiſſe être au-deſſus du plan de l'Orbe de la Planete, & le plus éloigné de l'axe de l'ombre, il ne rencontrera que la moindre partie qu'il ſoit poſſible du Cone d'ombre, & il pourroit même ne le rencontrer point du tout, ainſi qu'il arrive ſouvent à la Lune; cela dépend du degré de ſon élevation ſur le plan de l'Orbe principal. S'il a une Eclipſe, ſa plus petite & ſa plus courte Eclipſe eſt donc dans ce 2d cas, ſuppoſé que dans l'un & l'autre ſa diſtance à la Planete ait toujours été la même. Il eſt évident que quelle que ſoit ſon inclinaiſon ſur le plan de l'Orbe principal, ou, ce qui revient au même, ſon élevation ſur ce plan, la durée d'une Eclipſe arrivée dans le Nœud eſt toujours égale, mais non pas celle d'une Eclipſe arrivée dans le plus grand éloignement du Nœud; celle-ci eſt toujours d'autant plus courte, que l'élevation du Satellite ſur le plan de l'Orbe principal eſt plus grande, puiſqu'enfin cette élevation peut être telle qu'il n'y aura plus d'Eclipſe en ce point-là. L'inéga-

galité de la plus longue & de la plus courte Eclipse est donc d'autant plus grande que le Satellite est plus élevé sur le plan de l'Orbe principal, & cette inégalité connue par observation sera un principe qui servira à donner l'élevation du Satellite, ou, ce qui est le même, l'angle d'inclinaison de son Orbe sur l'Orbe de la Planete principale.

Ce seroit un bonheur trop rare, que d'avoir vu une Eclipse du second Satellite de Jupiter précisément lorsqu'il étoit dans un de ses Nœuds, & une autre Eclipse dans une autre révolution précisément lorsqu'il étoit à son plus grand éloignement d'un Nœud, ou qu'il avoit sa plus grande déclinaison à l'égard de Jupiter, ou sa plus grande élevation sur l'Orbe de Jupiter, car ces trois expressions ne sont que la même chose. Encore dans ce cas si heureux, où l'on auroit eu immédiatement l'inégalité de la plus longue & de la plus courte Eclipse du second Satellite; on ne l'auroit eue que telle qu'elle eût résulté de ces Eclipses vues de la Terre, & ce n'est pas là l'inégalité réelle dont on a besoin, il faut celle de deux Eclipses vues du Soleil, & on auroit été obligé de réduire les deux phénomenes à ce qu'ils auroient été par rapport au Soleil. Mais on ne s'est pas trouvé dans des termes si avantageux, & M. Maraldi n'a pu que choisir dans une longue suite d'observations du 2d Satellite les deux Eclipses arrivées dans les points les plus approchans des points requis, l'une en 1691, l'autre en 1695 : il a trouvé par des calculs astronomiques quelle eût été leur durée dans

les

les points précis, ensuite quelle elle eût été vue du Soleil, ou, ce qui revient au même, quelle devoit être pour ces phénomenes la position respective de ces trois Cercles, l'Orbe de la Terre, ou l'Ecliptique, l'Orbe de Jupiter, & celui du 2^d^ Satellite; & il a enfin conclu que l'Orbe de ce Satellite étoit élevé sur celui de Jupiter de 4° 33′, c'est-à-dire, 1° 30′ de plus que selon la détermination de M. Cassini, & que les Orbes des autres Satellites.

Si le 2^d^ Satellite décrivoit une Ellipse autour de Jupiter, qui en seroit un foyer, il est certain que le mouvement de ce Satellite seroit réellement inégal; que cette inégalité allongeroit ou accourciroit les Eclipses, selon que le Satellite seroit dans des points de son Ellipse plus ou moins éloignés de Jupiter; & que ce principe d'une plus grande ou moindre durée se combineroit avec la position du Satellite par rapport à ses Nœuds, seul principe que M. Maraldi ait fait entrer dans sa recherche. Mais les observations n'ont jamais fait ni appercevoir ni soupçonner l'inégalité qui naitroit du mouvement elliptique, & l'on est bien fondé à le supposer simplement circulaire.

M. Maraldi a supposé aussi, conformément à toutes les observations, que les Nœuds des quatre Satellites étoient encore aux points déterminés par M. Cassini, & ne changeoient point de place. Ainsi on peut compter que quand Jupiter est revenu à un même point du Zodiaque, une Eclipse d'un Satellite doit toujours de ce chef être de la même durée.

De

De tout cela il suit, que si aux mêmes points du Zodiaque on trouve une variation sensible dans la durée des Eclipses du 2d Satellite, la cause n'en peut être attribuée qu'à la variation de l'inclinaison de son Orbe sur celui de Jupiter. Or M. Maraldi fait voir par des comparaisons d'observations comprises dans l'espace de près de 60 ans, que la durée des Eclipses du 2d Satellite a varié dans les circonstances requises, la plus longue a été de 2h 38', & la plus courte de 2h 13'. Mais les observations nécessaires n'ont pas été en assez grand nombre pour faire découvrir sûrement la marche de la variation, & les termes où elle est renfermée.

Ici il pourroit se présenter incidemment une apparence de difficulté. Nous avons dit en 1727, que la plus longue Eclipse du 1er Satellite de Jupiter pouvoit être de 2h 15'. Le 2d est plus éloigné de Jupiter, & plus élevé sur l'Orbe de Jupiter, & par ces deux raisons sa plus longue Eclipse doit être plus courte que la plus longue du 1er, cependant elle peut être de 2h 38'. Mais c'est que le 2d Satellite a moins de vîtesse réelle, parce qu'il est plus éloigné de Jupiter.

Comme M. Maraldi ne prétend pas donner pour absolument sûr ce qu'il n'a tiré qu'avec beaucoup de subtilité d'un petit nombre d'observations rares répandues dans un grand nombre d'années, il invite les Astronomes à observer avec soin les Eclipses du 2d Satellite, soit pour vérifier, soit pour modifier ses conclusions. Les Eclipses nécessaires sont celles où l'on voit l'Immersion & l'Emersion,

&

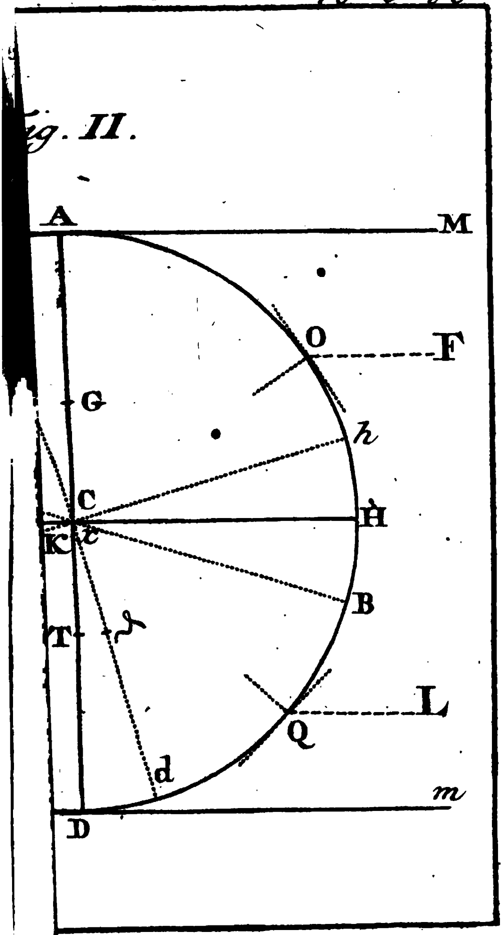
& il marque quels sont les tems où, l'inclinaison qu'il donne à l'Orbe du Sa te, le lieu de Jupiter dans le Zodiaque tel que ces deux phénomenes puissent vus. Si ces tems ne sont pas précisém ceux qu'il indique, il y aura quelque c gement à faire dans son hypothese de l'in naison du Satellite: mais quelle que soit te inclinaison, il paroît assez établi qu'e sera & differente de celle des autres Sate tes, & variable. On ne doit nullement d esperer de découvrir enfin les règles de ce te variation.

A cet égard l'analogie manquera entre 2d Satellite de Jupiter & la Lune, dont l'in clinaison sur l'Orbe de la Terre ou l'Eclipti que est constante, du moins dans ses Con jonctions & Oppositions; au-lieu que c'est justement dans ces mêmes cas que se trouve la variation d'inclinaison du Satellite.

Puisque les Nœuds des quatre Satellites avec l'Orbe de Jupiter sont fixes, c'est de plus un défaut d'analogie général entre tous les Satellites de Jupiter & la Lune, dont les Nœuds avec l'Ecliptique ont un mouvement très sensible, qui leur fait parcourir toute l'Ecliptique en dix-huit ou dix-neuf ans. L'Astronomie Physique qui n'est pas encore entrée dans ces détails particuliers, aura lieu de s'y exercer à mesure que les faits en seront plus surement connus.



SUR


Fig. II.
A
M
O
F
G
h
C
H
K
c
B
T
λ
L
Q
d
m
D

SUR LA COMETE DE M. DCCXXIX. *

IL a paru cette année une Comete, que le P. Sarabat Jésuite observa le premier en Languedoc le 31 Juillet. Le Siecle n'est encore guere avancé, & voilà six Cometes que l'on y a vues en 29 ans †. Il est vrai qu'elles n'ont pas fait de bruit dans le gros du monde, qui ne daigne pas penser à des Cometes, à moins que leur grandeur & des Queues ne les rendent fort remarquables, & qui ne s'en effrayeroit même plus en ce cas-là. Mais ces phénomenes réservés aux Astronomes sont toujours également importans pour eux, & ils ne peuvent devenir trop communs, pour servir l'impatience qu'on auroit d'en trouver le Systême.

La Comete de cette année, observée d'abord par le P. Sarabat, étoit fort petite & à peine visible à la vue simple. Elle étoit entre la Constellation du petit Cheval, & celle du Dauphin. Le clair de Lune la fit disparoître, mais elle reparut dans la pleine Lune, pendant l'Eclipse totale de cette Planete, qui arriva le 8 Août, & le P. Sarabat continua de la voir les jours suivans. On n'apprit ces nouvelles à l'Observatoire que le 26 Août, & dès le jour même on la découvrit.

* V. les M. p. 573.

† V. les Histoires de 1702. p. 85. & suiv. de 1706. p. 130. & suiv. de 1707. p. 129. & suiv. de 1723. p. 100. & suiv.

vrit. Elle paroiſſoit à une Lunette de 16 pieds comme une petite Etoile nébuleuſe environnée d'une chevelure, & le diametre du tout enſemble n'étoit qu'égal à celui de Jupiter vu avec la même Lunette. Sa lumiere étoit ſi foible que celle dont on éclaire les fils du Micrometre l'effaçoit, & l'on verra le moyen que M. Caſſini trouva pour remedier à cet inconvénient.

Elle alloit contre l'ordre des Signes, ou d'Orient en Occident, d'un mouvement qui ſe rallentiſſoit toujours, jusqu'à ce qu'elle parût ſtationnaire vers le 20 Octobre, après quoi ſon cours fut direct. Les obſervations de M. Caſſini, dont nous rendons compte préſentement, finiſſent au 10 Novembre. Le reſte viendra dans l'année ſuivante.

Une circonſtance remarquable eſt la longue durée de l'apparition d'une ſi petite Comete. Les autres de ce Siecle-ci, auſſi grandes pour le moins, ont moins duré. Celle de 1723, qui a eu la plus longue apparition, ne l'a eue que de 2 mois, & celle-ci a paru déja près de 3 ½ mois, à nous en tenir au 10 Novembre.

Encore une circonſtance plus ſinguliere, c'eſt celle du peu de diminution de grandeur & d'éclat pendant un ſi long cours. Le 10 Novembre ſa lumiere étoit encore ſenſible malgré le clair de la Lune, & ſi ſenſible, qu'on pouvoit la comparer à des Etoiles voiſines. Il s'en faut beaucoup que les autres petites Cometes, & même la plupart des grandes, ne lui reſſemblent ſur ce point.

On a vu en 1725 * comment M. Caſſini ré-

* p. 14. & ſuiv.

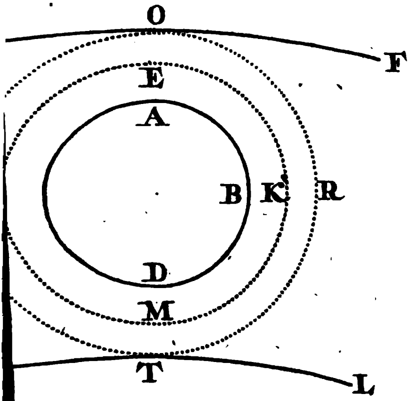
réduisoit les Cometes qui se meuvent d'Orient en Occident, & même celles qui se meuvent du Midi au Septentrion, ou au contraire, à n'être cependant que des Planetes, qui, comme toutes celles du Tourbillon Solaire, ne se meuvent réellement que d'Occident en Orient; ce qui sauve une des fortes objections que l'on ait faites contre les Tourbillons de Descartes. Rien ne pouvoit être plus heureux pour cette Théorie que la Comete de cette année, car ayant paru d'abord se mouvoir d'Orient en Occident, & ensuite d'Occident en Orient, elle a été précisément dans le cas d'une Planete qui après avoir été rétrograde un certain tems redevient directe. Si la Comete n'avoit eu que le mouvement rétrograde pendant tout son cours visible, on pourroit croire qu'elle n'auroit que ce mouvement, & on l'a cru en effet de celles qui étoient dans ce cas; mais elle a eu les deux mouvemens contraires, & par conséquent l'un des deux n'a été qu'apparent, & il est permis de supposer que c'étoit le rétrograde, pourvu que d'ailleurs tout s'accorde à cette idée.

Puisqu'elle a été rétrograde comme une Planete, elle a passé par l'opposition avec le Soleil, c'est-à-dire, que la Terre a été entre elle & le Soleil sur une ligne droite tirée par les centres de ces trois corps; d'où il suit déja que la Comete est une Planete supérieure, placée au moins entre Mars & la Terre. Et parce qu'une Planete supérieure dans le tems de son opposition avec le Soleil est la plus proche de la Terre qu'elle puisse être,

être, la Comete a été alors dans ſon Périgée. M. Caſſini a jugé par la ſuite aſſez longue de ſes obſervations, que cette oppoſition a dû arriver le 8 Août, tems où il n'obſervoit pas encore, mais auquel le fil des obſervations le conduit. Depuis le 8 Août le mouvement rétrograde s'eſt toujours rallenti comme il devoit, juſqu'au 20 Octobre, où la Comete a été ſtationnaire, & enſuite directe. On ſouſentend aſſez qu'avant le 8 Août il a dû y avoir une premiere ſtation, enſuite une premiere rétrogradation d'une étendue & d'une durée pareille à la ſeconde, mais dont le mouvement augmentoit toujours juſqu'au jour de l'oppoſition, où il a été le plus grand qu'il étoit poſſible; mais de cette partie du cours on n'en a vu que la fin, puiſque la découverte du P. Sarabat eſt du 31 Juillet.

Par ce même fil d'obſervations, tel que M. Caſſini l'a eu, il a jugé que le mouvement rétrograde de la Comete au tems de ſon oppoſition, étoit de 20 minutes de degré par jour. En comparant ce mouvement avec celui des Planetes ſupérieures priſes dans la même circonſtance, & en ſuppoſant la Règle de Kepler pour les diſtances des Planetes au Soleil, il trouve qu'au tems de l'oppoſition & du Périgée de la Comete elle a dû être trois fois plus éloignée du Soleil que de la Terre, & par conſéquent au-deſſus de Mars, dont la diſtance au Soleil n'eſt à celle de la Terre qu'à peu près comme 3 à 2. Elle étoit en même tems au-deſſous de Jupiter.

Les Orbes Elliptiques des Planetes, dont le



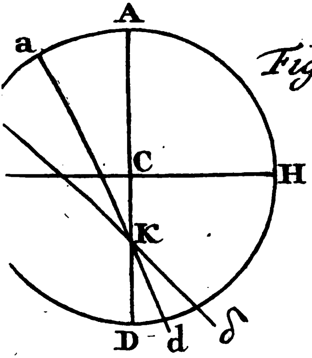


Fig. III.

le Soleil est un foyer commun, sont peu excentriques au Soleil, peu éloignés d'être des Cercles, dont il seroit le centre. Mais les Orbes des Cometes, qui, si elles sont des Planetes Solaires, sont aussi des Ellipses, dont le Soleil est un des foyers, ne peuvent être qu'extrêmement excentriques au Soleil, puisqu'il faut que les Cometes en soient extrêmement éloignées pour nous être invisibles pendant la plus grande partie de leur cours. Ainsi il faut concevoir que quand la Comete de cette année a été trois fois plus éloignée du Soleil que la Terre, & entre Mars & Jupiter, cet éloignement étoit fort petit par rapport à celui où elle est presque toujours, & on peut supposer qu'elle étoit alors au sommet de son Ellipse le plus proche du Soleil, ou dans son Périhélie aussi bien que dans son Périgée. L'autre sommet de l'Ellipse pouvoit être au-dessus de Saturne, si l'on veut, & beaucoup au-dessus.

Mais si au tems de l'opposition, le Périhélie & le Périgée concouroient ou n'étoient qu'un même point, le grand axe de l'Ellipse, qui passe par ses deux sommets, étant prolongé, passoit aussi par le centre de la Comete, par celui de la Terre, & par celui du Soleil. Cela étant conçu, on voit aisément que quand la Terre continue son cours sur son Orbe vers l'Orient & s'éloigne de la Comete, la Comete, réellement directe, continue aussi son cours suivant la même direction; & quoiqu'elles soient alors plus éloignées l'une de l'autre qu'elles n'étoient au moment de l'opposition, & qu'elles le

ſoient même toujours enſuite de plus en plus, cependant cet éloignement augmente peu pendant un tems conſiderable, puiſqu'il ne réſulte que de la difference des deux mouvemens de même côté, qui eſt longtems aſſez petite. De-là vient qu'on a vu ſi longtems la Comete peu diminuée de grandeur & d'éclat, ce qui a pu cauſer d'abord de la ſurpriſe. Il n'eſt pas néceſſaire pour ce phénomene que le Périhélie ait exactement concouru avec le Périgée, l'à peu près ſuffira, & il étoit peut-être inutile d'en avertir.

M. Caſſini n'a pas encore déterminé l'inclinaiſon de l'Orbite de cette Comete ſur l'Ecliptique, ni ſes Nœuds; ſa Théorie de 1725, qu'il y eût appliquée, demandoit que cette Comete eût un plus grand mouvement que celui de 6 ½ degrés, qui ſont tout l'eſpace qu'elle a parcouru pendant le tems de ſon apparition. Il ſemble enfin que le Syſtême des Cometes avance, car il faut bien ſe garder de le compter pour fini, & le fût-il même, on auroit tort de le croire ſi-tôt.

SUR

SUR DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES EN AMERIQUE. *

L'ESPAGNE n'a pas eu beaucoup d'Astronomes, même après avoir eu un Roi qui l'étoit. Mais l'Astronomie renait aujourd'hui chez les Espagnols, & l'Académie a reçu des observations de trois Savans de cette Nation, tous trois établis en Amérique; Dom Juan de Herrera; Dom Pedro de Peralta Docteur en Droit, Controlleur des Comptes de l'Audience Royale, & Professeur Royal de la premiere Chaire de Mathématique dans l'Université de S. Marc; & le Bachelier Dom Marcos Antonio de Gamboa & Ryano, Médecin du S. Office, son Notaire, & Examinateur des Livres. Ces observations ont été recueillies par Dom Juan de Herrera & Sotomayor, Ingénieur des Armées du Roi d'Espagne, & Gouverneur du Château de Santa-Fé, qui a dédié le Recueil à l'Académie; il lui a été envoyé par M. de Navarro Sous-Lieutenant de la Compagnie des Gardes de la Marine à Cadis, & Commandant d'un Vaisseau de S. M. Catholique. D. Juan de Herrera a observé à Carthagene, à Panama, à Ste Marthe; D. Pedro de Peralta à Lima; D.

* V. les M. p. 509.

D. Marcos Antonio de Gamboa en differentes Villes de l'Isle de Cube. Ce sont des observations d'Eclipses de Lune, d'Immersions ou Emersions du 1er Satellite de Jupiter, de hauteurs Méridiennes du Soleil ou d'Etoiles fixes, de hauteurs de Pole. La plus ancienne est de 1709.

M. Cassini, qui les a examinées, & en a tiré tout ce qu'elles pouvoient donner par rapport aux Longitudes & aux Latitudes Géographiques, a trouvé qu'elles étoient faites avec beaucoup de justesse & de précision. Nous lui en laissons entierement le détail, pour nous arrêter à quelques remarques, qui peuvent être d'une utilité générale en cette matiere.

1°. Quand une même Eclipse de Lune a été vue à Paris, & en quelque lieu de l'Amérique, elle a toujours paru d'une plus longue ou plus courte durée dans ce lieu qu'à Paris, selon que l'Observateur a été different; c'est-à-dire, que le même Observateur Espagnol a trouvé les Eclipses plus longues, & un autre plus courtes, qu'on ne les a trouvées à Paris. Cela vient de la differente maniere de prendre le terme de l'ombre, l'un la juge finie quand un autre juge qu'elle dure encore, & tout Observateur se fait une habitude d'un certain point où l'ombre est finie pour lui. Les Astronomes de Paris se sont trouvés tenir le milieu entre les Espagnols. En comparant par rapport aux Longitudes des lieux les observations d'une même Eclipse faites en Amérique & à Paris, il ne faut donc pas prendre le commencement

ni

ni la fin de l'ombre, soit sur le disque entier de la Lune, soit sur ses Taches, parce que ce ne seroit pas précisément le même instant dans les deux lieux d'observation; il ne faut prendre que le milieu de toute l'Eclipse, qui sera surement au même instant de part & d'autre, de quelque maniere qu'on ait jugé l'ombre.

2°. Quand on compare les observations faites en deux differens lieux d'une même Immersion ou Emersion d'un Satellite de Jupiter, il faut avoir égard à la differente longueur des Lunettes dont les deux Observateurs se seront servis. Avec une plus longue Lunette on voit l'Immersion plus tard, parce qu'on voit plus longtems le Satellite qui paroît plus grand, & au contraire on voit l'Emersion plutôt, & on n'auroit pas le même instant de part & d'autre. M. Cassini a trouvé par expérience que d'une Lunette de 10 pieds à une de 16 la difference est de 30 secondes de tems, dont la plus longue Lunette voit le 1er Satellite plutôt, ou le perd plus tard. On pourroit se règler sur ce pied-là pour d'autres longueurs differentes.

3°. Comme il a été rare qu'une même Immersion ou Emersion fût observée en Amérique & à Paris, parce que la grande difference de longitude fait que le plus souvent au tems d'un de ces phénomenes il n'est pas nuit de part & d'autre, M. Cassini a pris entre ceux qui avoient été observés à Paris, les plus proches de ceux qui l'avoient été en Amérique; & par les tems écoulés entre eux, il a eu le tems où un phénomene qui n'avoit été vu que

 dans

dans un lieu auroit dû l'être dans l'autre, ce qui donne pareillement la difference de Longitude des lieux.

Les comparaisons d'observations servent toujours infiniment ou à vérifier ou à rectifier les Tables des mouvemens céleſtes; & l'Aſtronomie iroit bien plus vîte, si les Obſervateurs n'étoient pas auſſi clair-ſemés qu'ils le ſont ſur la Terre. Par rapport à ce petit nombre d'Hommes, qui ſachent regarder le Ciel, les progrès de l'Aſtronomie ſont étonnans.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

Les Obſervations de l'Eclipſe totale Lunaire du 13 Fevrier, par M. Maraldi [a], par M. Caſſini [b], par M. Godin [c], & par M. le Chevalier de Louville [d].

Celles de l'Eclipſe Lunaire totale du 8 Août, par M. Caſſini [e] & par M. Godin [f].

[a] V. les M. p. 1. [b] p. 6. [c] p. 11. [d] p. 15.
[e] V. les M. p. 487. [f] p. 489.

ME-

MECHANIQUE.

SUR LES VOUTES.*

APRÈS ce que M. Couplet a donné sur les Revêtemens des Digues, Chaussées, &c. † il étoit naturel qu'il pensât aux Voûtes, dont la Théorie doit dépendre des mêmes principes de Méchanique; non que cette matiere soit tout-à-fait aussi neuve que celle des Revêtemens, elle a déja été traitée par d'habiles Géometres, & nous en avons même parlé en 1704 ‡: mais elle n'a été ni suffisamment approfondie, ni mise dans un assez grand jour, ni réduite à des principes, qui fissent une espece de Systême dans la Méchanique de l'Architecture.

Nous supposons ce qui a été dit en 1704. Tous les Voussoirs, qui composent une Voûte, sont des especes de Coins, dont chacun, à compter depuis la Clé de Voûte, est toujours plus incliné à l'horizon que le précédent. Ils tendent tous à tomber, & il faut qu'aucun ne tombe; il faut de plus, afin que la Voûte soit la plus durable qu'il se puisse, qu'ils tendent tous avec une force égale à tom-

* V. les M. p. 107.

† V. l'Hist. de 1726. p. 78. & suiv. de 1727. p. 183. & suiv. & de 1728. p. 143. & suiv.

‡ p. 114. & suiv.

tomber, autrement l'endroit où il se trouveroit plus de cette force viendroit à s'abaisser peu-à-peu, & par conséquent éleveroit quelque endroit voisin, & toute la Voûte se démentiroit. De ce que chaque Voussoir est plus incliné à l'horizon, il suit qu'il est plus soutenu, & ne tend à tomber que par une moindre partie de sa pesanteur absolue; il est donc nécessaire pour l'équilibre des Voussoirs que chacun ait une plus grande pesanteur absolue, selon la même raison qu'il est plus incliné.

M. Couplet ne considere présentement les Voussoirs que comme parfaitement polis, ce qui a été aussi sa premiere hypothese dans sa recherche des Revêtemens. Par-là les efforts naturels que les Voussoirs font pour tomber en vertu de leur pesanteur combinée avec la position, ne sont nullement alterés par l'engrénement mutuel de leurs parties entre eux, qui est un obstacle réel à leur chute, mais en quelque sorte étranger.

La Clé, dont le milieu est le même que celui de la Voûte, étant posée entre deux Voussoirs qu'elle touche de part & d'autres par ses deux surfaces inclinées à l'horizon, tend à tomber par une ligne verticale, & elle ne peut avoir cette tendance sans pousser de part & d'autre & tendre à écarter d'elle les deux Voussoirs qu'elle touche; il suffira d'en considerer un. Son impulsion sur ce Voussoir ne peut être qu'une perpendiculaire tirée du centre de gravité de la Clé sur la surface du Voussoir. Cette ligne est en même tems la diagonale d'un parallelogramme dont

dont les deux côtés feroient la tendance verticale de la Clé pour tomber, & un effort horizontal pour pouffer le Vouffoir ou l'écarter. Le Vouffoir, qui eft le 2d de la Voûte, pouffé par la Clé felon cette ligne, eft en même tems tiré en en-bas par fa pefanteur felon une ligne verticale, parallele à celle par laquelle agit la pefanteur de la Clé; & de-là réfulte à ce Vouffoir un effort compofé de ce dernier, qui eft fimple, & du premier qui étoit déja compofé, & c'eft par cet effort réfultant qu'il pouffe le 3me Vouffoir, qui ayant une tendance verticale à tomber, parallele aux autres, ne pourra recevoir non plus qu'un effort compofé, ce qui fe continuera toujours ainfi jufqu'au dernier Vouffoir.

On verra aifément que le 2d Vouffoir étant le moins incliné à l'horizon, parce qu'il eft le 2d, l'effort compofé de la Clé fur lui eft prefque horizontal; que de-là les efforts compofés vont toujours en s'inclinant moins à l'horizon, & en s'approchant de la pofition verticale; & qu'enfin fi le dernier Vouffoir étoit infiniment incliné à l'horizon, ou horizontal, ou, pour parler plus précifément, avoit fa furface fupérieure horizontale, l'effort compofé qu'il recevroit feroit vertical. Il pourroit fembler d'abord que cet effort ne tendroit donc qu'à affermir ce Vouffoir fur fon piédroit, & que comme il réfulte de tous les efforts précédens, toute la Voûte n'agiroit que verticalement fur le piédroit, & n'auroit nulle action horizontale, & par conféquent point de pouffée, car la pouffée n'eft qu'horizontale. Mais il faut prendre

garde qu'en ce cas-là le dernier Vouſſoir qui n'auroit qu'une tendance verticale, & par l'hypotheſe préſente nul engrénement de ſes parties avec les autres, n'auroit donc nulle force pour réſiſter à ce que les efforts des Vouſſoirs précédens ou ſupérieurs auroient d'horizontal, puiſqu'un corps peſant n'apporte aucune réſiſtance au mouvement horizontal. Il auroit beſoin pour cela d'une peſanteur infinie, & telle devroit être celle du dernier Vouſſoir; concluſion où nous étions déja arrivés en 1704 par une autre voye. Le dernier Vouſſoir gliſſeroit donc dans le cas propoſé, & s'il ne gliſſoit pas, ce ſeroit un effet de l'engrénement qu'on a exclus quant à préſent, mais qui ſe trouve toujours dans la réalité. Que ſi le dernier Vouſſoir n'eſt pas horizontal, il eſt bien clair que ſon effort compoſé tiendra quelque choſe de l'horizontal. Ainſi la Voûte aura toujours une pouſſée. L'équilibre de ſes Vouſſoirs ne va pas à l'empêcher d'en avoir une, mais à les empêcher d'y contribuer inégalement.

Cet équilibre demande, comme il a été dit, que leurs peſanteurs abſolues ſoient croiſſantes depuis la Clé, 1er Vouſſoir. L'effort de la Clé contre le 2d Vouſſoir étant une perpendiculaire tirée du centre de gravité de la Clé ſur la ſurface, ou, ce qui eſt le même, ſur le *joint* de ce Vouſſoir, ſi l'on ſuppoſe qu'il faille une ligne égale à celle-là pour arriver de la ſurface de ce Vouſſoir à ſon centre de gravité ſur lequel ſe fera l'impreſſion, & d'où partira l'effort compoſé de ce 2d ſur le 3me, & ſi l'on ſuppoſe toujours ainſi de ſuite que la

la ligne par laquelle le centre de gravité d'un Voussoir frappe la surface du suivant, soit égale à celle qui va de cette surface au centre de gravité de ce suivant, on verra sans peine qu'en vertu des positions nécessaires de ces lignes, l'intervalle du joint d'un Voussoir au joint du suivant augmentera toujours depuis la Clé; que par conséquent la surface des Voussoirs augmentera toujours, & par conséquent aussi leur pesanteur absolue en même raison que la surface, si ce n'est que par ces surfaces qu'ils different entre eux, comme on a pu le supposer. M. Couplet démontre de plus que cette raison selon laquelle differeront leurs pesanteurs absolues, est celle qui est requise pour leur équilibre.

Mais si on veut que les intervalles des joints des Voussoirs soient égaux, ce qui est plus agréable à la vue, alors ce sont les longueurs des Voussoirs qu'il faut augmenter, & M. Couplet en détermine la proportion. Si ces Voussoirs inégalement longs sont posés de maniere que par leurs extrémités inférieures ils fassent ou un demi-cercle ou un arc moindre, leurs extrémités supérieures seront certainement bien éloignées de pouvoir faire une Courbe semblable; elles ne feront aucune Courbe qui ait quelque régularité apparente, & suffisante seulement pour l'œil, à moins qu'on ne fasse les Voussoirs peu épais, & qu'on n'en augmente par conséquent le nombre : il est visible, du moins pour les Géometres, que s'ils étoient en nombre infini, & infiniment minces, ils feroient par ces extrémités supérieures, ou à l'*extrados*

de la Voûte, une courbure réguliere, qui viendroit de l'inégalité règlée de leurs longueurs toujours conduite par des degrés infiniment petits.

Si l'intrados de la Voûte eſt un demi-cercle entier, il ſera aiſé de voir que non-ſeulement la ligne de l'extrados formée par les longueurs inégales des Vouſſoirs ne pourra être ſemblable ni parallele à l'intrados, quelque peu épais qu'on faſſe ces Vouſſoirs; mais que ces deux lignes ſeront plus éloignées du parallelisme en approchant des deux piédroits & en s'y terminant, qu'elles ne l'étoient vers la Clé. De-là il ſuit que ſi la diſtance des deux piédroits étant toujours la même, l'intrados n'eſt plus un demi-cercle entier, mais un arc moindre, on aura ſupprimé les deux portions de l'intrados & de l'extrados les plus éloignées entre elles du parallelisme, & que par conſéquent les deux nouvelles lignes qui ſeront l'intrados & l'extrados approcheront davantage d'être paralleles. On ſouſentend aſſez que la Voûte étant toujours compriſe entre les mêmes piédroits, ſon intrados qui devient un moindre arc, eſt arc d'un plus grand cercle, & que par cette ſuppoſition la Voûte s'abaiſſe néceſſairement. En un mot, plus la Voûte s'abaiſſera parce que ſon intrados deviendra toujours un moindre arc d'un plus grand cercle, plus les lignes de l'intrados & de l'extrados approcheront d'être paralleles, & enfin elles le ſeront dans le cas extrême, c'eſt-à-dire, quand la Voûte abaiſſée autant qu'elle le peut être, ſera devenue abſolument platte, ou, ce qui eſt

le

le même, un arc infiniment petit d'un cercle infini ; alors l'intrados & l'extrados ne sont que deux lignes droites, horizontales & paralleles.

Il est bon de remarquer que cette Voûte platte, & dont l'épaisseur est par-tout égale, ne laisse pas d'être une véritable Voûte. Les surfaces de ses Voussoirs sont toujours inclinées à l'horizon de plus en plus à compter depuis la Clé ; & ce qu'elles ont de particulier, c'est que les suivantes sont plus inclinées par rapport aux précédentes, qu'elles n'eussent été dans toute autre Voûte circulaire. Cette augmentation d'inclinaison fait nécessairement augmenter les masses ou pesanteurs des Voussoirs, & elles n'ont qu'à augmenter selon la proportion requise pour l'Equilibre essentiel à toutes les Voûtes.

Puisque ce n'est que dans le cas de la Voûte absolument platte que l'intrados & l'extrados sont paralleles, il s'en faut beaucoup que l'on ne soit dans le cas de ce parallelisme, lorsqu'on donne à une Voûte circulaire un extrados rectiligne, ou plat, comme on fait assez souvent. Aussi est-il bien certain qu'alors les Voussoirs ne sont pas en équilibre, ainsi qu'on a toujours supposé ici qu'ils y devoient être ; & si la Voûte ne laisse pas de se maintenir malgré nos Règles, c'est que ces Règles n'ont pas encore eu égard à l'engrénement des Voussoirs entre eux.

Il est impossible selon la Théorie présente, qu'une Voûte, qui aura son intrados circulaire, soit d'une épaisseur uniforme ; ses Voussoirs toujours plus longs, parce qu'ils doivent

 être

être plus pesans, la rendront toujours plus épaisse depuis la Clé jusqu'au piédroit. Il faudroit pour l'uniformité d'épaisseur que les Voussoirs pussent être également pesans, & alors on auroit pour l'intrados une autre Courbe qu'un arc de Cercle. Les Géometres connoissent la Chainette, Courbe qui se forme à l'œil même par une Corde lâche, dont les extrémités sont attachées à deux points fixes posés dans la même ligne horizontale. Toutes les parties de la Corde également pesantes, la tirent chacune en-bas, & lui font prendre une certaine courbure dans son tout, de la maniere que nous avons expliquée en 1714 *. M. Couplet a pensé qu'une Voûte, qui auroit cette courbure, pourroit avoir par la nature de la Chainette tous ses Voussoirs également pesans, & seroit par conséquent d'une épaisseur uniforme. La pratique sera extrêmement facile. Une Corde lâche, qui attachée par ses deux bouts au haut des deux piédroits descendra aussi bas que la Clé doit être élevée par rapport aux piédroits, prendra une courbure que l'on n'aura qu'à renverser de bas en haut, & appliquer à la Voûte.

Il reste à parler de la poussée, de cet effort par lequel une Voûte, ou plutôt une demi-Voûte qu'il suffit de considerer, tend à renverser son piédroit, en le faisant tourner en dehors sur quelque point de sa base, qui seroit le centre ou le point d'appui du mouvement de renversement. La base du pié-

droit

* p. 162.

droit eſt indéterminée, parce qu'elle devra être plus ou moins grande, & par conſéquent le piédroit plus ou moins peſant, ſelon l'effort qui agira contre lui. Sur la baſe indéterminée on peut, & il faut même, déterminer tel point qu'on voudra pour être le point ſur lequel le piédroit ſeroit renverſé.

Tout le poids de la demi-Voûte étant conçu réuni dans ſon centre de gravité, on tire de ce centre, qu'on trouve par des Règles connues, une perpendiculaire ſur la ſurface ſupérieure du dernier Vouſſoir; toute la demi-Voûte n'agit ſur lui que par cette ligne. On la décompoſe en deux, l'une verticale, l'autre horizontale. Par la verticale la demi-Voûte ne tend qu'à affermir le piédroit ſur ſa baſe, par l'horizontale elle tend à le renverſer. D'un autre côté le piédroit oppoſe à cet effort qui le renverſeroit, toute ſa peſanteur, qui agit par une ligne verticale tirée de ſon centre de gravité ſur ſa baſe. Voilà donc deux actions ou lignes contraires, l'une ce que la demi-Voûte a d'horizontal dans ſon effort, l'autre la réſiſtance verticale du piédroit. De plus ces deux lignes ou actions rapportées chacune au point d'appui ou centre de mouvement qu'on a déterminé ſur la baſe, ont chacune d'autant plus de force qu'elles en ſont plus éloignées. On égale ces deux énergies, par-là la baſe qui étoit la ſeule grandeur indéterminée ne l'eſt plus, & on voit de quelle grandeur elle doit être, afin que la réſiſtance du piédroit ſoit égale à la pouſſée de la demi-Voûte.

Tout cela n'eſt que la ſuite des idées qui ont

ont conduit M. Couplet dans sa recherche : il reste le travail, assez souvent long & pénible, de les exprimer par la Géometrie & par l'Algebre, & de les unir, pour ainsi dire, à la matiere. Nous ne pouvons toucher à cette partie de l'Ouvrage. En général, le travail de bien prendre le fil des idées, est le plus fin & le plus sujet aux méprises ; l'autre est plus dur, & a plus de sureté.

SUR LES MACHINES A REMONTER LES BATEAUX. *

LA matiere du Remontage de Bateaux s'éclaircit toujours. La concurrence de quelques personnes, qui ont proposé à l'Académie differentes idées, accompagnées le plus souvent de l'exécution en grand, y a donné lieu ; & nous allons reudre compte de quelques Remarques de M. Pitot, qui semble s'être mis plus qu'un autre en possession de ce sujet †.

1°. Le nombre des Aubes n'est pas arbitraire. Quand une Aube est entierement plongée dans l'eau, & qu'elle a la position la plus avantageuse pour en être bien frappée, qui est naturellement la perpendiculaire au fil de l'eau, il faut que l'Aube qui la suit, & vient pour prendre sa place, ne fasse alors

* V. les M. p. 359. & 540.

† V. l'Hist. de 1725. p. 106. & suiv.

alors qu'arriver à la surface de l'eau, & la toucher, car pour peu qu'elle y plongeât, elle déroberoit à la premiere Aube une quantité d'eau proportionnée, qui n'y feroit plus d'impression; & quoique cette quantité d'eau fît impression sur la 2de Aube, celle qui seroit perdue pour la 1re ne seroit pas remplacée par-là, car l'impression sur la 1re eût été faite sous l'angle le plus favorable, & l'autre ne peut l'être que sous un angle qui le soit beaucoup moins. On doit donc faire ensorte qu'une Aube étant entierement plongée dans l'eau, elle ne soit nullement couverte par la suivante; & il est visible que cela demande qu'elles ayent entre elles un certain intervalle, & comme il sera le même pour les autres, il en déterminera le nombre total.

Les Aubes, attachées chacune par son milieu à un rayon d'une Roue qui tourne, ont deux dimensions, l'une parallele, l'autre perpendiculaire à ce rayon. C'est la parallele que M. Pitot appelle leur largeur, c'est par cette dimension qu'elles plongent, & c'est elle dont M. Pitot cherche la grandeur, en laissant ou en supposant l'autre dimension constante & connue. Si la largeur est égale au rayon de la Roue, une Aube ne peut donc plonger entierement, que le centre de la Roue, ou, ce qui est le même, de l'Arbre qui la porte, ne soit à la surface de l'eau; & il est nécessaire qu'une Aube étant plongée perpendiculairement au Courant, la suivante, qui ne doit nullement la couvrir, soit entierement couchée sur la surface de l'eau, & par conséquent fasse avec la 1re un angle de 90

de-

degrés, ce qui emporte qu'il ne peut y avoir que quatre Aubes. De-là il eſt aiſé de conclure, que ſi la largeur des Aubes eſt moindre que le rayon de la Roue, comme elle l'eſt ordinairement, leur nombre ſera d'autant plus grand que la largeur ſera moindre. M. Pitot a trouvé par la Géometrie la Règle de ce rapport du nombre des Aubes aux largeurs, & en a dreſſé une petite Table, qui épargne les calculs.

2°. Juſqu'à préſent on avoit toujours mis les Aubes ſur les rayons de la Roue, dont par conſéquent elles avoient la direction ſelon leur largeur. Un Machiniſte leur a imaginé une autre poſition, c'eſt de les mettre ſur des Tangentes tirées à differens points de la circonference de l'Arbre qui porte la Roue, ce qui ne change rien à leur nombre. M. Pitot les appelle *Aubes en tangente*, au-lieu que les autres ſont *Aubes en rayon*. Elles ſe terminent les unes & les autres aux mêmes points de la circonference de la Roue, & on ſuppoſe que leurs deux dimenſions ſoient les mêmes, ſans quoi on ne les pourroit pas comparer exactement.

Tout cela poſé, l'Aube en rayon & l'Aube en tangente entrent dans l'eau, & en ſortent en même tems, & elles y décrivent par leur extrémité commune un arc circulaire, dont le point du milieu eſt la plus grande profondeur de l'eau juſqu'où une Aube puiſſe aller; on peut prendre cette profondeur égale à la largeur des Aubes. Si on conçoit que l'Aube en rayon arrive à la ſurface de l'eau, & par conſéquent y eſt auſſi inclinée qu'elle

le

le puisse, l'Aube en tangente, qui y arrive aussi, y est nécessairement encore plus inclinée ; & de-là vient que quand l'Aube en rayon est parvenue à être perpendiculaire à l'eau, l'Aube en tangente y est encore inclinée, & par conséquent en reçoit à cet égard, & en a toujours reçu jusque-là moins d'impression. Il est vrai que jusque-là une plus grande partie de l'Aube en tangente a été plongée, ce qui sembleroit pouvoir faire une compensation : mais M. Pitot démontre qu'au contraire cette plus grande partie plongée reçoit d'autant moins d'impression de l'eau qu'elle est plus grande par rapport à la partie plus petite de l'Aube en rayon plongée aussi, & cela à cause de la difference des angles d'inclinaison. L'avantage est donc jusque-là pour l'Aube en rayon. Ensuite l'Aube en tangente parvient à être perpendiculaire à l'eau, mais ce n'est qu'après l'Aube en rayon, le point du milieu de l'arc circulaire qu'elles décrivent est passé ; l'Aube en rayon aura été entierement plongée, & l'Aube en tangente ne le peut plus être qu'en partie, ce qui lui donne du desavantage dans ce cas-là même qui lui est le plus avantageux : & en voilà assez, sans suivre M. Pitot dans un plus grand détail, pour faire voir que l'Aube en rayon doit toujours avoir la préférence.

3°. On a pensé aussi à donner aux Aubes une disposition encore plus singuliere, celle des Ailes des Moulins à vent. Ceux qui ont songé les premiers à employer l'eau pour principe du mouvement d'une Machine, ont vu assez naturellement que s'ils faisoient plonger

ger dans l'eau une surface exposée directement à son cours, & qui en recevroit du mouvement, une autre surface pareille, qui seroit dans l'air, & obligée à se mouvoir en même tems que la premiere, causeroit à une Roue, dont toutes deux feroient partie, un mouvement de circulation. S'ils avoient mis les deux surfaces dans l'eau, elle eût fait sur toutes deux le même effort qui n'eût tendu qu'à les renverser en même tems. Par cette raison ceux qui ont employé l'air pour principe du même mouvement de circulation, & qui ne pouvoient mettre les differentes surfaces que dans l'air, ne les ont pas exposées directement au Vent, qui n'eût tendu qu'à les renverser, mais leur ont fait prendre le Vent obliquement, moyennant quoi elles tournent autour d'un axe commun. Cependant il est très certain que ce que fait l'air, l'eau peut le faire, par conséquent les Aubes d'un Moulin à eau peuvent être disposées comme les Ailes d'un Moulin à vent; & cette disposition, quoique singuliere, parce qu'elle n'a pas encore été imaginée, est fort naturelle, à cause de la grande analogie des deux Moteurs, & elle a bien mérité que M. Pitot en fît un examen particulier.

Au-lieu que dans la disposition ordinaire les Aubes sont attachées à un Arbre perpendiculaire au fil de l'eau, ici elles le sont à un Arbre parallele à ce même fil, comme l'Arbre des Ailes d'un Moulin à vent est dans la direction du vent. Et parce qu'il est démontré que l'angle le plus avantageux sous lequel ces Ailes puissent prendre le vent est

celui de 54 *, il faut ſuppoſer que les Aubes du Moulin à eau ſont ce même angle avec le fil de l'eau.

L'impreſſion de l'eau ſur les Aubes diſpoſées à l'ordinaire eſt inégale d'un inſtant à l'autre. Sa plus grande force eſt dans l'inſtant où une Aube étant perpendiculaire au Courant, & entierement plongée, la ſuivante veut entrer dans l'eau, & la précédente en ſort; car alors l'Aube plongée, qui eſt entre ces deux, reçoit l'impreſſion de l'eau dans toute ſa ſurface, & à angles droits. Le cas oppoſé à celui-là eſt lorſque deux Aubes ſont en même tems également plongées, ce qui emporte que ni l'une ni l'autre ne ſoit perpendiculaire au Courant, que l'une couvre entierement l'autre, & que celle même qui eſt découverte ne reçoive l'impreſſion de l'eau que dans une partie de ſa ſurface, ce qui fait tout le deſavantage poſſible. Depuis l'inſtant du 1er cas juſqu'à l'inſtant du 2^d^, la force de l'impreſſion de l'eau ſur les Aubes diminue donc toujours, & il eſt clair que cela vient originairement de ce qu'une Aube, pendant tout le tems de ſon mouvement dans l'eau, y eſt toujours inégalement plongée. Mais cet inconvénient ceſſeroit à l'égard des Aubes diſpoſées comme les Ailes du Moulin à vent, celles-ci étant toujours entierement plongées dans l'air, les autres le ſeroient toujours auſſi entierement dans l'eau. On peut faire leur largeur égale au rayon de la Roue, c'eſt-à-dire, que le centre de l'Arbre qui porteroit les

* V. l'Hiſt. de 1701. p. 178.

les Aubes, feroit toujours à fleur d'eau, au moyen de quoi on auroit de grandes furfaces toujours également frappées. L'égalité d'impreffion & de mouvement eft d'un grand prix dans les Machines.

Celle-ci, qui eft précifément dans le cas des Moulins à vent, doit être examinée par les mêmes principes, & nous les avons déja expofés affez au long d'après M. Pitot en 1727 *. Il faut faire les deux décompofitions de mouvement, dont il a été parlé, en fuppofant que l'Aube pofée de la nouvelle maniere, a été frappée fous l'angle de 54. De-là réfultent dans la 2de décompofition deux forces, l'une parallele, l'autre perpendiculaire au fil de l'eau, dont M. Pitot donne les expreffions algébriques. C'eft la perpendiculaire feule qu'on peut employer. Cette force étant appliquée à une Aube nouvelle, qu'on fuppofe égale en furface à une Aube, pofée felon l'ancienne maniere, de l'une des deux Machines qu'on a vues depuis peu exécutées en grand fur la Seine, il fe trouve que l'Aube nouvelle, qui reçoit une impreffion conftante, en reçoit une un peu moiudre que ne feroit l'Aube ancienne dans le cas même, où, felon ce que nous venons de dire, elle en reçoit le moins.

4°. M. Pitot ôte encore aux Aubes nouvelles un avantage, qui fembleroit leur devoir appartenir. Quand on dit, comme nous avons fait en 1725†, que la plus grande vîteffe que puiffe prendre une Aube ou Aile mue par

* p. 190. & fuiv.

par un fluide, eſt le tiers de la vîteſſe de ce fluide, il faut entendre que cette vîteſſe réduite au tiers, eſt uniquement celle du *centre d'impulſion ou d'impreſſion*, c'eſt-à-dire, d'un point de la ſurface de l'Aube, où l'on conçoit que ſe réunit toute l'impreſſion que le fluide fait ſur elle. Si le courant fait 3 pieds en 1 Seconde, ce centre d'impreſſion fera 1 pied en 1 Seconde; & comme il eſt néceſſairement placé ſur le rayon de la Roue, il y aura un point de ce rayon, qui aura cette vîteſſe de 1 pied en 1 Seconde. Si ce point étoit l'extrémité du rayon, qui ſeroit, par exemple, de 10 pieds, auquel cas il ſeroit un point d'une circonference de 60 pieds, il ne pourroit parcourir 60 pieds, ou, ce qui eſt le même, la Roue qui porte les Aubes ne pourroit faire un tour qu'en 60 Secondes ou 1 Minute. Mais ſi ce même centre d'impreſſion étoit poſé ſur ſon rayon à 1 pied de diſtance du centre de la Roue & de l'Arbre, il parcourroit une circonference de 6 pieds, ou feroit un tour en 6 Secondes, & par conſéquent la circonference de la Roue feroit auſſi ſon tour dans le même tems, & auroit une vîteſſe dix fois plus grande que dans le 1er cas. Donc moins le centre d'impreſſion eſt éloigné du centre de la Roue, plus la Roue tourne vîte, ce qui eſt un avantage.

Quand une ſurface parallelogrammique, mue par un fluide, tourne autour d'un axe immobile, auquel elle eſt ſuſpendue, ſon centre d'impreſſion eſt à compter depuis l'axe aux deux tiers de la ligne qui la diviſe en

deux

deux ſelon ſa hauteur. Si la Roue a 10 pieds de rayon, l'Aube nouvelle, qui eſt entierement plongée dans l'eau, & dont la largeur ou hauteur eſt égale au rayon, a donc ſon centre d'impreſſion environ à 6 pieds du centre de la Roue. Il s'en faut beaucoup que la largeur ou hauteur des Aubes anciennes ne ſoit égale au rayon, & par conſéquent leur centre d'impreſſion eſt toujours plus éloigné du centre de la Roue, & cette Roue ne peut tourner que plus lentement.

Cela eſt vrai, mais M. Pitot remarque que cet avantage eſt détruit par une compenſation préciſément égale. Dans le mouvement circulaire de l'Aube, le point immobile ou point d'appui eſt le centre de la Roue; & plus le centre d'impreſſion, auquel toute la force eſt appliquée, eſt éloigné de ce point d'appui, plus la force agit avantageuſement, parce qu'elle agit par un plus long bras de levier. Ainſi quand une moindre diſtance du centre d'impreſſion au centre de la Roue fait tourner la Roue plus vîte, & fait gagner du tems, elle fait perdre du côté de la force appliquée moins avantageuſement, & cela en même raiſon; d'où il ſuit en cette matiere, que la poſition du centre d'impreſſion eſt indifferente. La propoſition énoncée en général eût été fort étrange, & on peut apprendre par beaucoup d'exemples à ne pas rejetter les Paradoxes ſur leur premiere apparence.

SUR

SUR LES TOURBILLONS CELESTES. *

M. L'Abbé de Molieres continue le dessein, dont nous avons commencé à rendre compte en 1728 †, de conserver à la Physique les Tourbillons de Descartes, vivement attaqués par les formidables objections de M. Newton, & de sa nombreuse Secte. Voici une des plus fortes.

Si les Tourbillons existent, ce sont certainement de grands fluides d'une figure Elliptique, dont les differentes couches circulent autour d'un des Foyers de l'Ellipse avec differentes vîtesses, qui sont entre elles, selon la Règle de Kepler, en raison renversée des racines quarrées de leurs distances au Foyer. Si l'on conçoit un Cercle décrit du Foyer comme centre, sur un rayon qui soit la distance de ce Foyer au sommet de l'Ellipse le plus proche, il est certain que tous les Globules de chaque couche circulaire circuleront en même tems, mais que ceux d'une couche comparés à ceux d'une autre circuleront avec des vîtesses differentes selon la Règle de Kepler. Ce Cercle supposé, qui touchera l'Ellipse par sa partie la plus proche du Foyer, ou inférieure, ne peut que laisser beaucoup de vuide dans la partie supérieure, où il ne s'étendra point; & comme les Globules de cette partie supérieure sont en beaucoup

* V. les M. p. 233. † p. 134 & suiv.

coup plus grand nombre que ceux de la partie inférieure, il eſt impoſſible qu'ils paſſent tous en même tems dans cette inférieure, ainſi qu'ils y ſont obligés par la circulation, à moins qu'ils n'y paſſent avec une vîteſſe plus grande que celle qu'auroient eue les Globules des couches circulaires. Mais la vîteſſe de ceux-ci auroit ſuivi la Règle de Kepler, la vîteſſe des autres ne peut donc pas ſuivre cette Règle, puiſqu'elle eſt plus grande, & par conſéquent la Règle de Kepler ne s'obſervera pas dans des Ellipſes; ce qui contredit le fait le plus conſtant de toute l'Aſtronomie Phyſique, reçu par les Cartéſiens, comme par tous les autres Philoſophes.

Ce raiſonnement ſuppoſe ce que Deſcartes lui-même a ſuppoſé, & ce qu'on ſuppoſe naturellement, que les Globules, qui compoſent ces grands fluides de matiere céleſte, ſont durs; & en effet on ne peut les concevoir que comme des Corps d'une petiteſſe extrême, & preſque infinie, ce qui emporte la dureté, car la molleſſe n'appartient qu'à des aſſemblages de parties mal liées.

L'objection qu'on vient de rapporter ceſſeroit, ſi les Globules, en paſſant de la partie ſupérieure de l'Ellipſe dans l'inférieure, pouvoient diminuer de volume; ils paſſeroient alors en plus grand nombre ſans prendre une plus grande viteſſe: mais cette idée paroîtroit trop forcée, pour être recevable, & elle le ſeroit d'autant moins qu'il faudroit une diminution de volume faite dans des proportions bien exactes, & faite par degrés ſucceſſifs, après quoi il faudroit retrouver une aug-

augmentation dans les mêmes proportions, & conduite par les mêmes degrés, & cela sans fin; ce qui ne paroît guere possible.

Cependant c'est-là la pensée de M. l'Abbé de Molieres, & une pensée qu'il rend très probable, & même très géometrique. Il adopte les petits Tourbillons du P. Malebranche, que nous avons expliqués en 1715 *. Ce que Descartes a imaginé comme des Globules durs, ce sont autant de Tourbillons presque infiniment petits, dont la matiere circule autour d'un centre commun. Ils ont une force centrifuge, aussi bien que les plus grands Tourbillons, tels que celui de tout le Systême Solaire; & ils l'ont presque infiniment plus grande, puisqu'elle est toujours le quarré de la vîtesse, divisé par le rayon de la Sphere du Tourbillon, & que le rayon de la Sphere de ces petits Tourbillons est presque infiniment petit; car une grandeur finie étant divisée par une infiniment petite, le quotient de la division est infini. On entend assez que les petits Tourbillons, qui au-lieu des Globules composent les grands Tourbillons, ont, comme auroient eu les Globules, une vîtesse de circulation déterminée par celle des grands.

Un Tourbillon quelconque tend toujours par sa force centrifuge à s'étendre, à augmenter sa Sphere; & si deux Tourbillons, qui se touchent, ont des forces centrifuges inégales, le plus fort s'étendra & s'agrandira aux dépens du plus foible, c'est-à-dire, qu'il prendra quelque portion de la matiere,

* p. 141. & suiv.

qui avoit appartenu à l'autre. D'un autre côté il y a plus de force centrifuge dans la partie inférieure du grand Tourbillon Elliptique que dans la supérieure, & cela selon les degrés de la vîtesse, toujours proportionnée aux distances du foyer, par rapport auquel se fait la circulation. Si l'on conçoit donc qu'un petit Tourbillon passe de la partie inférieure du grand dans la supérieure, il passe d'un lieu où il y a plus de force centrifuge dans un lieu où il y en a moins, il rencontre toujours d'autres petits Tourbillons qui en ont moins que lui, & par conséquent il s'agrandit à leurs dépens, jusqu'à ce qu'enfin s'étant agrandi autant qu'il est possible, il perde tout ce qu'il avoit acquis en repassant de la partie supérieure de l'Ellipse dans l'inférieure. Cela suffit pour faire entendre comment la grandeur des petits Tourbillons se proportionne naturellement, selon tous les degrés requis, aux espaces par où ils doivent passer, sans qu'il soit besoin d'un changement de vîtesse, qui troubleroit la Règle établie.

Il est vrai que quand les petits Tourbillons passent de la partie supérieure dans l'inférieure en diminuant de volume, ils n'en peuvent diminuer sans chasser hors de leur Sphere, sans exprimer de la matiere, qui ne tourbillonnera plus, du moins pour un tems; & cela est d'autant plus nécessaire, que dans Systême Cartésien tout étant plein, la partie supérieure de l'Ellipse plus grande que l'inférieure, doit contenir plus de matiere. Aussi M. de Moliere en convient-il, il admet un sassement & ressassement continuel de cette matiere chassée par quelques petits Tourbillons, reprise ensuite

par

par d'autres, & il insinue qu'on en pourra faire quelques usages dans la Théorie de la Physique. Il paroît en général qu'on ne sauroit attribuer trop de mouvement, trop de vie à toute la Nature.

On a fait à M. l'Abbé de Molieres une difficulté considerable. On conçoit dans le Systême Cartésien, que les grands Tourbillons, qui ont des Etoiles fixes pour centres ou pour foyers, tournent en des sens differens les uns des autres, & souvent contraires: notre Tourbillon Solaire, par exemple, qui tourne d'Occident en Orient, en touchera d'autres qui tourneront d'Orient en Occident. Il en doit être de même de ces Tourbillons si petits qui composent les grands, & plus ils sont petits, plus il y en doit avoir qui tournent en sens contraires les uns par rapport aux autres. Or quand un d'entre eux, qui doit s'agrandir aux dépens d'un autre qu'il rencontre, le rencontre tournant en sens contraire au sien, il est impossible que la matiere qui doit passer du foible dans le fort, ne commence du moins par perdre tout le mouvement qu'elle avoit, puisqu'il faut qu'elle se meuve ensuite dans une direction tout opposée à sa premiere. Ces pertes de mouvement qui ne peuvent être que très fréquentes, & ne sont ni ne peuvent être réparées, doivent faire bien-tôt une grande somme, qui grossira toujours, & le mouvement du grand Tourbillon total s'affoiblira continuellement & sensiblement.

A cela M. l'Abbé de Molieres repond que quand un petit Tourbillon s'agrandit, c'est en vertu de sa force centrifuge, dont la direction est du centre à la circonference; que

 cette

cette direction n'étant point absolument contraire à celle qu'on a supposée dans la rotation d'un 2d Tourbillon rencontré par le 1er, les particules du 2d exposées au choc ne prendront qu'un mouvement composé de la direction de ce choc & de leur premiere direction ; que ce mouvement composé se fera selon une Courbe, & qu'elles ne rebrousseront, parce qu'enfin il faut qu'elles rebroussent, que selon cette Courbe: tout cela pourroit être prouvé géometriquement. Il y aura encore certainement une perte de vîtesse; mais feu M. Varignon a démontré * que les pertes de vîtesse faites dans des mouvemens selon des Courbes sont infiniment petites à chaque instant fini, & qu'il en faudroit par conséquent une infinité, qui demanderoit un tems infini, pour faire une somme finie. C'est ainsi que des Vérités, dont peut-être on ne voyoit guere d'abord l'usage, viennent, & même d'assez loin, au secours d'autres Vérités, qui sans elles auroient eu un mauvais sort.

CEtte année M. de la Condamine a présenté à l'Académie un Ecrit contenant la description & l'usage d'une Machine qui donne le moyen d'exécuter sur le Tour toutes sortes de contours réguliers & irréguliers; avec un examen de la nature de toutes les Courbes qui se peuvent tracer sur un plan par le moyen du Tour. On a trouvé que cette matiere devenoit presque absolument neu-

* V. l'Hist. de 1704. p. 129. & suiv.

neuve entre les mains de l'Auteur, & beaucoup plus féconde qu'on ne l'avoit cru jusqu'ici ; qu'il l'a traitée avec ordre, & en Méchanicien Géometre.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

† L'Ecrit de M. le Chevalier de Louville sur les Mouvemens variés, & l'estimation des Forces.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXIX.

I.

UN Soufflet de M. Terral pour les Fourneaux à Fonderies, les Forges, &c. Quoiqu'il ait rapport à un Portevent décrit par Agricola, à une Machine à vanner le Bled dont on se sert en quelques Provinces, & à quelques autres Machines décrites par differens Auteurs, on a cru qu'il pouvoit être regardé comme nouveau, parce qu'on ne se sert point actuellement de Soufflet construit sur ce principe. Il est simple, & peut être fort utile.

II.

Un Métal jaune de M. Renty, dont l'allia-

† V. les M. p. 213.

ge concilie assez juste la ductilité avec la belle couleur d'Or, qui n'est pas cependant au-dessus de celle de quelques autres essais du Tombac, qui ont été présentés à l'Académie.

III.

Un Etain allié de M. Boutet, qui est plus dur, & plus sonnant, sans perdre la blancheur qu'il a en sortant de la Mine. On l'a trouvé aussi beau, & même plus sonnant & plus blanc que ce qu'on avoit vu en ce genre.

ELOGE

DU P. SEBASTIEN TRUCHET, CARME.

JEAN TRUCHET nâquit à Lyon en 1657, d'un Marchand fort homme de bien, dont la mort le laissa encore très jeune entre les mains d'une Mere pieuse aussi, qui le chérissoit tendrement, & ne négligea rien pour son éducation. Dès l'âge de 17 ans il entra dans l'Ordre des Carmes, & prit le nom de Sébastien, car cet Ordre est de ceux où l'on porte le renoncement au monde jusqu'à changer son nom de Batême. Il n'a été connu que sous celui de Frere ou de Pere Sébastien, & il le choisit par affection pour sa Mere, qui se nommoit Sébastiane.

Ceux qui ont quelque talent singulier peuvent l'ignorer quelque tems, & ils en sont d'ordinaire avertis par quelque petit évenement, par quelque hazard favorable. Un homme destiné à être un grand Méchanicien ne pouvoit être placé par le hazard de la naif-

naiſſance dans un lieu où il en fût ni plus promptement, ni mieux averti qu'à Lyon. Là étoit le fameux Cabinet de M. de Serviere, Gentilhomme d'une ancienne nobleſſe, qui après avoir longtems ſervi, mais peu utilement pour ſa fortune, parce qu'il n'avoit ſongé qu'à bien ſervir, s'étoit retiré couvert de bleſſures, & avoit employé ſon loiſir à imaginer & à exécuter lui-même un grand nombre d'Ouvrages de Tour nouveaux, de differentes Horloges, de Modeles d'Inventions propres pour la Guerre, ou pour les Arts. Il n'y avoit rien de plus célébre en France que ce Cabinet, rien que les Voyageurs & les Etrangers euſſent été plus honteux de n'avoir pas vu. Ce fut là que le P. Sébaſtien s'apperçut de ſon génie pour la Méchanique. La plupart des Pieces de M. de Serviere étoient des Enigmes, dont il s'étoit réſervé le ſecret: le jeune homme devinoit la conſtruction, le jeu, l'artifice; & ſans doute l'Auteur étoit mieux loué par celui qui devinoit, & dès-là ſentoit le prix de l'invention, que par une foule d'admirateurs, qui ne devinant rien ne ſentoient que leur ignorance, ou tout au plus la ſurpriſe d'une nouveauté.

Les Supérieurs du P. Sébaſtien l'envoyerent à Paris au College Royal des Carmes de la Place Maubert, pour y faire ſes études en Philoſophie & en Théologie. Il n'y eut guere que la Phyſique, qui fût de ſon goût, toute Scholaſtique qu'elle étoit, toute inutile, toute dénuée de pratique; mais enfin elle avoit quelque rapport éloigné aux Machines. Il leur donnoit tout le tems que ſes de-

voirs laissoient en sa disposition, & peut-être sans s'en appercevoir leur en abandonnoit-il quelque petite partie que les autres études eussent pu réclamer. Le moyen que le devoir & le plaisir fassent entre eux des partages si justes?

Charles II. Roi d'Angleterre avoit envoyé au feu Roi deux Montres à répétition, les premieres qu'on ait vues en France. Elles ne pouvoient s'ouvrir que par un secret, précaution des Ouvriers Anglois pour cacher la nouvelle construction, & s'en assurer d'autant plus la gloire & le profit. Les Montres se dérangerent, & furent remises entre les mains de M. Martineau Horloger du Roi, qui n'y put travailler faute de les savoir ouvrir. Il dit à M. Colbert, & c'est un trait de courage digne d'être remarqué, qu'il ne connoissoit qu'un jeune Carme capable d'ouvrir les Montres, que s'il n'y réussissoit pas, il faloit se résoudre à les renvoyer en Angleterre. M. Colbert consentit qu'il les donnât au P. Sébastien, qui les ouvrit assez promptement, & de plus les raccommoda sans savoir qu'elles étoient au Roi, ni combien étoit important par ses circonstances l'ouvrage dont on l'avoit chargé. Il étoit déja habile en Horlogerie, & ne demandoit que des occasions de s'y exercer. Quelque tems après il vient de la part de M. Colbert un ordre au P. Sébastien de le venir trouver à sept heures du matin d'un jour marqué, nulle explication sur le motif de cet ordre, un silence qui pouvoit causer quelque terreur. Le P. Sébastien ne manque pas à l'heure, il se présente interdit & tremblant; le Ministre ac-

com-

compagné de deux Membres de cette Académie, dont M. Mariotte étoit l'un, le loue sur les Montres, & lui apprend pour qui il a travaillé, l'exhorte à suivre son grand talent pour les Méchaniques, sur-tout à étudier les Hydrauliques, qui devenoient nécessaires à la magnificence du Roi, lui recommande de travailler sous les yeux de ces deux Académiciens, qui le dirigeront; & pour l'animer davantage, & parler plus dignement en Ministre, il lui donne 600 livres de pension, dont la premiere année selon la coutume de ce tems-là lui est payée le même jour. Il n'avoit alors que 19 ans, & de quel desir de bien faire dût-il être enflamé! Les Princes ou les Ministres qui ne trouvent pas des hommes en tout genre, ou ne savent pas qu'il faut des hommes, ou n'ont pas l'art d'en trouver.

Le P. Sébastien s'appliqua à la Géometrie, absolument nécessaire pour la Théorie de la Méchanique. Que le génie le plus heureux pour une certaine adresse d'exécution, pour l'invention même, ne se flate pas d'être en droit d'ignorer & de mépriser les principes de Théorie, qui ne sauroient que trop bien s'en venger. Mais après cela le Géometre a encore beaucoup à apprendre pour être un vrai Méchanicien; il faut que la connoissance des differentes pratiques des Arts, & cela est presque immense, lui fournisse dans les occasions des idées & des expédiens; il faut qu'il soit instruit des qualités des Métaux, des Bois, des Cordes, des Ressorts, enfin de toute la *matiere machinale*, si l'on peut inventer cette expression à l'exemple de *matiere médicinale*; il faut que de tout ce qu'il em-

ployera dans ſes ouvrages, il en connoiſſe-
aſſez la nature pour n'être pas trompé par des
accidents phyſiques imprévus, qui déconcer-
teroient les entrepriſes. Le P. Sébaſtien,
loin de rien négliger de ce qui lui pouvoit ê-
tre utile par rapport aux Machines, alloit
juſqu'au ſuperflu, s'il y en peut avoir; il étu-
dioit l'Anatomie, il travailloit aſſiduement en
Chimie dans le Laboratoire de M. Homberg,
ou plutôt dans celui de feu M. le Duc d'Or-
leans, dont le commerce étoit ſi flateur par
ſa bonté naturelle, & l'approbation ſi pré-
cieuſe par ſes grandes lumieres.

Selon l'ordre que le P. Sébaſtien avoit re-
çu d'abord de M. Colbert de s'attacher aux
Hydrauliques, il poſſeda à fonds la conſtruc-
tion des Pompes, & la conduite des Eaux.
Il a eu part à quelques Aqueducs de Verſail-
les, & il ne s'eſt guere fait ou projetté en
France pendant ſa vie de grands Canaux de
communication de Rivieres, pour leſquels
on n'ait du moins pris ſes conſeils. Et l'on
ne doit pas ſeulement lui tenir compte de ce
qui a été exécuté ſur ſes vues, mais encore
de ce qu'il a empêché qui ne le fût ſur des
vues fauſſes, quoiqu'il ne reſte aucune trace
de cette ſorte de mérite. En général le tra-
vail d'eſprit, que demandent ces entrepriſes,
eſt aſſez ingrat; c'eſt un bonheur rare que
le projet le mieux penſé vienne à ſon entier
accompliſſement, une infinité d'inconvéniens
& d'obſtacles étrangers ſe jettent à la traver-
ſe. Nous commençons à ſentir depuis un
tems combien ſont avantageuſes les commu-
nications de Rivieres, & cependant nous
aurons bien de la peine à faire dans l'étendue
de

de la France, ce que les Chinois, moins inftruits que nous en Méchanique, & qui ne connoiffent pas l'ufage des Eclufes, ont fait dans l'étendue de leur Etat prefque cinq fois plus grande.

La pratique des Arts, quoique formée par une longue expérience, n'eft pas toujours auffi parfaite à beaucoup près qu'on le penfe communément. Le P. Sébaftien a travaillé à un grand nombre de Modeles pour differentes Manufactures, par exemple, pour les proportions des Filieres des Tireurs d'Or de Lyon, pour le blanchiffage des Toiles à Senlis, pour les Machines des Monnoyes de France: travaux peu brillans, & qui laiffent périr en moins de rien le nom des Inventeurs, mais par cet endroit-là même réfervés aux bons Citoyens.

Sur la réputation du P. Sébaftien, M. Gunterfild Gentilhomme Suedois vint à Paris lui redemander, pour ainfi dire, fes deux mains qu'un coup de Canon lui avoit emportées; il ne lui reftoit que deux Moignons au-deffus du Coude. Il s'agiffoit de faire deux mains artificielles, qui n'auroient pour principe de leur mouvement que celui de ces Moignons, diftribué par des fils à des Doigts qui feroient flexibles. On affûre que l'Officier Suedois fut renvoyé au P. Sébaftien par les plus habiles Anglois, peu accoutumés cependant à reconnoitre aucune fupériorité dans notre Nation. Une entreprife fi difficile, & dont le fuccès ne pouvoit être qu'une efpece de miracle, n'effraya pas tout à fait le P. Sébaftien. Il alla même fi loin qu'il ofa expofer ici aux yeux de l'Académie & du Public

ses études, c'est-à-dire, ses essais, ses tentatives, & differens morceaux déja exécutés, qui devoient entrer dans le dessein général. Mais feu MONSIEUR eut alors besoin de lui pour le Canal d'Orleans, & l'interrompit dans un travail qu'il abandonna peut-être sans beaucoup de regret. En partant il remit le tout entre les mains d'un Méchanicien, dont il estimoit le génie, & qu'il connoissoit propre à suivre ou à rectifier ses vues. C'est M. du Quet, dont l'Académie a approuvé differentes Inventions. Celui-ci mit la main artificielle en état de se porter au Chapeau de l'Officier Suedois, de l'ôter de dessus sa tête, & de l'y remettre. Mais cet Etranger ne put faire un assez long séjour à Paris, & se résolut à une privation, dont il avoit pris peu à peu l'habitude. Après tout cependant on avoit trouvé de nouveaux artifices, & passé les bornes, où l'on se croyoit renfermé. Peut-être se trompera-t-on plutôt en se défiant trop de l'industrie humaine, qu'en s'y fiant trop.

Feu M. le Duc de Lorraine étant à Paris *incognito*, fit l'honneur au P. Sébastien de l'aller trouver dans son Couvent, & il vit avec beaucoup de plaisir le Cabinet curieux qu'il s'étoit fait. Dès qu'il fut de retour dans ses Etats, où il vouloit entreprendre differens ouvrages, il le demanda à M. le Duc d'Orleans Régent du Royaume, qui accorda avec joye au Prince son Beaufrere un homme qu'il aimoit, & dont il étoit bien-aise de favoriser la gloire. Son voyage en Lorraine, la reception & l'accueil qu'on lui fit, renouvellerent presque ce que l'Histoire Grecque raconte sur quelques Poëtes ou Philosophes

cé-

célébres, qui allerent dans des Cours. Les Savans doivent d'autant plus s'interesser à ces sortes d'honneurs rendus à leurs pareils, qu'ils en sont aujourd'hui plus desaccoutumés.

Le feu Czar Pierre le Grand honora aussi le P. Sébastien d'une visite, qui dura trois heures. Ce Monarque né dans une barbarie si épaisse, & avec tant de génie, créateur d'un Peuple nouveau, ne pouvoit se rassasier de voir dans le Cabinet de cet habile homme tant de modeles de Machines, ou inventées ou perfectionnées par lui; tant d'ouvrages, dont ceux qui n'étoient pas recommandables par une grande utilité, l'étoient au moins par une extrême industrie. Après la longue application que ce Prince donna à cette espece d'étude, il voulut boire, & ordonna au P. Sébastien, qui s'en défendit le plus qu'il put, de boire après lui dans le même Verre, où il versa lui-même le Vin, lui à qui le Despotisme le plus absolu auroit pu persuader que le commun des hommes n'étoit pas de la même nature qu'un Empereur de Russie. On peut même penser qu'il fît naitre exprès une occasion de mettre le P. Sébastien de niveau avec lui.

Ceux d'entre les Seigneurs François, qui ont eu du goût & de l'intelligence pour les Méchaniques, ont voulu être en liaison particuliere avec un homme qui les possedoit si bien. Il a imaginé pour M. le Duc de Noailles, lorsqu'il faisoit la guerre en Catalogne, de nouveaux Canons, qui se portoient plus aisément sur les Montagnes, & se chargeoient avec moins de poudre; & il a fait des Mémoires pour M. le Duc de Chaulnes sur un Ca-

Canal de Picardie. Il a été appellé pour cette partie aux études des trois Enfans de France, petits-fils du feu Roi, & il a souvent travaillé pour le Roi même. C'eſt lui qui a inventé la Machine à tranſporter de gros Arbres tous entiers ſans les endommager, de ſorte que du jour au lendemain Marli changeoit de face, & étoit orné de longues Allées arrivées de la veille.

Ses Tableaux mouvans ont été encore un des ornemens de Marli; il les fit ſur ce qu'on en avoit expoſé de cette eſpece au Public, & que le feu Roi lui demanda s'il en feroit bien de pareils. Il s'y engagea, & enchérit beaucoup ſur cette merveille dans deux Tableaux qu'il préſenta à S. M.

Le premier, que le Roi appella ſon petit Opera, changeoit cinq fois de décoration à un coup de ſifflet, car ces Tableaux avoient auſſi la proprieté d'être réſonnans ou ſonores. Une petite boule, qui étoit au bas de la bordure, & que l'on tiroit un peu, donnoit le coup de ſifflet, & mettoit tout en mouvement, parce que tout étoit réduit à un ſeul principe. Les cinq Actes du petit Opera étoient repréſentés par des figures, qu'on pouvoit regarder comme les vrais Pantomimes des Anciens, elles ne jouoient que par leurs mouvemens, ou leurs geſtes, qui exprimoient les ſujets dont il s'agiſſoit. Cet Opera recommençoit quatre fois de ſuite ſans qu'il fût beſoin de remonter les Reſſorts, & ſi on vouloit arrêter le cours d'une repréſentation à quelque inſtant que ce fût, on le pouvoit par le moyen d'une petite Détente cachée dans la bordure, on avoit auſſi-tôt

un

un Tableau ordinaire & fixe; & si on retouchoit la petite boule, tout reprenoit où il avoit fini. Ce Tableau, long de 16 pouces 6 lignes sans la bordure, & haut de 13 pouces 4 lignes, n'avoit que 1 pouce 3 lignes d'épaisseur pour renfermer toutes les Machines. Quand on les voyoit desassemblées, on étoit effrayé de leur nombre prodigieux, & de leur extrême délicatesse. Quelle avoit dû être la difficulté de les travailler toutes dans la précision nécessaire, & de lier ensemble une longue suite de mouvemens, tous dépendans d'instrumens si minces & si fragiles! N'étoit-ce pas imiter d'assez près le Méchanisme de la Nature dans les Animaux, dont une des plus surprenantes merveilles est le peu d'espace qu'occupent un grand nombre de Machines ou d'Organes, qui produisent de grands effets?

Le second Tableau, plus grand, & encore plus ingénieux, représentoit un Paysage où tout étoit animé. Une Riviere y couloit; des Tritons, des Sirenes, des Dauphins nageoient de tems en tems dans une Mer qui bornoit l'horizon; on chassoit, on pêchoit; des Soldats alloient monter la garde dans une Citadelle élevée sur une montagne; des Vaisseaux arrivoient dans un Port, & saluoient de leur Canon la Ville; le P. Sébastien luimême étoit là qui sortoit d'une Eglise pour aller remercier le Roi d'une grace nouvellement obtenue, car le Roi y passoit en chassant avec sa suite. Cette grace étoit 40 pieces de marbre qu'il donnoit aux Carmes de la Place Maubert pour leur grand Autel. On diroit que le P. Sébastien eût voulu rendre vrai-

vraisemblable le fameux Bouclier d'Achille pris à la lettre, ou ces Statues à qui Vulcain savoit donner du mouvement, & même de l'intelligence.

En même tems que le Roi donna à l'Académie le Règlement de 1699, il nomma le P. Sébastien pour un des Honoraires. Son titre ne l'obligeoit à aucun travail règlé, & d'ailleurs il étoit fort occupé au dehors; cependant, outre quelques ouvrages qu'il nous a donnés, comme son élégante Machine du Systême de Galilée pour les Corps pesans, ses Combinaisons des Carreaux mi-partis, qui ont excité d'autres Savans à cette recherche, il a été souvent employé par l'Académie à l'examen des Machines, qu'on ne lui apporte qu'en trop grand nombre. Il en faisoit très promptement l'analyse & le calcul, & même sans analyse & sans calcul il auroit pu s'en fier au coup d'œil, qui en tout genre n'appartient qu'aux Maitres, & non pas même à tous. Ses critiques n'étoient pas seulement accompagnées de toute la douceur nécessaire, mais encore d'instruction & de vues qu'il donnoit volontiers: il n'étoit point jaloux de garder pour lui seul ce qui faisoit sa supériorité.

Les dernieres années de sa vie se sont passées dans des infirmités continuelles, & enfin il mourut le 5 Fev. 1729.

Il arrive quelquefois que des talens médiocres, de foibles connoissances, que l'on ne compteroit pour rien dans des personnes obligées par leur état à en avoir du moins de cette espece, brillent beaucoup dans ceux que leur état n'y oblige pas; ces talens, ces con-

connoiſſances font fortune par n'être pas à leur place ordinaire : mais le P. Sébaſtien n'en a pas été plus eſtimé comme Méchanicien ou comme Ingénieur, parce qu'il étoit Religieux ; quand il ne l'eût pas été, ſa réputation n'y auroit rien perdu. Son mérite perſonnel en a même paru davantage ; car quoique fort répandu au dehors, preſque inceſſamment diſſipé, il a toujours été un très bon Religieux, très fidele à ſes devoirs, extrêmement deſintereſſé, doux, modeſte, & ſelon l'expreſſion dont ſe ſervit feu M. le Prince en parlant de lui au Roi, *auſſi ſimple que ſes Machines*. Il conſerva toujours dans la derniere rigueur tout l'extérieur convenable à ſon habit ; il ne prit rien de cet air que donne le grand commerce du monde, & que le monde ne manque pas de deſapprouver & de railler dans ceux même à qui il l'a donné, quand ils ne ſont pas faits pour l'avoir. Et comment eût-il manqué aux bienſéances d'un habit, qu'il n'a jamais voulu quitter, quoique des perſonnes puiſſantes lui offriſſent de l'en défaire par leur crédit, en ſe ſervant de ces moyens que l'on a ſu rendre légitimes ? Il ne prêta point l'oreille à des propoſitions qui en auroient apparemment tenté beaucoup d'autres, & il préféra la contrainte & la pauvreté où il vivoit, à une liberté & à des commodités qui euſſent inquiété ſa délicateſſe de conſcience.

E L O-

ELOGE

DE M. BIANCHINI.

FRANÇOIS BIANCHINI nâquit à Vérone le 13 Decembre 1662, de Gaſpar Bianchini, & de Cornelie Vailetti.

Il embraſſa l'état Eccléſiaſtique, & l'on pourroit croire que des vues de fortune plus ſenſées encore & mieux fondées en Italie que par-tout ailleurs, l'y déterminerent, s'il n'avoit donné dans tout le cours de ſa vie des preuves d'une ſincere pieté. Il fut reçu Docteur en Théologie; mais il ne ſe contenta pas des connoiſſances qu'exige ce Grade, il voulut poſſeder à fond toute la belle Litterature, & non-ſeulement les Livres écrits dans les Langues ſavantes, mais auſſi les Médailles, les Inſcriptions, les Bas-reliefs, tous les précieux reſtes de l'Antiquité, Tréſors aſſez communs en Italie pour prouver encore aujourd'hui ſon ancienne domination.

Après avoir amaſſé des richeſſes de ce genre preſque prodigieuſes, il forma le deſſein d'une Hiſtoire Univerſelle, conduite depuis la Création du Monde juſqu'à nos jours, tant Profane qu'Eccléſiaſtique; mais l'une de ces parties toujours ſéparée de l'autre, & ſéparée avec tant de ſcrupule, qu'il s'étoit fait une loi de n'employer jamais dans la Profane rien de ce qui n'étoit connu que par l'Eccléſiaſtique. La Chronologie ou de ſimples Annales ſont trop ſeches, ce ne ſont que des

par-

parties de l'Hiſtoire, miſes véritablement à leur place, mais ſans liaiſon, & iſolées. *Un Air de Muſique*, c'eſt lui-même qui parle, *eſt ſans comparaiſon plus aiſé à retenir, que le même nombre de Notes, qui ſe ſuivroient ſans faire un chant.* D'un autre côté l'Hiſtoire, qui n'eſt pas continuellement appuyée ſur la Chronologie, n'a pas une marche aſſez règlée, ni aſſez ferme. Il vouloit que la ſuite des Tems & celle des Faits ſe dévelopaſſent toutes deux enſemble avec cet agrément que produiſent, même aux yeux, la diſpoſition induſtrieuſe & la mutuelle dépendance des parties d'un Corps organiſé.

Il avoit imaginé une diviſion des Tems facile, & commode; 40 Siecles depuis la Création juſqu'à Auguſte, 16 Siecles d'Auguſte à Charles V, chacun de ces 16 Siecles partagé en cinq Vingtaines d'années, de ſorte que dans les huit premiers, de même dans les huit derniers, il y a 40 de ces Vingtaines, comme 40 Siecles dans la 1re diviſion; régularité de nombres favorable à la mémoire: au milieu des 16 Siecles comptés depuis Auguſte ſe trouve juſtement Charlemagne, Epoque des plus illuſtres. Le hazard ſembloit s'être ſouvent trouvé d'accord avec les intentions de M. Bianchini. Il avoit imaginé de plus de mettre à la tête de chaque Siecle de la Quarantaine par où il ouvroit ce grand Théatre, & enſuite à la tête de chaque Vingtaine d'années, la repréſentation de quelque Monument qui eût rapport aux principaux évenemens qu'on alloit voir; c'étoit la décoration particuliere de chaque Scene, non pas un ornement inutile, mais une inſtruction ſen-

ſenſible donnée aux yeux & à l'imagination par tout ce qui nous reſte de plus rare & de plus curieux.

Il publia en 1697 la premiere partie de ce grand deſſein. Elle devoit contenir les 40 premiers Siecles de l'Hiſtoire profane; mais il ſe trouva que le Volume auroit été d'une groſſeur difforme, & il n'y entra que 32 Siecles, qui finiſſent à la ruïne du grand Empire d'Aſſyrie. Le titre eſt: *La Iſtoria Univerſale provata con Monumenti, & figurata con Simboli de gli Antichi.* M. Bianchini occupé d'autres travaux qui ſont ſurvenus n'a point donné de ſuite: mais cette partie n'eſt pas ſeulement ſuffiſante pour donner une haute idée de tout l'ouvrage, elle en eſt le morceau qui eût été le plus conſiderable par la difficulté & l'obſcurité des matieres à éclaircir; là préciſément où elle ſe termine, le jour alloit commencer à paroître, & à conduire les pas de l'Hiſtorien.

Si d'un grand Palais ruïné, on en trouvoit tous les débris confuſément diſperſés dans l'étendue d'un vaſte terrain, & qu'on fût ſûr qu'il n'en manquât aucun, ce ſeroit un prodigieux travail de les raſſembler tous, ou du moins, ſans les raſſembler, de ſe faire, en les conſiderant, une idée juſte de toute la ſtructure de ce Palais. Mais s'il manquoit des débris, le travail d'imaginer cette ſtructure ſeroit plus grand, & d'autant plus grand qu'il manqueroit plus de débris, & il ſeroit fort poſſible que l'on ſe fît de cet Edifice differens plans, qui n'auroient preſque rien de commun entre eux. Tel eſt l'état où ſe trouve pour nous l'Hiſtoire des tems les plus anciens.

ciens. Une infinité d'Auteurs ont péri, ceux qui nous restent ne sont que rarement entiers; de petits fragmens & en grand nombre qui peuvent être utiles, sont épars çà & là dans des lieux fort écartés des routes ordinaires, & où l'on ne s'avise pas de les aller déterrer: mais ce qu'il y a de pis, & qui n'arriveroit pas à des débris matériels, ceux de l'Histoire ancienne se contredisent souvent, & il faut ou trouver le secret de les concilier, ou se résoudre à faire un choix qu'on peut toujours soupçonner d'être un peu arbitraire. Tout ce que des Savans du premier ordre, & les plus originaux, ont donné sur cette matiere, ce sont differentes combinaisons de ces matériaux d'Antiquité; & il y a encore lieu à des combinaisons nouvelles, soit que tous les matériaux n'ayent pas été employés, soit qu'on en puisse faire un assemblage plus heureux, ou seulement un autre assemblage.

Il paroît que M. Bianchini les a ramassés de toutes parts avec un extrême soin, & les a mis en œuvre avec une industrie singuliere. Les Siecles qui ont précédé le Déluge, vuides dans l'Histoire profane que l'on traite ici, & à laquelle on interdit le secours de l'Histoire Sainte, sont remplis par l'invention des Arts les plus nécessaires, & l'on en rapporte tout ce que les Anciens en ont dit de plus certain, ou imaginé de plus vraisemblable. Il est aisé de voir quels sujets suivent le Déluge. Par-tout c'est un grand spectacle raisonné, appuyé non-seulement sur les témoignages que le savoir peut fournir, mais encore sur des réflexions tirées de la nature des cho-

choses, & fournies par l'esprit seul, qui donne la vie à ce grand amas de faits inanimés. Rien n'est mieux manié que les établissemens des premiers Peuples en differens Païs, leurs Transmigrations, leurs Colonies, l'origine des Monarchies, ou des Républiques, les Navigations ou de Marchands ou de Conquérans, & sur ce dernier article M. Bianchini fait toujours grand cas de ce qu'il appelle la *Thalassocratie*, l'Empire ou du moins l'usage libre de la Mer. En effet, l'importance de cette Thalassocratie connue & sentie dès les premiers tems l'est aujourd'hui plus que jamais, & les Nations de l'Europe s'accordent assez à penser qu'elles acquierent plus de véritable puissance en s'enrichissant par un commerce tranquille, qu'en agrandissant leurs Etats par des conquêtes violentes. Selon M. Bianchini, ce n'étoit point du ravissement d'Helene qu'il s'agissoit entre les Grecs & les Troyens, c'étoit de la navigation de la Mer Egée, & du Pont-Euxin, sujet beaucoup plus raisonnable, & plus interessant; & la guerre ne se termina point par la prise de Troye, mais par un Traité de Commerce. Cela est même assez fondé sur l'Antiquité: mais de-là l'Auteur se trouve conduit à un paradoxe plus surprenant, c'est que l'Iliade n'est qu'une pure Histoire allégorisée dans le goût Oriental. Ces Dieux tant reprochés à Homere, & qui pourroient l'empêcher d'être reconnu pour divin, sont pleinement justifiés par un seul mot; ce ne sont point des Dieux, ce sont des Hommes, ou des Nations. Sesostris, Roi de l'Ethiopie Orientale ou Arabie, avoit conquis l'Egypte, toute

toute l'Asie Mineure, une partie de la grande Asie, & après sa mort les Rois ou Princes qu'il avoit rendus tributaires secouerent peu à peu le joug. Le Jupiter d'Homere est celui des Successeurs de Sesostris qui regnoit au tems de la guerre de Troye: il ne commande qu'à demi aux Dieux, c'est-à-dire, aux Princes ses Vassaux, & il ne les empêche pas de prendre parti pour les Grecs ou pour les Troyens, selon leurs interêts & leurs passions. Junon est la Syrie appellée *blanche*, alliée de l'Ethiopie Orientale, mais avec quelque dépendance, & cette Syrie est caracterisée par les *bras blancs* de Junon. Minerve est la savante Egypte; Mars une Ligue de l'Arménie, de la Colchide, de la Thrace, & de la Thessalie; & ainsi des autres. A la faveur de cette Allégorie, Homere se retrouve divin: il faut avouer cependant qu'il l'étoit déja, quoiqu'on ne la connût point.

Après tout ce qui vient d'être dit, on ne s'attendroit point que M. Bianchini fût un grand Mathématicien. Naturellement le génie des vérités mathématiques, & celui de la profonde érudition, sont opposés; ils s'excluent l'un l'autre, ils se méprisent mutuellement, il est rare de les avoir tous deux, & alors même il est presque impossible de trouver le tems de satisfaire à tous les deux. M. Bianchini les posseda pourtant ensemble, & les porta loin. Il eut une occasion heureuse de donner en même tems des preuves incontestables de l'un & de l'autre. Lorsqu'au commencement de ce Siecle il fut question à Rome de l'affaire du Calendrier, dont nous

avons parlé en 1700 *, & 1701 †, & que le Pape Clément XI eut fait une Congrégation sur ce sujet, M. Bianchini, qu'il en avoit nommé Secretaire, fit deux Ouvrages qui avoient rapport & à cette grande affaire & à sa nouvelle dignité, & où la Mathématique se lioit nécessairement avec l'érudition la plus recherchée. Il les publia en 1703 sous ces titres, *De Calendario & Cyclo Cæsaris, Ac de Canone Paschali Sancti Hippolyti Martyris Dissertationes duæ.* Telle est la nature de ces Ouvrages, qu'on les défigureroit trop, si on vouloit en donner une idée : tout Lecteur en sentira le prix, pourvu qu'il soit assez savant pour les bien lire. Nous rapporterons seulement, que l'Auteur s'est attaché à défendre le Canon Paschal de S[t] Hippolyte, que le grand Scaliger avoit hardiment traité de *puerile*, & qui par les remarques de M. Bianchini se trouve être le plus bel Ouvrage qu'on ait fait en ce genre jusqu'à la réformation du Calendrier sous Grégoire XIII. Ce devoit être un double plaisir pour un Savant & pour un Catholique zèlé, qu'une victoire remportée en cette matiere sur Scaliger.

M. Bianchini fut purement Mathématicien dans la construction du grand Gnomon qu'il fit dans l'Eglise des Chartreux de Rome, pareil à celui que le grand M. Cassini avoit fait dans S[t] Pétrone de Boulogne. Il en vient de naitre un troisieme dans S[t] Sulpice de Paris, par les soins d'un Pasteur qui songe à tout, & on en finit actuellement à l'Observatoire un quatrieme. Ces Gnomons ne sont que de grands Quarts de Cercle, mais plus jus-

* p. 158. † p. 134.

justes à proportion de leur grandeur, & ce plus de justesse paye assez tous les soins presque incroyables de leur construction. Clément XI fit frapper une Médaille du Gnomon des Chartreux, & M. Bianchini publia une ample Dissertation *De Nummo & Gnomone Clementino*

Il partageoit continuellement sa vie entre les recherches d'Antiquité, & les recherches de Mathématique, sur-tout celles d'Astronomie. Tantôt Astronome, & tantôt Antiquaire, il observoit ou les Cieux ou d'anciens Monumens, avec des yeux éclairés de la lumiere propre à chaque objet; ou plutôt, il savoit prendre des yeux differens selon ces differens objets. Nous ne donnerons pour exemple de cette remarquable alternative, que ses deux derniers Ouvrages imprimés à une année l'un de l'autre, le premier en 1727, *Camera ed Inscrizioni Sepolcrali de' Liberti, Servi, ed Ufficiali della Casa di Augusto*, &c. Le second en 1728, *Hesperi & Phosphori nova Phænomena, sive Observationes circa Planetam Veneris.*

On découvrit en 1726 hors de Rome sur la Voye Appienne un Bâtiment souterrain, consistant en trois grandes Salles, dont les Murs étoient percés dans toute leur étendue de Niches pareilles à celles que l'on fait dans les Colombiers, afin que les Pigeons s'y logent. Elles étoient remplies le plus souvent de quatre Urnes Cineraires, & accompagnées d'Inscriptions, qui marquoient le nom & la condition des personnes dont on voyoit les Cendres: tous étoient ou Esclaves ou Affranchis de la maison d'Auguste, & principale-

 ment

ment de celle de Livie. L'Edifice étoit magnifique, tout de marbre, avec des ornemens de Mosaïque d'un bon goût. M. Bianchini ne manqua pas de sentir toute la joye d'un Antiquaire, & de se livrer avec transport à sa curiosité. Il pensa lui en couter la vie, il alloit tomber de quarante pieds de haut dans ces ruïnes, & il fit pour se retenir un effort violent dont il fut longtems fort incommodé, ce qui interrompit les observations qu'il faisoit en même tems sur Vénus. Il s'enfermoit donc le jour dans le Colombier sépulchral & souterrain, & la nuit il montoit dans son Observatoire. Il a donné une description exacte de ce Colombier, & toutes les recherches savantes qu'on peut faire à l'occasion des Inscriptions, surtout l'explication d'un grand nombre de noms d'Offices, qui sont sans doute d'une excellente Latinité, vû le Siecle, mais d'une Latinité presque perdue aujourd'hui. En joignant le nombre des Morts de ce grand Tombeau à ceux d'un autre tout pareil découvert précédemment, & qui n'étoit non plus que pour la maison d'Auguste, M. Bianchini en trouve 6000, sans tous ceux qui devoient être dispersés en une infinité d'autres lieux plus éloignés de Rome. Ce grand nombre n'étonne plus, dès que l'on voit par plusieurs Charges rapportées dans les Inscriptions, combien le Service étoit divisé en petites parties. Telle Esclave n'étoit employée qu'à peser la Laine que filoit l'Imperatrice, une autre à garder ses Boucles d'Oreilles, une autre son petit Chien.

Les Observations de M. Bianchini sur Vénus nous interessent davantage. Vénus est

très

très difficile à observer, autant & de la maniere qu'il le faudroit pour en apprendre tout ce que la curiosité Astronomique demanderoit. Comme le Cercle de sa révolution autour du Soleil est enfermé dans celui de la Terre, on ne la voit ni quand elle est entre le Soleil & nous, parce qu'alors son Hémisphere obscur est tourné vers nous, ni quand le Soleil est entre nous & elle, parce qu'alors il la cache ou l'efface. Il ne reste que les tems où elle n'est ni dans l'une ni dans l'autre de ces deux parties opposées de son cours, & où même elle en est à un certain éloignement. Ces tems qui précédent le lever du Soleil, ou suivent son coucher, sont courts, parce que Vénus ne s'écarte pas beaucoup du Soleil; encore en faut-il nécessairement perdre une bonne demi-heure, pour attendre que Vénus soit assez dégagée des rayons de cet Astre. Mercure qui étant plus proche du Soleil, est encore plus dans le cas de ces difficultés, échape presque entierement aux Astronomes.

M. Cassini étant encore en Italie s'étoit appliqué en 1666 & 1667 à découvrir les Taches de Vénus, pour déterminer par leur moyen son mouvement diurne ou de rotation, si elle en avoit un. Il vit des Taches à la vérité, & même une partie plus luisante, qui fait le même effet par rapport au mouvement de rotation; il crut que ce mouvement pouvoit être de 23 heures, si cependant ce n'en étoit pas un de Libration, tel que celui qu'on attribue à la Lune, car les plus grands hommes sont les moins hardis à affirmer. Le peu de durée que pouvoit avoir chacune de ses

observations, lui rendoit le tout assez incertain, & depuis ce tems-là il paroît avoir abandonné cette Planete. Ensuite M. Huigens, qui avoit découvert l'Anneau de Saturne, & un de ses Satellites, chercha inutilement des Taches dans Vénus, il n'y vit qu'une lumiere parfaitement égale. Nous avons dit en 1700 * que feu M. de la Hire y avoit vu de grandes inégalités en saillie, qui pouvoient être des Montagnes, ce qui ne s'accorde ni avec M. Cassini, ni avec M. Huigens, & ne prouve que la difficulté du sujet. En dernier lieu le P. Briga Jésuite, Professeur en Mathématique au College de Florence, qui travailloit à un grand Ouvrage sur Vénus, avoit invité tous les Observateurs de sa connoissance & en Europe & à la Chine, à chercher les Taches de cette Planete avec leurs meilleurs Télescopes, & tous lui avoient répondu qu'ils y avoient perdu leurs peines.

De plus il manquoit à la Théorie de Vénus que sa parallaxe fût connue par observation immédiate, elle n'étoit que tirée par des conséquences, ou des circuits, toujours moins sûrs que l'observation. On sait que la parallaxe d'une Planete est la difference entre les deux lieux du Ciel où on la rapporte vue du centre de la Terre, ou vue d'un point de sa surface, ce qui donne la grandeur dont le demi-diametre de la Terre seroit vu de cette Planete, & la distance de la Planete à la Terre.

Ce fut par la recherche de la parallaxe de Vénus que M. Bianchini commença. Il voulut tenter d'y appliquer l'ingénieuse méthode trou-

* p. 149.

trouvée par feu M. Caſſini pour la parallaxe de Mars, & expliquée en 1706 *. Elle conſiſte à comparer à une Etoile fixe extrêmement proche de la Planete dont on cherche la parallaxe, le mouvement de cette Planete, & cela pendant un tems aſſez long. On n'auroit pas vu aſſez longtems Vénus priſe le matin ou le ſoir, mais avec des Lunettes on la peut voir en plein jour & dans le Méridien, quelquefois même à l'œil nud, & alors on avoit le tems néceſſaire. Mais on ne voit pas ainſi les Fixes, à moins cependant qu'elles ne ſoient de la premiere grandeur, & c'étoit un pur bonheur d'en trouver quelqu'une extrêmement proche de Vénus vue en plein jour & au Méridien. M. Bianchini eſpera ſur la foi des Tables du mouvement de Vénus, que le 3 Juillet 1716, elle ſe trouveroit dans le Méridien à peu près avec *Regulus*, ou *le Cœur du Lion*, & en effet il vit ces deux Aſtres dans la même ouverture de ſa Lunette. Il répéta l'obſervation les trois jours ſuivans, & après s'en être bien aſſuré il trouva par la méthode de M. Caſſini, & vérifia encore par une autre voye, que la parallaxe de Vénus étoit de 24 Secondes. Nous ſupprimons toutes les attentions fines & délicates qu'il apporta; le mérite n'en feroit ſenti que par les Aſtronomes, & les Aſtronomes ſuppoſeront aiſément qu'il ne les oublia pas dans une recherche ſi nouvelle & ſi importante.

Il ne faut pourtant pas compter pour abſolument ſûres les 24 Secondes de la parallaxe de Vénus, elles en donneroient 14 pour cel-

* p. 125. & ſuiv.

le du Soleil, qui selon M. Cassini n'est que de 10, & selon M. de la Hire de 6; & ces deux noms sont d'un grand poids. C'est plutôt la maniere de trouver la parallaxe de Vénus qui est enfin trouvée par M. Bianchini, que ce n'est cette parallaxe même. Il vouloit recommencer ses observations en 1724, où Vénus se devoit retrouver en passant par le Méridien dans la même position à peu près à l'égard de Regulus, position unique & précieuse. Mais il n'eut plus alors le même lieu pour observer, & il n'en put avoir d'autre qui y fût propre ; & quel déplaisir de dépendre tant d'un certain concours de circonstances étrangeres! Comme Vénus ne revenoit avec Regulus qu'au bout de huit ans, il se flata de reprendre son travail en 1732; mais sa vie ne s'est pas étendue jusque-là.

Il fut plus heureux dans l'observation, encore plus importante, des Taches de Vénus, qu'il fit en 1726. Ce n'étoit pas la faute de ceux qui ne les avoient point vues, ou les avoient mal vues ; ils ne se servoient que de Verres de 50 ou 60 pieds de foyer, qui n'étoient pas suffisans. Campani, & Divini, les plus excellens Ouvriers en ce genre, en avoient fait de 100 & de 120 pieds; mais la difficulté étoit de manier des Tuyaux de cette énorme longueur, qui se courboient toujours très sensiblement vers le milieu. M. Huigens avoit ingénieusement imaginé le moyen de se passer de tuyau: mais il restoit encore tant d'embarras & d'incommodités, qu'on auroit apparemment abandonné l'invention, si M. Bianchini n'eût trouvé le secret de remédier à tout. Il vint à Paris en 1712, & fit voir à l'Aca-

l'Académie sa Machine, qui parut simple, portative, maniable, & expéditive au-delà de tout ce qu'on eût osé esperer. L'Académie a cru qu'elle en devoit la description au Public, & elle l'a donnée dans ses Mémoires de 1713 *. Il étoit dans l'ordre que l'Auteur en recueillît le fruit. Il vit très-surement les Taches de Vénus prise dans toutes les situations où elle le peut être, & dans toute la varieté, quoiqu'assez bornée, de ces situations. Ces Taches, vues par les grands Verres qu'il employoit, ne sont que comme les Taches de la Lune vues à l'œil nud, & si celles-ci sont des Mers, les autres en seront aussi. Il conseille à ceux qui voudront bien voir les Taches de Vénus, de s'accoutumer auparavant à regarder avec attention celles de la Lune, à bien suivre leurs contours, & à les distinguer les unes des autres. L'œil préparé par cet apprentissage en sera plus habile & plus savant, quand il se transportera sur Vénus.

M. Bianchini en distingua assez nettement les Taches pour y établir vers le milieu du disque sept Mers, qui se communiquent par quatre Détroits, & vers les extrémités deux autres Mers sans communication avec les premieres. Des parties, qui sembloient se détacher du contour de ces Mers, il les appella Promontoires, & en compta huit. Comme il avoit un droit de proprieté sur ce grand Globe presque tout nouveau, & dû à ses veilles, il imposa des noms à ces Mers, à ces Détroits, à ces Promontoires; & à l'exemple tant des anciens Grecs qui ont mis

* p. 400. & suiv.

dans le Ciel leurs Héros, que des Astronomes modernes, qui ont rempli la Lune de Philosophes & de Savans, il favorisa qui il voulut de ces especes d'Apothéoses, toujours cependant avec un choix judicieux. Il avoit reçu des graces du Roi de Portugal, & il donna son nom à la premiere Mer. Pour ces autres grands Païs dont il disposoit, il les partagea entre les Généraux Portugais les plus illustres par leurs conquêtes dans les deux Indes, & entre les plus célébres Navigateurs, qui ont ouvert le chemin à ces conquêtes. Galilée & Cassini se trouvent là, non pas tant par l'amour de M. Bianchini pour sa Patrie, que parce que ces deux grands hommes, qui n'ont jamais navigé, ont été aussi utiles à la Navigation & à la connoissance du Globe terrestre, que Colomb, Vespuce & Magellan. L'Académie des Sciences & le nouvel Institut de Boulogne ont aussi leur place dans Vénus. Les principaux Domaines des Savans ne sont point exposés à la jalousie des autres hommes.

Nous avons dit en plusieurs endroits de nos Histoires, & principalement en 1701 *, quelle est la méthode dont on se sert pour découvrir par les Taches d'une Planete, & par les circonstances de leur mouvement, l'axe de la rotation, & sa position sur le plan de l'Orbite que la Planete décrit. Parce que Vénus est une Planete inférieure, on ne sauroit voir son disque entierement éclairé du Soleil; il y a toujours sur ce disque une ligne, qui sépare la partie obscure d'avec l'éclairée, & est une portion d'un Cercle qui vu du Soleil

* p. 127. & suiv.

leil sépareroit les deux Hémisphères, l'un éclairé, l'autre obscur. Le plan de ce Cercle est toujours perpendiculaire à une ligne tirée du centre du Soleil à celui de Vénus, & cette ligne est nécessairement dans le plan de l'Orbite de Vénus, ou de son Ecliptique particuliere. C'est par rapport à la ligne de la derniere illumination sur le disque de la Planete que M. Bianchini observoit le mouvement des Taches, & l'inclinaison de la ligne de ce mouvement; par-là il parvint à déterminer que l'axe de la rotation de Vénus étoit incliné de 15 degrés à son Orbite ou Ecliptique.

Lorsque l'axe de rotation d'une Planete est perpendiculaire à son Orbite, comme l'est presque celui de Jupiter, cette Planete a toujours le Soleil dans son Equateur, & ses deux Poles éclairés en même tems, elle jouit d'un Equinoxe perpétuel, & chacune de ses parties n'a jamais que la même Saison. Si au contraire l'axe de rotation est infiniment incliné sur l'Orbite, c'est-à-dire couché dans son plan, la Planete n'a un Equinoxe que deux fois dans son année, ses deux Poles ont alternativement le Soleil vertical, & chacune de ses parties a la plus grande inégalité de Saisons qu'il soit possible. L'axe de Vénus est si incliné sur son Orbite, qu'il s'en faut peu qu'elle ne soit dans ce dernier cas, & l'on ne connoit point de Planete, qui à cet égard différe tant de Jupiter.

M. Cassini avoit cru, ou plutôt soupçonné que la rotation de Vénus étoit de 23 heures. Il voyoit d'un jour à l'autre une certaine partie du disque avancée d'une certaine quantité, & il jugeoit qu'elle s'étoit ainsi avancée après

une révolution entiere du Globe, qui par conséquent n'auroit pas duré 24 heures. Cela étoit fort possible ; mais il l'étoit aussi que le Globe n'eût pas fait une révolution entiere, qu'il en eût seulement continué une, dont la lenteur auroit été nécessairement assez grande. On n'avoit point d'exemple d'une lenteur pareille dans aucune rotation de Planete ; mais quoique peu vraisemblable, elle n'a pas laissé de se trouver vraye, & M. Bianchini a déterminé la rotation de Vénus de 24 jours 8 heures. Selon le Systême de M. de Mairan rapporté en cette année 1729 *, cette lenteur de la rotation de Vénus est en partie une suite de la grande inclinaison de l'axe.

Enfin une découverte très remarquable de M. Bianchini est celle du parallelisme constant de l'axe de Vénus sur son Orbite, pareil à celui que Copernic fut obligé de donner à la Terre. Ce qu'il avoit imaginé & supposé pour le besoin de son Systême, est maintenant vérifié dans toutes les Planetes, dont on connoit la rotation ; nulle varieté à cet égard, tandis que tout le reste varie ; & Copernic a eu la gloire de deviner ce qui fait aujourd'hui une des principales Clefs de l'Astronomie Physique. Cependant M. Bianchini craint que ce parallelisme de Vénus, & quelques autres points où la bonne Astronomie le jette indispensablement, ne paroissent trop favorables à Copernic, & il a toujours grand soin d'avertir que tout cela peut s'accorder avec Ticho. Ces précautions sont nécessaires aux Compatriotes de Galilée, une petite differenrence de Climat en mettroit apparemment dans leur stile. L'Ou-

* p. 68. & suiv.

L'Ouvrage sur les Phénomenes de Vénus fait mention d'une Méridienne que M. Bianchini vouloit tracer dans toute l'étendue de l'Italie, à l'exemple de la Méridienne de la France, unique jusqu'à présent. Pendant l'espace de huit années, il avoit employé tous les intervalles de ses autres travaux à faire tous les préparatifs nécessaires pour ce grand dessein, mais il n'a pas vécu assez pour en commencer seulement l'exécution.

Nous nous arrêtons là, en avouant que nous lui faisons tort de nous y arrêter; mais la raison même, qui nous y oblige, tourne à sa gloire. *Les Vies des Papes par Anastase le Bibliothécaire*, dont il a donné une nouvelle Edition en trois Tomes *in-folio*, enrichie d'une infinité de recherches très savantes, sont un trop grand Ouvrage, qui nous meneroit trop loin, sur-tout après ceux du même genre dont nous avons rendu compte; & plusieurs autres Ouvrages, moins considerables seulement par le volume, sont en trop grand nombre. Il y en a même quelques-uns qui sont des pieces d'Eloquence, & l'on dit qu'il embrassoit jusqu'à la Poësie. Il se trouve en effet dans son stile, quand les occasions s'en présentent, une force & une beauté d'expression, des figures, des comparaisons, qui sentent le génie poëtique.

L'Académie le mit dès l'an 1705 dans le petit nombre de ses Associés Etrangers.

Il mourut d'une Hydropise le 2 Mars 1729. On lui trouva un Cilice, qui ne fut découvert que par sa mort; & toute sa vie par rapport à la Religion avoit été conforme à cette pratique secrete. La facilité, la candeur de ses

mœurs étoient extrêmes, & encore plus, s'il se peut, son ardeur à faire plaisir. Il n'étoit jamais engagé dans aucune étude si interessante pour lui, dans aucun travail dont la continuation fût si indispensable, & l'interruption si nuisible, qu'il n'abandonnât tout dans le moment avec joye pour rendre un service.

Son mérite a été bien connu, & l'on pourroit dire, récompensé, si l'on s'en rapportoit à sa modestie. Il a eu deux Canonicats dans deux des principales Eglises de Rome. Il a été Camérier d'honneur de Clément XI, & Prélat Domestique de Benoît XIII. Outre le Secretariat de la Congrégation du Calendrier, Clément XI lui donna par une Bulle, une Intendance générale sur toutes les Antiquités de Rome, auxquelles il étoit défendu de toucher sans sa permission. Il auroit pu aspirer plus haut, dans un Païs où l'on sait qu'il faut quelquefois décorer la Pourpre elle-même par les talens & par le savoir; l'exemple récent du Cardinal Noris l'autorisoit à prendre des vues si élevées & si flateuses: mais on assure que sa moderation naturelle & la Religion l'en préserverent toujours.

ELOGE

DE M. MARALDI.

JACQUES PHILIPPE MARALDI nâquit le 21 Août 1665 à Perinaldo dans le Comté de Nice, Lieu déja honoré par la naiss-

naissance du grand Cassini. Il fut fils de François Maraldi, & d'Angela Catherine Cassini, Sœur de ce fameux Astronome.

Après qu'il eut fini avec distinction le cours des Etudes ordinaires, son goût naturel le porta aux Sciences plus élevées, aux Mathématiques, & il y avoit fait tant de progrès à l'âge de 22 ans, que son Oncle établi en France depuis plusieurs années l'y appella en 1687, pour cultiver lui-même ses talens, & les faire connoitre dans un païs, où l'on avoit eu un soin singulier d'en rassembler de toutes parts. Sans doute M. Cassini, étranger, & circonspect comme il étoit, ne se fût pas chargé d'un Neveu, dont il n'eût pas beaucoup esperé, & qui lui auroit été plus reproché que tout autre qu'il eût mis à la même place.

Dès les premiers tems que M. Maraldi se mit à observer le Ciel, il conçut le dessein de faire un Catalogue des Etoiles fixes. Ce Catalogue est la piece fondamentale de tout l'Edifice de l'Astronomie. Les Fixes, qui à la vérité ont un mouvement, mais d'une extrême lenteur, & d'une quantité présentement bien connue, & qui d'ailleurs ne changent point de situation entre elles, sont prises pour des points immobiles auxquels on rapporte tous les mouvemens qui se passent au-dessous d'elles, ceux des Planetes & des Cometes; & par-là il est de la derniere importance de connoitre exactement & le nombre & la position de ces points lumineux, qui règleront tout. Non seulement les Télescopes ont prodigieusement enrichi le Ciel de Fixes auparavant invisibles, mais la simple vue

vûe plus attentive & mieux dirigée en a porté le nombre beaucoup au-delà de celui que les Anciens avoient prétendu déterminer à peu près, & c'eſt proprement de nos jours qu'il n'eſt preſque plus permis de les compter. Mais que ne peut la curioſité ingénieuſe & opiniâtre? On les compte, ou du moins on leur aſſigne à toutes leurs places dans leurs Conſtellations. Le Catalogue de Bayer eſt celui dont les Aſtronomes ſe ſervent le plus ordinairement, & auquel ils ſemblent être convenus de donner leur confiance: mais M. Maraldi crut pouvoir porter la préciſion & l'exactitude au-delà de celles de tous les Catalogues connus, & il ſe détermina courageuſement à en faire un nouveau.

Quelques efforts d'eſprit que l'on faſſe, & quelque aſſiduité qu'on y donne, on eſt trop heureux, quand il n'en coûte que de demeurer dans ſon Cabinet. Ces veilles, que les Savans & les Poëtes même ont tant de ſoin de faire valoir, priſes dans le ſens le plus litteral, ne ſont pas des veilles en comparaiſon de celles qui ſe font en plein air & en toute ſaiſon pour étudier le Ciel; le Géometre le plus laborieux mene preſque une vie molle, au prix d'un Aſtronome également occupé de ſa Science. Sur-tout, quand on a entrepris un Catalogue des Fixes, on n'a point trop de toutes les nuits de l'année; les ſeules que l'on ait de relâche ſont celles où le Ciel eſt trop couvert, encore ſe plaint-on de cette grace de la Nature. Auſſi M. Maraldi altera-t-il beaucoup ſa ſanté par un ſi long & ſi rude travail, il en contracta de fréquens maux d'Eſtomac, dont il s'eſt toujours reſ-

ressenti, parce qu'il ne put pas s'empêcher d'en entretenir toujours la cause.

Cependant il communiquoit assez facilement ce qui lui avoit tant couté. De son Ouvrage, qui n'est encore que manuscrit, il en a détaché des positions d'Etoiles, dont quelques Auteurs avoient besoin; par exemple, M. Delisle pour son Globe céleste, M. Manfredi pour ses Ephémérides, M. Isaac Broukner pour le Globe dont il a été parlé en 1725 *.

Son Catalogue n'étoit pas seulement sur le papier, il étoit tellement gravé dans sa tête, qu'on ne lui pouvoit désigner aucune Etoile, quoique presque imperceptible à la vue, qu'il ne dît sur le champ la place qu'elle occupoit dans sa Constellation. Puisque les Etoiles ont été appellées dans les Livres saints l'*Armée du Ciel*, on pourroit dire que M. Maraldi connoissoit toute cette Armée, comme Cyrus connoissoit la sienne.

Quelquefois de petites Cometes, & qui durent peu, ne sont pas reconnues pour Cometes, parce qu'on les prend pour des Etoiles de la Constellation où elles paroissent, & cela faute de savoir assez de quel assemblage d'Etoiles cette Constellation est composée. Peut-être croira-t-on que ce ne seroit pas un grand malheur d'ignorer une Comete si petite & de si peu de durée qu'elle ne devoit pas dans la suite se faire remarquer; mais les Astronomes n'en jugent pas ainsi. Ils ont tous aujourd'hui une extrême ardeur pour le Systême des Cometes, qui fait à notre égard les dernieres limites du Systême entier de l'Univers,

* p. 139. & suiv.

vers, & ils ne veulent rien perdre de tout ce qui peut conduire à en avoir quelque connoissance; tout sera mis à profit. Il étoit difficile que des phénomenes céleſtes échapassent à M. Maraldi, la plus petite nouveauté dans le Ciel frappoit aussi-tôt des yeux si accoutumés à ce grand objet. Ceux qui observoient en même lieu que lui, & qui auroient pu être jaloux des premieres découvertes, avouent que le plus souvent c'eſt lui qui en a eu l'honneur.

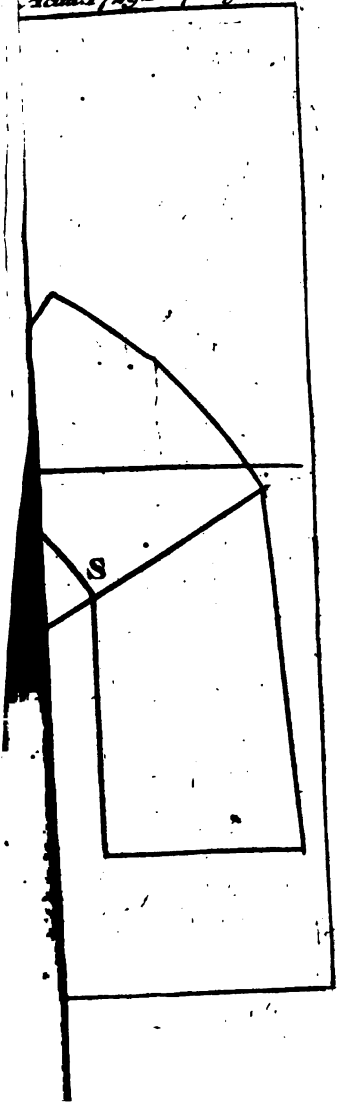
La conſtruction du Catalogue; des Observations soit journalieres, soit rares, & dont le tems se fait beaucoup attendre, comme celles des Phases de l'Anneau de Saturne; des déterminations de retours d'Etoiles fixes, qui disparoissent quelquefois; des applications adroites des Méthodes données par M. Cassini; des vérifications de Théories dont il eſt important de s'assurer; des corrections d'autres Théories qui peuvent recevoir plus d'exactitude; voilà tous les événemens de la vie de M. Maraldi: nos Hiſtoires en sont pleines, & ont fait d'avance une grande partie de son Eloge.

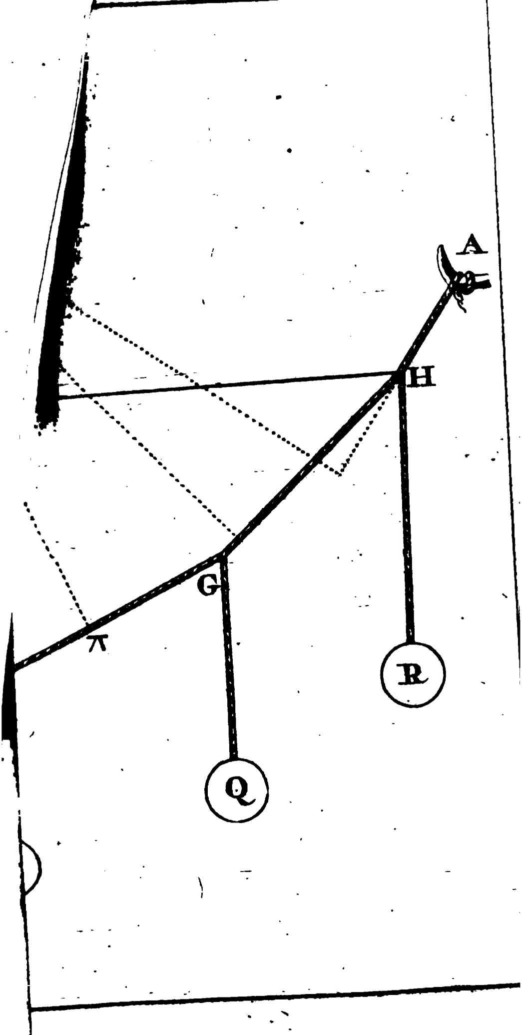
Il travailla sous M. Cassini en 1700 à la prolongation de la fameuse Méridienne jusqu'à l'extrémité Méridionale du Royaume, & eut beaucoup de part à ce grand ouvrage. De-là il alla en Italie, & comme alors on travailloit à Rome sur la grande affaire du Calendrier, dont nous avons parlé en 1700 * & 1701 †, le Pape Clément XI profita de l'heureuse occasion d'y employer un Aſtronome formé par M. Cassini. Il donna entrée

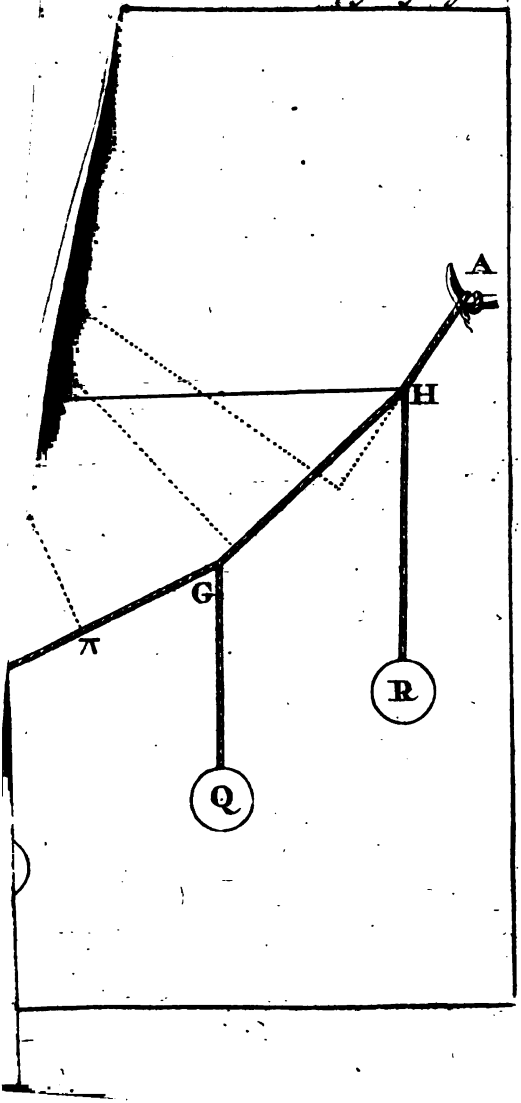
* p. 127. † p. 105.

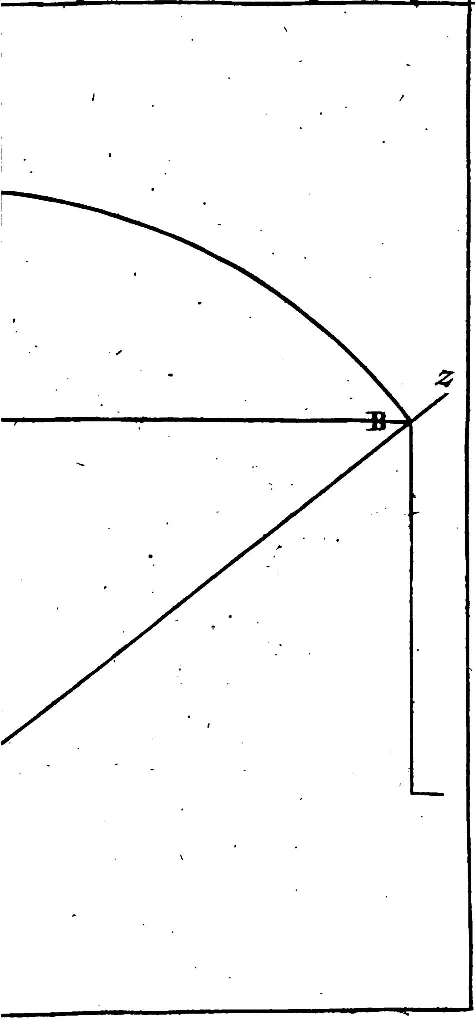
Acad 17

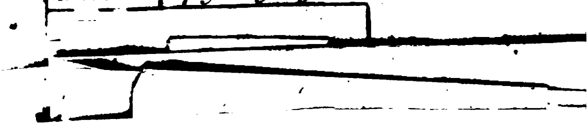



S

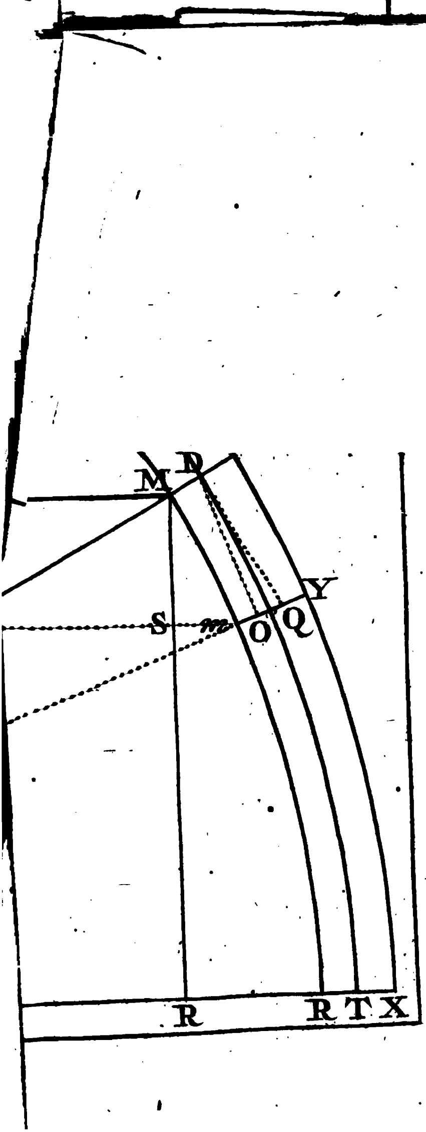

A
H
G
π
R
Q


A
H
G
π
R
Q


Z
B



m. de l'Acad. 1729. Pl. 13 Pag. 162.



trée à M. Maraldi dans les Congrégations, qui se tenoient sur ce sujet. M. Bianchini, lié d'une grande amitié avec M. Cassini, ne manqua pas de s'associer son Neveu dans la construction d'une grande Méridienne, qu'il traçoit pour l'Eglise des Chartreux de Rome, à l'imitation de celle de St Petrone de Boulogne, tracée par celui qu'ils reconnoissoient tous deux pour leur Maître.

En 1718, M. Maraldi alla avec trois autres Académiciens terminer la grande Méridienne du côté du Septentrion. A ces voyages près, il a passé sa vie, depuis son arrivée à Paris, renfermé dans l'Observatoire; ou plutôt, il l'a passée toute entiere renfermé dans le Ciel, d'où ses regards & ses recherches ne sortoient point.

Il se délassoit pourtant quelquefois, il prenoit des divertissemens. Il faisoit des observations physiques sur des Insectes, sur des Pétrifications curieuses, sur la culture des Plantes, partie de la Botanique, à laquelle il seroit tems que l'on songeât autant qu'on a fait jusqu'ici à la Nomenclature, qui n'est qu'un Préliminaire. Ce n'est pas que ce Préliminaire soit fini; s'il doit l'être jamais, ce ne sera que dans plusieurs Siecles: mais on l'a mis en état de permettre que l'on aille desormais plus avant. Nous avons rendu compte en 1712 * de la plus importante observation terrestre de M. Maraldi; c'est celle des Abeilles, qui malgré l'agrément naturel du sujet, a demandé un travail très fatigant par la longue assiduité de plusieurs années, & par l'ex-

* p. 7. & suiv.

l'extrême difficulté de bien voir tout ce qui se passoit dans ce merveilleux petit Etat.

Il ne restoit plus à M. Maraldi pour achever son Catalogue des Fixes, que d'en déterminer quelques-unes vers le Zénit & vers le Nord, & dans ce dessein il venoit de placer un Quart de Cercle mural sur le haut de la Terrasse de l'Observatoire, lorsqu'il tomba malade. Il employa le seul remede auquel il eût confiance, une diete austere; il s'en étoit toujours bien trouvé: mais nul remede ne réussit toujours; il mourut le 1. Dec. 1729.

Son caractere étoit celui que les Sciences donnent ordinairement à ceux qui en font leur unique occupation; du sérieux, de la simplicité, de la droiture: mais ce qui n'est pas si commun, c'est le sentiment de la reconnoissance porté au plus haut point, tel qu'il l'avoit pour son Oncle. Il vouloit le veiller lui-même dans ses maladies, & il y apportoit le soin le plus attentif, & la plus tendre inquiétude; M. Cassini avoit en lui un second Fils. L'impression des bienfaits redouble de force, quand ils partent d'un homme à qui les indifferens même ne pourroient refuser de la vénération.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXIX.

OBSERVATION
De l'Eclipse totale de la Lune, du 13 *Fevrier* 1729.

Par M. Maraldi. *

Le Ciel a été fort ſerein durant toute l'Eclipſe ; mais le bord de l'Ombre étoit ſi mal terminé, qu'on avoit de la difficulté à diſtinguer ſon terme dans le commencement & dans la fin de l'Eclipſe, ce qui a rendu un peu douteuſe la détermination de ces deux pha-

* 19 Fevr. 1729.

phaſes, ſur-tout celle du commencement, parce que ne ſachant pas encore quel degré d'obſcurité devoit avoir l'Ombre, on doutoit ſi c'étoit la Pénombre ou l'Ombre même, tant elles étoient ſemblables. La differente obſcurité que l'ombre de la Terre a dans les differentes Eclipſes, vient en partie de la differente diſtance que la Lune a de la Terre dans ſes Eclipſes; car le cone de l'ombre eſt un peu differemment éclairé par les rayons du Soleil qui ſe rompent dans l'Atmoſphere, & vont pénétrer l'ombre ſuivant les differentes diſtances que les ſections de ce cone, par où paſſe la Lune, ont de la Terre. Dans cette Eclipſe, la Lune étoit près de ſes moyennes diſtances. Les parties du Globe de la Terre, plus ou moins inégales, par où paſſent les rayons du Soleil durant l'Eclipſe, peuvent auſſi contribuer à cette diverſité d'ombre que l'on obſerve dans les Eclipſes differentes. Un peu après le commencement de l'Eclipſe, nous avons obſervé que l'extrémité de l'ombre étoit terminée par une eſpece d'Anneau un peu plus obſcur que le reſte de l'ombre, ſoit que ce fût une apparence même de l'ombre, ſoit que cette diverſité d'ombre fût cauſée par des taches claires ſur leſquelles tomboit cette partie d'ombre, & la faiſoit paroître moins obſcure. Cette apparence de l'Anneau obſcur réſulte des expériences que font les ombres des corps opaques éclairés par le Soleil, que nous avons rapportées autrefois à l'Académie. Dans la ſuite de cette

Eclip-

Eclipſe, nous n'avons pas continué de remarquer cette apparence d'Anneau.

Durant l'obſcurité totale, on a toujours vu la Lune d'une couleur rougeâtre, & elle n'a point diſparu comme il eſt arrivé dans quelques Eclipſes que nous avons obſervées, ce qui eſt arrivé cependant fort rarement. Après l'immerſion totale de la Lune dans l'ombre, on voyoit la partie orientale de ſon diſque, qui étoit la plus immergée dans l'ombre, d'une couleur plus rougeâtre que la partie orientale du même diſque, qui étoit la moins immergée. Il eſt arrivé le contraire avant l'émerſion. Vers le milieu de l'Eclipſe, la partie ſeptentrionale du diſque de la Lune étoit plus ſombre que la méridionale, ce qui eſt une marque que le bord ſeptentrional de la Lune étoit plus près du milieu de l'ombre où cette ombre eſt plus denſe, que le bord méridional de la Lune. Cela eſt conforme aux hypotheſes du mouvement de la Lune, qui font connoitre que la Lune dans cette Eclipſe avoit un peu de latitude méridionale.

A 6h 55′ 0″ Pénombre foible à la vue.
7 1 0 Pénombre plus denſe.
3 0 Pénombre forte proche de Grimaldus.
8 50 Galileus couvert.
14 0 L'Ombre à Ariſtarchus.
15 4 Ariſtarchus tout couvert.
16 44 Keplerus tout couvert.
18 4 L'ombre à Gaſſendus.
19 20 Schicardus tout couvert.
22 0 L'Ombre à Reinoldus.

à 7h 22' 40" Au bord de Copernic.
23 43 Reinoldus couvert.
25 15 Tout Copernic couvert, & Eratosthenes en même tems.
27 2 Helicon couvert.
31 50 Au bord de Tycho.
33 8 Au milieu de Tycho.
33 30 Au bord précédent de Plato.
33 47 Tout Plato couvert.
38 7 Au bord précédent de Manilius.
39 20 Manilius tout couvert.
41 45 A Ménélaus.
42 35 Milieu de Ménélaus.
45 22 A Plinius.
49 47 Au bord précédent de Fracastorius.
50 30 *Promontorium acutûm.*
51 24 Tout Fracastorius couvert.
54 30 A Proclus.
55 16 Tout Proclus couvert.
56 17 Au bord de *Mare Caspium.*
58 56 La moitié de l'*Intervallum.*
59 0 Au bord suivant de *Mare Caspium.*
8 2 0 Fin douteuse.
3 0 On ne voit plus de lumiere.

à 9h 41' 18" Commencement de la sortie.
41 33 Grimaldus.
45 40 Second bord de Grimaldus.
49 35 Galileus découvert.
51 30 Schicardus découvert.
54 34 Capuanus découvert.
55 16 L'Ombre à Aristarchus.
56 4 Aristarchus tout découvert.
58 35 Keplerus tout découvert.
10 0 30 L'Ombre au bord de Tycho.

à

à 10h 1′	30″	Au milieu de Tycho.
2	30	La fin de Tycho.
		Lansberge & Reinoldus découverts.
3	40	Deux petites Taches entre Copernic & Kepler.
5	19	Commencement de Copernic.
		Héraclius est sorti en même tems.
6	43	Tout Copernic découvert.
7	33	Eratosthenes découvert.
8	0	Helicon tout découvert.
12	5	Tymocharis découvert.
12	56	Commencement de Plato.
14	15	Fin de Plato.
20	35	Manilius.
21	28	Tout Manilius découvert.
23	50	Menelaus.
27	25	Plinius.
40	19	Dionysius découvert.
31	0	*Promontorium acutum.*
36	15	Proclus.
37	26	Commencement de *Mare Caspium.*
40	5	Fin de *Mare Caspium.*
41	24	Fin douteuse.
42	0	Fin certaine.

OBSERVATION

De l'Eclipse totale de Lune, du 13 Fevrier 1729, faite à l'Observatoire Royal.

Par M. CASSINI. *

NOus avions disposé sur une Machine parallactique une Lunette de 8 pieds, garnie au foyer commun de ses Verres de divers Réticules paralleles entre eux, pour pouvoir déterminer la quantité de la partie éclipsée de la Lune à mesure qu'elle augmentoit ou diminuoit.

Le Ciel a été fort serein pendant la durée de l'Observation, cependant il a été très difficile de déterminer avec précision les termes de l'Ombre d'avec ceux de la Pénombre, principalement au commencement de l'Eclipse.

Voici les Observations que nous en avons faites, où nous avons eu soin de réduire en doigts & minutes les parties de la Lune interceptées entre les Réticules.

A 7h 3' 7" Commencement de l'Eclipse douteux.
4 12 Commencement certain.
6 7 Grimaldi est entré.
7 57 La Lune est éclipsée d'un doigt 9 minutes.

à

* 19 Fevr. 1729.

à 7h	13'	37"	L'Ombre à Ariſtarque.
	14	32	La Lune eſt éclipſée de 2 doigts 17 minutes.
	15	7	Ariſtarque eſt entierement caché.
	21	23	La Lune eſt éclipſée de 4 doigts.
	22	17	L'Ombre à Héraclides.
	22	57	L'Ombre au commencement de Copernic.
	24	52	Copernic eſt entré.
	27	27	La Lune eſt éclipſée de 5 doigts 9 minutes.
	31	17	L'Ombre au bord de Tycho.
	33	17	Six doigts 17 minutes, l'Ombre à Platon.
	38	7	L'Ombre à Manilius.
	39	17	Manilius eſt entré, la Lune eſt éclipſée de 7 doigts 25 minutes.
	41	37	L'Ombre à Ménélaus.
	45	7	La Lune eſt éclipſée de 8 doigts 34 minutes.
	49	47	L'Ombre au Promontoire aigu.
	50	47	La Lune eſt éclipſée de 9 doigts 42 minutes.
	55	42	L'Ombre à Proclus.
	56	27	La Lune eſt éclipſée de 10 doigts 51 minutes.
	59	18	L'Ombre à l'extrémité de la Mer des Criſes.
8	2	37	Immerſion totale de la Lune dans l'Ombre.

L'Immerſion totale de la Lune, dans l'Ombre de la Terre, a été déterminée avec beaucoup plus de préciſion que le commencement de l'Eclipſe.

 On

On voyoit alors le disque de la Lune de la couleur d'un rouge-brun, dont la lumiere étoit plus vive du côté où étoit arrivée l'Immersion, que de celui qui lui étoit opposé. Cette lumiere, que l'on sait être produite par la réfraction des rayons qui traversent l'Atmosphere, & vont se répandre sur le disque de la Lune, passa successivement vers le côté opposé, où elle parut plus vive à l'endroit où la Lune devoit sortir de l'Ombre.

A 9h 41' 11" Commencement de l'Emersion.
46 32 La partie éclipsée est de 10 doigts 51 minutes.
52 31 La partie éclipsée est de 9 doigts 43 minutes.
54 56 Aristarque commence à sortir.
10 4 41 La Lune est éclipsée de 7 doigts 25 minutes.
8 11 L'Ombre est à Hélicon.
10 22 La Lune est éclipsée de 6 doigts 17 minutes.
13 31 Platon commence à sortir.
16 11 La Lune est éclipsée de 5 doigts 9 minutes.
20 22 Manilius est sorti.
21 44 La Lune est éclipsée de 4 doigts.
23 27 Ménélaus commence à sortir.
24 32 Ménélaus est sorti de l'Ombre.
27 22 Deux doigts 52 minutes.
29 53 Le Promontoire aigu commence à sortir.
33 12 Un doigt 43 minutes.
36 12 Le commencement de la Mer Caspienne commence à sortir.

à

à 10^h 38′ 32″ 33 minutes d'un doigt.
39 54 Fin douteuse.
40 52 Fin certaine.

En comparant le commencement & la fin de l'Eclipse, on trouve sa durée de 3^h 37′ 57″, & le milieu de l'Eclipse à 8^h 52′ 5″. On trouve aussi par l'Immersion & l'Emersion totale sa demeure dans l'Ombre de 1^h 38′ 46″, & le milieu de l'Eclipse à 8^h 52′ 0″, à 6 secondes près de celui qu'on a déterminé par le commencement & la fin.

Le diametre apparent de la Lune a été observé à son passage par le Méridien, de 33′ 0″.

En examinant la situation de la Terre dans le tems de cette Eclipse, à l'égard du Soleil & de la Lune, on trouve que le Soleil étoit à 7^h du soir, tems du commencement de l'Eclipse, sur un Méridien de la Terre, éloigné de celui de Paris de 105 degrés vers l'Occident, c'est-à-dire, sous la longitude de 275 degrés à l'égard du premier Méridien qui passe par l'Isle de Fer.

La déclinaison du Soleil étoit alors de 13^d 10′ vers le Midi, d'où il résulte que le Soleil étoit alors au Zenith du lieu de la Terre, dont la longitude est de 275 degrés, & la latitude méridionale de 13^d 10′. Décrivant de ce point comme centre, à l'intervalle de 90 degrés, un cercle sur la surface de la Terre, il détermine la circonference de la Terre, qui est terminée alors par les rayons du Soleil, & forme le disque de son ombre au commencement de l'Eclipse.

Ce cercle passe à l'Orient par la Mer du Sud, au Nord par la partie septentrionale de l'Amérique, à l'Occident par la Mer Océane, où il rencontre la partie de l'Afrique qui s'avance le plus vers l'Occident, & va ensuite au-delà du Détroit de Magellan vers les Terres Australes, où l'on voit que la partie occidentale de l'ombre, qui a commencé à éclipser la Lune, étoit presque entierement terminée par la Mer Océane.

Dans la fin de l'Eclipse, qui est arrivée à $10^h 41'$, le Soleil étoit éloigné du Méridien de Paris de 160 degrés vers l'Occident, avec à peu près la même déclinaison; d'où il suit qu'il étoit alors au Zenith du lieu de la Terre, dont la longitude est de 220 degrés, & la latitude méridionale de 13 degrés, & un peu plus. Décrivant de ce point un grand cercle, on trouve qu'il passe à l'Orient par la Nouvelle Hollande, l'Isle de Borneo, les Philippines, & une partie de la Chine; au Nord par la Terre de Jesso; à l'Occident par l'Amérique méridionale & septentrionale; & au Midi par la Mer du Sud, ou les Terres Australes; où l'on voit que la partie orientale de l'Ombre, qui éclipsoit la Lune vers sa fin, étoit terminée par diverses grandes Isles & Continens; & c'est peut-être une des raisons pourquoi l'Ombre étoit plus distincte vers la fin de cette Eclipse que vers le commencement: car si l'on suppose, avec bien de la vraisemblance, que l'Atmosphere est plus chargée de vapeurs sur la Mer que sur la Terre, les réfractions des rayons qui la traversent près de la Mer doivent causer

moins

moins de distinction dans l'Ombre de la Terre, que dans les lieux où ces rayons passent près des Terres & des Continens. C'est ce que l'on pourra vérifier par les Observations des Eclipses de Lune qui arriveront dans la suite.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune, du 13 Fevrier 1729 au soir, faite à l'Observatoire Royal.

Par M. GODIN. *

J'AI observé cette Eclipse avec un Réticule simple, composé de quatre filets qui se coupent tous au centre d'une Lunette de 8 pieds, & forment entre eux des angles de 45 degrés. La Lunette étoit montée sur une Machine parallactique. Cette Méthode donne les differences en Ascension droite & en Déclinaison, entre les principaux points de l'Eclipse & un point déterminé du disque de la Lune; mais elle est sujette à certaines corrections, qui dépendent du mouvement propre de l'Ombre de la Terre & de celui de la Lune. Je donnerai une autre fois les résultats de mes Observations par cette Méthode, & je comparerai alors ces Observations avec les Tables. Voici les Phases principales de cette Eclipse, & le passage des

* 5. Mars 1729.

des Taches par l'Ombre, marquées en tems vrai.

Lorsque la Lune entroit dans l'Ombre.

A 7^h	2′	45″	Commencement de l'Eclipse.
	5	52	Grimaldi entre dans l'Ombre.
	11	6	Galilei couvert.
	13	36	Kepler entre dans l'Ombre.
	15	29	Gassendi entre dans l'Ombre.
	22	20	Copernic & Héraclides entrent.
	24	32	L'Ombre au milieu de Copernic.
	27	26	..... à Hélicon.
	32	38	..... au bord précédent de Tycho.
	33	36	..... au bord suivant de Tycho.
	33	47	..... au milieu de Platon.
	37	47	Le commencement de *Mare serenitatis* entre.
	42	57	*Catharina* dans l'Ombre.
	43	58	L'Ombre à *Dionysius*.
	48	50	..... à la fin de *Mare serenitatis*.
	56	11	..... à *Mare Crisium*.
	57	15	..... au milieu de *Mare Crisium*.
	58	23	..... à la fin de *Mare Crisium*.
8	0	35	..... à la fin de *Mare fœcunditatis*.
	3	19	Immersion totale.

Lorsque la Lune sortoit de l'Ombre.

9	41	8	Recouvrement de lumiere.
	43	18	L'Ombre à Riccioli.
	44	10	.... à Grimaldi.
	46	8	Tout Grimaldi sorti.
	48	20	L'Ombre à Galilei.
	54	50	.... au milieu de Kepler.

à

à 9h 57′ 20″ L'Ombre à Gassendi.
59 19 .... au bord de Tycho.
10 1 17 .... au milieu.
2 5 .... à la fin de Tycho.
3 22 Héraclides hors de l'Ombre.
5 13 Copernic est sorti.
7 57 Eratosthenes hors de l'Ombre.
8 49 Helicon sort.
12 59 Le bord de Platon.
14 5 Tout Platon hors de l'Ombre.
20 11 Le commencement de *Mare serenitatis*.
23 56 *Dionysius* sort.
26 17 *Catharina* sort.
30 15 La fin de *Mare serenitatis*.
36 32 Le commencement de *Mare Crisium* sort.
39 19 Milieu de *Mare Crisium*.
40 24 Fin de *Mare Crisium*.
41 34 Fin entiere de l'Eclipse.

Les quatre points principaux de cette Observation ont été déterminés très exactement, & s'accordent à ce qui a été observé par d'autres Astronomes ; pour ce qui est des Taches, elles ne sont pas si sûres, tant à cause que l'Ombre étoit mal terminée, & que les Taches ne paroissoient pas si claires qu'à l'ordinaire, que parce que j'avois plus d'attention aux Observations par le Réticule, qui demandoient beaucoup de soin.

Par ces Observations on trouve la durée totale de l'Eclipse de $3^h\ 38'\ 49''$, & la demeure de la Lune dans l'Ombre de $1^h\ 37'\ 49''$. Le tems de l'Immersion entiere du disque

que de la Lune eſt de 1h 0′ 34″; & celui de ſon émerſion de 1h 0′ 26″; d'où, en ayant égard aux variations du mouvement apparent de la Lune & de l'Ombre, on trouve le milieu véritable de l'Eclipſe à 8h 52′ 13″ ½.

Dans cette Eclipſe, l'Ombre ne m'a pas paru bien terminée, elle étoit aſſez peu denſe, ſur-tout vers le commencement; la Lune parut de couleur rouge-brun d'abord vers l'endroit où s'étoit faite l'Immerſion totale, & enſuite vers celui où ſe devoit faire l'Emerſion. Peut-être que ces apparences ont des cauſes aſſez proches de nous, & qu'il ne ſeroit pas impoſſible de déterminer. Quelques-uns croyent que ces differentes couleurs qui paroiſſent dans les Eclipſes de Lune *, ſont produites en général par les diverſes réflexions des rayons de lumiere qui viennent des lieux qui ont pour ces momens-là le Soleil à l'horizon, c'eſt-à-dire, qui ſe trouvent ſous le Cercle appellé par les Aſtronomes *lucis & umbræ Determinator*.

* *Voy. l'Hiſt. de l'Acad.* an. 1704. p. 73 & ſuiv.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune, du 13 Fevrier 1729, qui a été totale avec demeure.

A Carré près d'Orléans.

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE. *.

Commencement de l'Eclipse à.....	6^h	58'	0"	tems vrai.
Immersion de la Lune dans l'Ombre à.....	8	0	40	
Emersion à...........	9	41	53	
Fin entiere de l'Eclipse à	10	45	0	
Demeure de la Lune dans l'Ombre......	1	41	13	
Durée de l'Eclipse entiere..............	3	47	0	

Calcul de la même l'Eclipse par les Elémens dont je me sers ordinairement, que j'ai indiqués, partie dans les Mémoires de l'Académie de 1724, partie dans ceux de 1726.

Commencement de l'Eclipse à..	6^h	58'	2"
Immersion de la Lune dans l'Ombre à....................	8	0	42
Emersion à....................	9	41	53
Fin de l'Eclipse entiere à......	10	44	34

De-

* 26. Fevr. 1729.

Demeure de la Lune dans l'Ombre	1	41	11
Durée de l'Eclipse entiere	3	46	22
Milieu de l'Eclipse à	8	51	18
Opposition véritable à	8	52	31

Il faut ajouter à toutes ces phases 1′ 32″ pour avoir le tems vrai à Paris.

On voit que ce calcul s'accorde avec l'Observation, autant qu'on peut le souhaiter dans une Eclipse de Lune dont les phases ne se déterminent pas avec la même précision que celles des Eclipses de Soleil; car celles-ci peuvent être observées à 2 ou 3 secondes de tems près, au-lieu que celles de Lune ne le peuvent gueres être qu'à près d'une minute, encore la premiere phase, c'est-à-dire le commencement de l'Eclipse, est-elle si incertaine, qu'on a de la peine d'en juger à une minute près: & j'ai remarqué qu'on l'avoit avec plus de précision, lorsqu'on l'observoit à la vue simple, que quand on observoit avec des Lunettes.

Il ne s'est rien passé de fort remarquable dans cette Eclipse; il n'y a point eu d'Etoile qui ait été éclipsée par la Lune; la Lune n'a point entierement disparu pendant l'obscurité totale, comme quelques Astronomes disent l'avoir quelquefois observé. La Lune a été pendant toute l'obscurité totale d'une couleur rougeâtre, mais assez éclairée pour qu'on ait toujours vu ses Taches.

Ceux qui l'ont observée, peuvent avoir remarqué que le bord du disque de la Lune, pendant l'obscurité, sur-tout celui qui étoit du

du côté du centre de l'Ombre de la Terre, étoit sensiblement plus éclairé que le reste du disque, de la même maniere que les Peintres ont coutume de peindre les extrémités des corps qu'ils veulent représenter sur un fond obscur, qu'ils laissent plus clairs que le reste, afin de le détacher de ce fond, ce qu'ils appellent *un reflet*. Au reste, toutes les Eclipses de Lune que j'ai calculées suivant ces mêmes Elémens, se sont toujours accordées avec les Observations que j'en ai faites avec toute la précision qu'on peut attendre de ces sortes d'Observations. Et non seulement toutes les Eclipses de Lune que j'ai observées moi-même, mais j'en ai calculé un assez grand nombre que j'ai tirées des Observations de differens Astronomes, comme de Tycho-Brahé, d'Hévélius dans son Livre intitulé *Machina cœlestis*, que j'ai, & de M. Flamsted: je ne suis tombé sur aucune qui ne se soit trouvée très exactement représentée par mon calcul. Mais ce n'est pas la même chose des Eclipses de Soleil, ce qui fait voir qu'il y a quelque Elément qu'il faut employer differemment dans les Conjonctions & dans les Oppositions; ce qu'on ne fait pas.

Je ne trouve pas non plus qu'il soit nécessaire de faire une correction au Nœud de la Lune, qui me paroît avoir un mouvement très uniforme.

MEMOIRE

Sur le Calcul analytique & indéfini des Angles des Triangles rectilignes & sphériques, indépendamment des Tables des Sinus, & sur les MINIMUM *& les* MAXIMUM *de ce Calcul.*

Par M. DE LAGNY. *

DANS le Mémoire que je donnai l'année derniere sur ce sujet, je m'engageai à déterminer les *Minimum* & les *Maximum* de ce calcul, afin de pouvoir comparer dans tous les cas possibles les avantages & les desavantages des differentes Méthodes.

C'est ainsi qu'en calculant le calcul même, on est en état de choisir sûrement & démonstrativement la meilleure des Méthodes.

PREPARATION ET CONSTRUCTION.

1°. Soit construit sur la ligne droite *AB* †, prise à discretion, le Triangle rectiligne, rectangle & isoscele *ABC* rectangle en *B*.

2°. Du point *A*, comme centre, & de l'intervalle *AB*, soit décrit le demi-quart de Cercle *BD* qui coupe au point *D* l'hypothénuse *AC*.

3°. Divisez par la Méthode ordinaire ce demi-quart de Cercle en trois parties égales aux points

* 9 Févr. 1729. † Fig. 1.

points *E* & *F*, enforte que les trois arcs *DE*, *EF* & *FB* soient égaux.

4°. Abaissez de ces trois points *D*, *E*, *F*, sur le rayon *AB*, les trois perpendiculaires *DG*, *EH* & *FI*.

5°. Entre les deux points *D* & *E*, prenez à discretion un point quelconque *K*, duquel point vous abaisserez sur le rayon *AB* la perpendiculaire ponctuée *KL*, & tirez le rayon ponctué *AK*; le Triangle *AKL* représentera en général tous les Triangles rectangles de la premiere classe, c'est-à-dire, tous les Triangles rectangles dans lesquels l'hypothénuse *AK* est moindre ou non plus grande que le double du plus petit côté *KL*.

Dans le premier & le plus simple de tous les cas, ou exemples en nombres, l'hypothénuse *AK* peut être représentée par le nombre 5, le côté moyen *AL* par le nombre 4, & le petit côté *KL* par le nombre 3. Ce qui formera le premier & le plus simple de tous les Triangles rectangles en nombres & de la premiere classe; savoir, le Triangle 3, 4 & 5.

Le Triangle rectangle & isoscele *ADG* est le premier & le plus grand des Triangles de cette premiere classe. C'est aussi le premier *Minimum* pour le calcul *goniométrique*; car on connoit, sans aucun calcul, la grandeur de ses deux angles aigus *ADG* & *GAD*, qui sont chacun la moitié de l'angle droit.

6°. Entre les deux points *E* & *F*, prenez à discretion un point quelconque *M*, duquel point vous abaisserez sur le rayon *AB* la per-

perpendiculaire ponctuée *MN*, & tirerez le rayon *AM*.

Le Triangle *AMN* repréſentera en général tous les Triangles rectangles de la ſeconde claſſe, c'eſt-à-dire, tous les Triangles rectangles dans leſquels l'hypothénuſe eſt plus grande ou non plus petite que le double du petit côté *MN*.

Dans le premier & le plus ſimple de tous les cas ou exemples en nombres, l'hypothénuſe *AM* peut être repréſentée par le nombre 13, le côté moyen *AN* par le nombre 12, & le petit côté *MN* par le nombre 5; ce qui formera le premier & le plus ſimple de tous les Triangles en nombres & de la ſeconde claſſe; ſavoir, le Triangle 5, 12 & 13.

Le Triangle *AEH* eſt en même tems & le dernier & le plus petit des Triangles de la premiere claſſe, parce que l'hypothénuſe *AE* étant préciſément double du petit côté *EH*, elle n'excede *analogiquement* ce double que de zero.

Il eſt auſſi en même tems, & par la même raiſon d'analogie, le premier & le plus grand des Triangles rectangles de la ſeconde claſſe. Ainſi le côté *EH* eſt le terme commun où finit la Série des Triangles de la premiere claſſe, & où commence la Série des Triangles de la ſeconde claſſe.

Cette derniere Série commence donc au point *E*, & finit ou ſe termine au point *B*, extrémité du rayon *AB*, & elle finit par la coïncidence *analogique* de la derniere hypothénuſe avec le rayon *AB*.

Ce même Triangle *AEH* eſt le ſecond

Mini-

Minimum du calcul *goniométrique*, parce qu'on connoit, ſans aucun calcul, la grandeur de ſes deux angles aigus; ſavoir *EAH*, qui eſt le tiers de l'angle droit, & par conſéquent *HEA*, qui en eſt les deux tiers.

Entre l'infinité de ces Triangles de la ſeconde claſſe, il y en a un qui mérite une attention particuliere; c'eſt le Triangle *AFI* formé par la biſſection de l'arc *BE* au point *F*, par le rayon *AF*, & par la perpendiculaire *FI* abaiſſée du point *F* ſur le point *I* du rayon *AB*.

Il eſt évident, par cette conſtruction, que l'angle *FAI* eſt la ſixieme partie de l'angle droit. Cet angle eſt le *Maximum quod non* des angles à trouver, c'eſt un angle de 15 degrés, & par conſéquent l'angle *IFA* eſt un angle de 75 degrés, c'eſt un troiſieme *Minimum* du calcul *goniométrique*.

Ce Triangle *FAI* a ſes trois côtés incommenſurables, car le côté moyen *AI* étant ſuppoſé égal à *I*, le petit côté *FI* ſera aiſément démontré égal à $2 - \sqrt{3}$, & par conſéquent le quarré de l'hypothénuſe *AF* eſt égal à $8 - 4\sqrt{3}$, qui n'eſt pas un quarré rationnel; mais comme il ne s'agit uniquement dans le calcul *goniométrique* que de la meſure des angles dans les Triangles dont les rapports des côtés ſont exprimés *exactement* par des nombres entiers, ou qui peuvent l'être *indéfiniment près* par des Séries indéfinies, dont tous les termes ſont des fractions rationnelles & indéfiniment convergentes, il faut ſubſtituer à l'irrationnel $2 - \sqrt{3}$ un terme indéfini de l'une des deux Séries ſui-

ſuivantes, l'une par défaut, & l'autre par excès. Savoir:

La Série par défaut eſt $2 - \sqrt{3} = \frac{0+}{1}$, $\frac{1+}{4}$, $\frac{4+}{15}$, $\frac{15+}{56}$, $\frac{56+}{209}$, $\frac{209+}{780}$, &c. à l'infini. La formule générale & génératrice eſt pour le terme antécédent quelconque $\frac{a}{b}$; & pour le terme conſéquent, c'eſt $\frac{b}{4b-a}$.

La Série par excès eſt $2 - \sqrt{3} = \frac{1-}{3}$, $\frac{3-}{11}$, $\frac{11-}{41}$, $\frac{41-}{153}$, $\frac{153-}{571}$, &c. à l'infini. La formule générale & génératrice eſt ſemblable à celle de la Série précédente; ſavoir, $\frac{c}{d}$ pour le terme antécédent, & $\frac{d}{4d-c}$ pour le terme conſéquent.

C'eſt un Corollaire aiſé à tirer de la transformation donnée de l'irrationnel $\sqrt{3}$ en Séries de fractions rationnelles.

L'infinitieme eſt également dans les deux Séries ce même binome irrationnel $2 - \sqrt{3}$.

Mais on n'admet ici (de même que dans tous les calculs trigonométriques) que les côtés des Triangles exprimés par des nombres entiers. Soit que ces côtés ſoient des lignes droites, ou bien des arcs de grand Cercle, il s'agit toujours de trouver lés valeurs des angles par les valeurs des arcs qui

qui doivent servir de mesure à ces angles. On commence par déterminer indéfiniment la valeur de ces arcs réduits en lignes droites relativement au rayon du Cercle, qui est toujours la valeur constante & l'homogene de comparaison; ensorte que pour l'entiere perfection de la Méthode *goniométrique*, la difference entre la valeur réelle de l'arc & la valeur trouvée par la Méthode doit être démonstrativement moindre qu'aucune partie aliquote donnée de ce rayon; qu'elle soit, par exemple, moindre que la centieme, que la millieme, que la cent-millieme, que la cent-millionnieme, &c. partie du rayon, & par conséquent que l'angle ou l'arc cherché soient déterminés indéfiniment avec toute l'exactitude *possible*, par rapport à la valeur constante de l'angle droit, ou, pour parler plus exactement, par rapport à la sixieme partie de l'angle droit, qui est, comme je l'ai dit ci-dessus, & comme je l'ai démontré dans les Mémoires des années 1724 & 1725, le seul véritable homogene de comparaison pour la mesure des Angles, de même que l'Arc de 15 degrés est le seul véritable homogene de comparaison pour la mesure des arcs de Cercle.

L'on peut inscrire dans le demi-quart de Cercle un Triangle rectiligne & rectangle, semblable à tout Triangle donné. Car tout Triangle rectiligne, scalene & rectangle a nécessairement l'un de ses deux angles obliques plus petit que la moitié de l'angle droit. On pourra donc faire au point *A*, * avec la ligne con-

* Fig. 1.

constante *A B*, un angle aigu, comme, par exemple, *B A K* égal au plus petit des deux angles aigus du Triangle rectangle & scalene donné, & achevant le Triangle *A K L* par la perpendiculaire *K L* abaissée sur le rayon *A B*, on aura un Triangle rectiligne rectangle & scalene semblable au Triangle donné. *Ce qu'il falloit faire.*

Le Triangle *A D G* * est un *Maximum* par rapport à l'aire de tous les Triangles rectangles qu'on peut inscrire dans le demi-quart de Cercle *A B D*, comme, par exemple, par rapport au Triangle rectangle *A K L*.

On peut aisément le démontrer par la Méthode de *Maximis* & *Minimis*; mais on peut le démontrer encore plus simplement, & d'une maniere plus élégante & plus lumineuse, en construisant sur la ligne *A D*, hypothénuse commune du Triangle *A D G* & de tout autre, comme *A D L*; car le Triangle rectangle & isoscele *A D G* dans le demi-Cercle *A G L D*, dont le diametre *A D* sert de base commune, il est évident que la hauteur *B G* est plus grande que la hauteur *C L*. Donc, &c.

Un Problême de *Maximis* & de *Minimis* n'est parfaitement résolu que lorsqu'on a déterminé, par une formule générale, l'excès du *Maximum* sur les autres grandeurs géométriques & homogenes qu'on lui compare; or dans ce cas-ci, l'excès de l'aire du Triangle *A D G* sur le Triangle *A K L* est trop aisé à déterminer pour qu'on s'y arrête.

On

* Fig. 2.

On ſait auſſi que ſi l'on ſuppoſe $AD = 2$, on aura $AG = DG = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$; ce $\sqrt{2}$ eſt le premier & le plus ſimple des irrationnaux.

On ſait auſſi que l'hypothénuſe AE eſt préciſément double du petit côté EH, & que prenant $AE = 2$, on aura $EH = 1$, & par conſéquent $AH = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$; c'eſt après $\sqrt{2}$ le plus ſimple des irrationnaux, car 2 ſurpaſſe le premier quarré parfait 1 ſeulement d'une unité, de même que 4 ſecond quarré parfait ne ſurpaſſe 3 que d'une unité. Ces deux nombres irrationnaux $\sqrt{2}$ & $\sqrt{3}$, réduits en Série rationnelle, ſont le fondement de tout le calcul cyclométrique & goniométrique.

L'arc DE * eſt en un ſens le lieu géométrique de tous les ſommets K des Triangles rectilignes & rectangles de la premiere claſſe, comme AKL qui repréſente ici toute la Série infinie des Triangles de cette claſſe; & de même l'arc EB eſt le lieu géométrique de tous les ſommets, comme M, des Triangles de la ſeconde claſſe, comme AMN qui en repréſente ici toute la Série infinie.

Or l'arc DE étant par conſtruction la moitié de l'arc EB, il ſemble d'abord qu'on peut conclurre que dans la double infinité de ces Triangles il y en a deux fois plus de la ſeconde claſſe que de la premiere.

Mais d'ailleurs le lieu géométrique des côtés moyens des Triangles de la premiere claſſe s'étendant à tous les points depuis AG jusqu'à AH incluſivement, c'eſt la ligne GH qui

* Fig. 1.

qui eſt le véritable lieu géométrique de tous les ſommets des Angles droits de ces Triangles de la premiere claſſe, comme *HB* eſt le lieu géométrique de tous les ſommets des Angles droits des Triangles de la ſeconde claſſe; on doit conclurre que le nombre infini des Triangles de la premiere claſſe eſt au nombre infini des Triangles de la ſeconde claſſe, comme *GH* eſt à *HB*.

Or il eſt démontré que ſuppoſant $AB = 2$, on aura $DG = AG = \sqrt{2}$, & $AH = \sqrt{3}$. Donc $GH = AH - AG = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, & $HB = AB - AH = 2 - \sqrt{3}$. Mais le rapport de $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ à $2 - \sqrt{3}$ eſt bien different du rapport de 1 à 2, & l'on doit s'en tenir à ce dernier rapport, parce que la ligne droite, préférablement à toute ligne courbe, doit être priſe pour meſure numérique en pareil cas. Je ne parle ici que des *Triangles primitifs*, à l'excluſion des *Triangles composés*, parce qu'en matiere de Géométrie un ſeul Triangle primitif repréſente parfaitement la Série entiere & infinie des Triangles composés de ce Triangle primitif, dont chaque côté étant diviſible à l'infini, repréſente lui ſeul tous les rapports des Triangles ſemblables & composés poſſibles; ainſi 5, 4, 3, premier Triangle primitif de la premiere claſſe, repréſente les Triangles composés 10, 8, 6 & 15 : 12, 9, &c. & tous les autres à l'infini.

L'arc *DK* * eſt égal à l'excès du demi-quart de Cercle *BD* ſur *KB*, meſure de l'an-

* Fig. 1.

l'angle cherché *KAB* dans ce Triangle de la premiere classe; par conséquent connoissant indéfiniment près par ma formule le petit arc *DK* (qui peut être indéfiniment plus aisé à mesurer que l'arc *KB*) on connoitra indéfiniment près l'arc *BK*, & par conséquent aussi l'angle cherché *BAK*. J'ai démontré cette proposition dans les Mémoires de 1725.

Dans les mêmes Mémoires, j'ai démontré que l'arc *Ba* est égal à la moitié de l'arc *BM* pour la seconde classe, & par conséquent on connoîtra aussi l'angle cherché *MAB*. *Ce qu'il falloit trouver.*

J'entends par Triangle *subsidiaire*, comme 7, 1 & 50 ½, un Triangle dérivé du Triangle proposé, comme 3, 4 & 5, par une simple analogie, ensorte que les angles du *subsidiaire* sont calculés indéfiniment plus promptement & plus aisément que ceux du Triangle proposé, & que ceux-là étant connus, ceux-ci le sont aussi, ou par une simple addition, ou par une simple soustraction, ou par la simple duplication.

Le premier terme de ma Série donne toujours plus que les degrés & les minutes justes à moins d'une minute près, &c. & il est aisé de déterminer l'approximation en degrés, minutes, secondes, tierces, quartes, &c. à l'infini pour chaque terme de la Série dans les cas les moins favorables, & à plus forte raison dans les cas les plus favorables. *Voyez sur ce sujet les Mémoires de* 1724 *&* *de* 1725.

COROLLAIRE.

Les trois *Minimum* définis pour le calcul des Angles des Triangles rectilignes font donc,

1°. Le Triangle équilatéral dont fuppofant un feul côté connu, il eft évident que les trois angles & les trois côtés font auffi connus fans aucun calcul, & même l'aire en eft connue analytiquement par le rapport de 4 à $\sqrt{3}$, ou indéfiniment connue par la transformation de l'irrationnel $\sqrt{3}$ en l'une des deux Séries rationnelles que j'ai données dans les Mémoires de l'Académie.

2°. Le Triangle rectangle & ifofcele, dont un feul des trois côtés étant connu, les trois angles font parfaitement connus fans aucun calcul, & les côtés le font auffi par une fimple extraction de racine quarrée.

3°. Le Triangle rectangle, moitié parfaite du Triangle équilatéral.

REMARQUE PREMIERE.

Tout Triangle rectiligne & rectangle eft *fuffifamment* déterminé par deux feuls côtés donnés en nombres, foit que ces deux côtés donnés foient les deux côtés d'autour de l'angle droit (on pourroit, pour abreger, les appeller *côtés conjugués*, comme on appelle *axes conjugués*, dans les Ellipfes & les Hyperboles, ces axes qui fe coupent à angles droits): au refte lorfque l'hypothénufe eft ir-

irrationnelle dans la seconde classe, ou l'un des deux côtés donnés dans la premiere classe, en ce cas on fera évanouïr l'irrationnalité, en se servant de la formule que j'ai donnée pour la Tangente de l'Arc double, prenant le rayon $= r$, qui est le côté moyen irrationnel du second degré, & t pour la Tangente de l'Arc simple, & la Sécante $= s$, cette formule est $\frac{2rrt}{1rr - 1tt}$ pour la Tangente, & $\frac{rs^2}{1rr - 1tt}$ pour la Sécante de l'Arc ou de l'Angle double, lesquelles étant connues, on connoîtra l'Angle double, & par conséquent l'Angle simple cherché.

REMARQUE SECONDE ET GENERALE.

Plus le rapport donné en nombres pour les deux côtés d'autour de l'Angle droit dans un Triangle rectangle approche du rapport d'égalité, plus le calcul est aisé & prompt pour la mesure des Angles, comme pour le Triangle 20, 21 & 29, ou plus il approche du rapport d'égalité entre l'hypothénuse & le côté moyen, comme dans le Triangle 9, 40 & 41. Au contraire le calcul est d'autant plus long que ce rapport donné approche plus du rapport de $\sqrt{3}$ à 1, qui est pourtant un *Minimum*, ou que plus il approche du rapport $2 + \sqrt{3}$ à 1, qui est un autre *Minimum*.

En général le calcul est toûjours fort aisé,

 lors-

lorſque le côté moyen eſt multiple du petit côté, comme dans les rapports de 5 à 1, de 7 à 1, &c. & plus la multiplicité eſt grande, & plus encore à proportion le calcul eſt prompt & aiſé; car dans la Série $\frac{3rrt^1 - 1t^3}{3r^2}$, $\frac{7rrt^3 - 1t^5}{35r^6}$, le calcul eſt d'autant plus aiſé & plus prompt, que r repréſente un plus grand nombre, & t un plus petit nombre, comme ſi $r = 10$ & $t = 1$, ou $r = 1$ $t = \frac{1}{10}$, on aura

Pour le 1er. terme $\frac{3r^2 - 1}{3r^3}$ + & il a pour limites $\frac{1}{5r^5}$ −.

Pour le 2d. terme $\frac{7r^2 - 5}{35r^7}$ + & il a pour limites $\frac{1}{9r^9}$ −.

Pour le 3me. terme $\frac{11r^2 - 9}{99r^{11}}$ + & il a pour limites $\frac{1}{13r^{13}}$ −.

Et ainſi de ſuite. Or ces limites prouvent une approximation indéfinie & très prompte.

Pour rendre très ſenſible l'avantage immenſe de ce calcul, il ſuffira d'ajouter ici l'exemple précédent de cette eſpece de *Minimum*.

* Soit ABC le Triangle rectiligne donné rectangle en B, dont le côté moyen AB d'au-

* Fig. 3.

d'autour de l'Angle droit ſoit décuple du petit côté *BC.* Il s'agit de connoitre indéfiniment près, très promptement & très facilement, la valeur de l'Angle aigu *BAC*, ſans ſe ſervir des Tables des Sinus.

Du point *A*, comme centre, & de l'intervalle *AB*, comme rayon, décrivez le petit arc *Bd*, dont la tangente eſt *Bc.*

Soit ce rayon toujours conſtant, $= r = 1$, & la tangente $Bc = t = \frac{1}{10}$, & l'arc $Bd = x$, l'on aura, ſuivant ma formule, $x = \frac{3rr - 1}{3r^3} = \frac{300 - 1}{3000} = \frac{299}{3000}$, dont les limites ſont $\frac{1}{5r^5} = \frac{1}{500000}$; donc dès le premier terme on a la valeur cherchée de l'arc *Bd* relativement au rayon *AB* à moins de $\frac{1}{500000}$, c'eſt-à-dire, à moins d'une cinq-cent-millieme partie de ce même rayon *AB*, & par conſéquent à moins de la partie correſpondante de la circonference du Cercle indéfiniment aiſée à déterminer.

Le ſecond terme, qui eſt $+ \frac{7rr - 5}{35r^7}$, étant ajouté au premier, les limites de ſa ſomme ſont $\frac{1}{9r^9} - = \frac{1}{9000.000.000}$, ou à moins de la partie correſpondante de cette même circonference, ou de la 24me partie, qui eſt le *Maximum* conſtant de l'Arc qui ſert de meſure à tout Angle *ſubſidiaire*, de même que la de-

demi-circonference eſt le *Maximum* de tout Angle primitif & propoſé rectiligne, curviligne ou mixtiligne quelconque.

Si le rayon entier du Cercle eſt ſuppoſé courbé en arc du même Cercle, ce rayon ainſi courbé répondra à 57^d, $17'$, $43''$, $48'''$, &c. 40^x, ainſi l'on trouvera à combien répondra la $\frac{1}{500000}$ du même rayon ? il faut commencer par réduire ces 57^d, $17'$, $43''$, $48'''$, &c. 40^x en minutes du genre auquel on ſe fixe, & l'on aura la valeur cherchée à moins de la cinq-cent-millieme, & enſuite à moins de la neuf-mille-millionnieme, & enſuite de la neuf-billionnieme partie de ce même rayon *AB*, & par conſéquent à moins de la très petite partie du Cercle correſpondante, & aiſée à déterminer.

Le troiſieme terme $\frac{11rr-9}{99r^{11}}$ ajouté aux deux premiers termes, donne la valeur cherchée à moins de $\frac{1}{13000.00000.00000}$, c'eſt à moins de la treize-trillionnieme partie de ce même rayon; & ainſi de ſuite.

On pourra, ſi l'on veut, réduire par une ſimple Règle de Trois ces valeurs en degrés, minutes, ſecondes, tierces, &c. à l'infini.

OB-

OBSERVATIONS ANATOMIQUES

Sur la Rotation, la Pronation, la Supination, & d'autres mouvemens en rond.

Par M. WINSLOW. *

ON fait que par le mot de *Rotation* les Anatomiſtes entendent des mouvemens réciproques d'une partie du Corps humain autour de la longueur ou de l'axe de la même partie, & qu'ils appliquent ſpécialement ce terme aux demi-tours réciproques de la Cuiſſe, par leſquels l'Homme étant debout, tourne le bout du pied en dehors & en dedans.

J'ai employé ce même terme dans mon Mémoire de 1720, à l'occaſion des demi-tours du Bras, & dans un autre Mémoire, pour expliquer les demi-tours de la Jambe fléchie. Je m'en ſers encore en général par rapport à tous les autres demi-tours ſemblables qui s'obſervent dans les mouvemens du Corps humain. Tels ſont ceux de la Tête, du Col, du Thorax, du Baſſin, & même de tout le Tronc, par leſquels on tourne ces parties à droit & à gauche. On peut encore rapporter à la Rotation les demi-tours réciproques de la Main, que les Anatomiſtes appellent *Pronation* & *Supination*, & qui ſe font

* 9 Avril 1729.

font principalement par le moyen du Rayon; je dis *principalement*, parce que j'ai obſervé que ce n'eſt pas toujours cet os ſeul qui eſt mû pour faire la Pronation & la Supination, comme on le croit & on le montre communément. J'en rendrai raiſon ci-après.

Outre cette eſpece de mouvement en rond, il y en a une autre que l'on peut appeller *mouvement en fronde* ou *en cone*, en ce que dans cette occaſion l'une des extrémités de la partie roule dans un petit eſpace comme autour d'un centre, pendant que l'autre extrémité fait un contour en cercle plus ou moins grand, & que le tout par ce même mouvement décrit une figure conique. C'eſt ce qui paroît, quand le bras étant étendu, on forme un rond ou cercle avec le bout des doigts, ou qu'étant debout, on trace un grand contour avec la pointe du pied; car alors la tête de l'os du bras & celle du fémur roulent dans leurs articulations, pendant que tout le reſte du bras & de la cuiſſe parcourt un plus grand eſpace ou chemin par leurs tournoyemens.

Columbus, Anatomiſte Romain, contemporain de Véſale, avoit déja remarqué dans ſa deſcription des Muſcles du Bras & des Muſcles droits de l'Oeil, que cette eſpece de mouvement en rond n'eſt que la combinaiſon ſucceſſive de l'action des Muſcles Releveurs, Abaiſſeurs, Adducteurs & Abducteurs. Ce n'eſt pas ſeulement avec le bras & la cuiſſe que l'on peut faire ce tournoyement, on le peut encore avec l'avant-bras fléchi, la jambe fléchie, la main & le pied;

on

on le peut auſſi avec la tête & le tronc. La méchanique en eſt differente dans les differentes parties. Le mouvement conique du bras & de la cuiſſe ſe fait par une ſeule articulation. Celui de l'avant-bras fléchi & de la jambe fléchie ne ſe peut faire que par le moyen de pluſieurs articulations. Il eſt évident qu'il en faut encore davantage pour la tête & le tronc en pareilles occaſions.

On deſtine communément certains Muſcles pour faire la Rotation ou les demi-tours réciproques de la cuiſſe, & on les appelle *Muſcles Rotateurs* de cette partie. Il eſt certain qu'ils y contribuent, quand la cuiſſe eſt dans une même ligne droite avec le corps, comme quand on eſt droit debout, ou couché de tout ſon long. Mais la cuiſſe étant fléchie comme quand on eſt aſſis, ces muſcles ne peuvent point du tout faire cette rotation, ni y contribuer en la moindre choſe; car alors ils deviennent abducteurs ou adducteurs, & ceux que l'on borne ordinairement à l'abduction ou l'adduction deviennent rotateurs. Ainſi il faut néceſſairement diſtinguer la Rotation de la cuiſſe étendue d'avec celle de la cuiſſe fléchie, & non pas attribuer l'une & l'autre aux mêmes muſcles. Je n'entre pas ici dans le détail de tous les Muſcles qui concourent à ces mouvemens, ni de l'attitude de l'os du fémur, qui ne peut point du tout faire une vraye Rotation, ſelon l'idée & le langage ordinaire des Anatomiſtes, à cauſe de l'angle de ſa partie ſupérieure. Cette obſervation n'eſt pas une pure

curiosité, j'en ferai voir l'utilité particuliere dans une autre occasion.

La Rotation de l'avant-bras, que les Anatomistes appellent *Pronation* & *Supination*, est attribuée pour l'ordinaire uniquement aux demi-tours réciproques de l'os du rayon. On veut que l'os du coude n'y contribue en rien. On prétend même le montrer clairement sur le Squelette aussi-bien que sur le Cadavre, dans toutes les attitudes de l'avant-bras, soit qu'il soit étendu ou plus ou moins fléchi. J'ai néanmoins observé que dans les Pronations & Supinations les plus ordinaires & tout à fait libres, les deux os se meuvent toujours en même tems, & je n'ai observé que deux attitudes contraires ou gênées, dans lesquelles l'os du coude demeure comme immobile, ou a très peu de mouvement, pendant que l'os du rayon roule de côté & d'autre autour de lui. L'une de ces attitudes contraintes est celle que l'on voit, quand on applique l'os du coude selon sa longueur sur une Table dans une situation moyenne entre Pronation & Supination, la main étant en même tems étendue, le petit doigt couché sur la Table, & l'Index directement en haut; si alors sans glisser l'os du coude sur la Table, & sans l'en écarter, on ne fait que rouler l'avant-bras là-dessus par des demi-tours réciproques. L'autre attitude contrainte est dans le fond la même, excepté que l'avant-bras est en l'air & sans appui, pendant que l'on tâche de tenir l'os du coude immobile pour faire les demi-tours réci-

pro-

proques uniquement avec l'os du rayon; ce que l'on trouvera fort gênant.

Il est très visible que dans les attitudes libres non contraintes, la Pronation & la Supination se font comme sur l'axe de l'extrémité de l'avant-bras, cette extrémité étant considerée dans son entier, c'est-à-dire, comme composée des deux os; de sorte qu'alors l'extrémité de l'os du coude se meut en même tems que celle du rayon, & ne décrit pas seulement aussi-bien que le rayon par ce mouvement une portion de cercle, mais même une portion qui paroît égale à celle du rayon.

J'ai encore observé ici une circonstance particuliere, sans laquelle je n'aurois pas bien compris cet artifice, & j'avoue que sans elle j'ai été plusieurs fois porté à abandonner mon idée, & à croire que je m'étois trompé. Cette circonstance est que l'os du coude n'a pas dans ce cas-ci un mouvement simple comme l'os du rayon, mais un mouvement composé auquel l'os du bras ou l'humerus a autant de part que l'os du coude.

Ceci paroît d'abord un paradoxe, en ce qu'au-lieu de dire, selon le langage ordinaire & l'idée commune, que le mouvement de Pronation & de Supination se fait par un os seul, savoir le rayon, & par ses muscles particuliers, qu'on appelle pour cela *Pronateurs* & *Supinateurs*, il faudra dire, selon cette observation, que dans le cas proposé trois os & les muscles de ces os sont absolument néceſſaires pour faire les mouvemens de Pronation & de Supination dont il s'agit ici. Un peu d'attention diſſipera les difficultés.

Il faut premierement examiner & vérifier la réalité du mouvement ſimultané de ces trois os, & enſuite en conſiderer les organes. Pour cela il faut d'abord, par exemple, fléchir l'avant-bras en angle droit, le tenir dans une diſtance déterminée de la poitrine, & dans cette attitude faire à diverſes repriſes & doucement des Pronations & des Supinations libres autour de l'axe du poignet. On verra alors que dans chaque Pronation l'extrémité de l'os du coude s'éloigne de la poitrine, & que dans chaque Supination il s'en approche: on verra en même tems, que cette extrémité de l'os du coude s'éleve dans la Pronation & dans la Supination, & qu'elle ſe rabaiſſe dans l'état moyen: on verra enfin, que cette extrémité de l'os du coude par ces mouvemens ſucceſſifs d'élévation, de rabaiſſement, d'approche & d'éloignement, décrit réellement une portion de cercle à contre-ſens de celle que l'extrémité du rayon décrit en même tems.

S'étant ainſi aſſûré du fait par rapport au mouvement de l'extrémité de l'os du coude, on ſe ſouviendra que, ſelon les obſervations conſtantes & les examens réiterés des Anatomiſtes experts, l'articulation de cet os avec l'os du bras eſt tout à fait en charniere complette, de telle ſorte qu'il eſt impoſſible, dans l'état naturel, de faire d'autre mouvement de l'os du coude ſur l'os du bras, que celui de flexion & d'extenſion; & par conſéquent que dans ces Pronations & dans ces Supinations l'extrémité de l'os du coude ne peut pas faire les mouvemens d'approche & d'é-

car-

cartement, dont je viens de parler, si l'on tient en même tems l'humerus immobile; comme je l'ai expérimenté, en mettant l'humerus d'un Cadavre dans un Etau, après l'avoir dépouillé de ses muscles & de ses membranes. D'où il faut conclure que ces mouvemens d'approche & d'éloignement ne peuvent se faire que par de petites rotations réciproques de l'os du bras dans son articulation avec l'omoplate.

Pour s'en convaincre par l'expérience, on n'a qu'à tenir ses doigts appliqués à la partie postérieure de la tête de l'humerus à nud d'une personne maigre, pendant que cette personne fait des Pronations & des Supinations de la maniere que je viens d'indiquer; car alors on y sentira de petits mouvemens réciproques. Il faut observer, en faisant cette expérience, d'appliquer ses doigts bien en arriere, & le plus proche de la cavité glénoïde de l'omoplate qu'il est possible; ce qui n'est pas si aisé à faire sur soi-même que sur un autre. Et pour faire cette même expérience encore avec plus de sûreté, il faut en même tems appuyer l'olécrane sur une Table, & tenir l'extrémité de l'avant-bras un peu élevée, pendant que l'on fait les Pronations & les Supinations libres dont j'ai parlé.

Après avoir démontré par ces expériences, que la Pronation & la Supination ne se font pas toujours par un os seul, comme on a cru jusqu'à présent, & qu'elles se font par le moyen de trois os en même tems, il est aisé de juger que les quatre muscles, auxquels seuls on a attribué la Pronation & la Supination,

tion, n'y ſuffiſent pas, & qu'il en faut encore d'autres pour les petits mouvemens d'élévation, d'abaiſſement, d'approche & d'éloignement de l'extrémité de l'os du coude.

Ce hauſſement & ce rabaiſſement ſe font par les muſcles qui ſervent à fléchir & à étendre l'os du coude, ſavoir, par le muſcle brachial interne, & par un ou pluſieurs de ceux qu'on appelle *Extenſeurs du coude.* L'approche & l'éloignement ſont exécutés par ceux qui peuvent faire la rotation de l'os du bras; tels ſont le muſcle ſouſcapulaire, celui& qu'on nomme le *Petit Rond*, comme j'ai fait remarquer dans mon Mémoire de l'année 1720. Le Biceps n'a aucune part à ces petits mouvemens de l'os du coude dans la Pronation; il en peut avoir dans la Supination, & il eſt même dans quelques occaſions un Supinateur beaucoup plus fort que les Supinateurs ordinaires, comme je l'ai fait voir dans le même Mémoire.

Le mouvement en cone de l'avant-bras fléchi ſe peut faire indépendamment de Pronation & de Supination, & on peut auſſi faire en même tems enſemble les deux ſortes de mouvemens en rond, c'eſt-à-dire, le conique & celui de Pronation & de Supination.

Ces obſervations paroiſſent d'abord bien ſtériles, & comme de pures curioſités, dont on ne pourra tirer aucune utilité, & qui ne vaudront pas la peine qu'elles ont donnée. Mais premierement, elles confirment ce que j'ai avancé autrefois ſur le défaut d'une connoiſſance exacte des fonctions des Muſcles.

Se-

Secondement, elles servent à accuser plus juste dans certaines maladies, qu'on ne le fait pour l'ordinaire. Par exemple, quand en faisant avec l'avant-bras fléchi la Pronation, ou la Supination, ou le mouvement conique, on sent en même tems une douleur ou quelque difficulté aux environs de l'omoplate, on en accusera pour l'ordinaire quelque tiraillement, compression, obstruction, ou autre indisposition, des nerfs, des vaisseaux, ou de tous les deux, & cela sur l'idée de la communication des nerfs & des vaisseaux de l'épaule avec ceux de l'avant-bras; & on dira que par cette communication les derniers étant ébranlés, causent une irritation aux premiers. Cependant, selon les observations que je viens de donner, on trouvera des cas où ni ces nerfs ni ces vaisseaux n'y ont aucune part immédiatement; ce sera l'indisposition d'un ou de plusieurs muscles de la partie supérieure de l'humerus qui en est la vraye cause, auxquels muscles on ne songera jamais dans un tel cas, tandis que l'on en ignore les fonctions que je viens d'exposer.

Je remettrai pour la suite de ce Mémoire mes observations sur les autres mouvemens en rond qui se rencontrent dans le Corps humain.

RECHERCHES

D'UN

SPECIFIQUE CONTRE LA DYSENTERIE,

Indiqué par les anciens Auteurs sous le nom de MACER, *auquel l'Ecorce d'un Arbre de Cayenne, appellé* Simarouba, *peut être comparé & substitué.*

Par M. DE JUSSIEU. *

LES Plantes les plus célebres, qui sont indiquées communément par les Botanistes anciens, ou particulierement par les Voyageurs modernes, comme des Remedes spécifiques, ne sont véritablement spécifiques qu'en certains cas. Autant les Maladies paroissent être semblables par certains accidens qui leur sont communs, autant elles différent quelquefois par les causes d'où ces accidens dépendent: d'où il doit arriver nécessairemeut que les mêmes Remedes, appliqués dans des Maladies qui ne sont semblables qu'en apparence, ne produisent presque jamais les mêmes effets. C'est de-là que vient l'abus que l'on fait tous les jours des Plantes les plus salutaires, & le discrédit dans lequel tombent ensuite celles qui ont eu d'abord le plus de vogue.

L'*Ipe-*

* 27 Avril 1729.

L'*Ipecacuanha*, que Pison a marqué comme un des remedes qui réussissoit le mieux dans les Dysenteries chez les Peuples du Bresil; cette Racine que feu M. Helvétius a le premier si heureusement employée dans ce Païs, & qui par la suite y a passé avec justice pour un Spécifique contre cette maladie, est sur le point d'éprouver ce sort si ordinaire à toutes les Plantes qui nous sont apportées comme merveilleuses des Païs étrangers.

Faudra-t-il donc proscrire ce remede, parce qu'il n'a pas toujours constamment réussi dans les Dysenteries dans lesquelles on l'a donné? ou n'accusera-t-on pas plutôt le peu d'expérience de ceux qui n'étant pas Médecins, le conseillent dans des occasions où il ne convient pas? Mais quel remede, si efficace qu'il puisse être, ne seroit pas sujet à perdre son crédit dans de pareilles mains?

Celui de l'*Ipecacuanha* n'a certainement diminué chez nous que parce qu'au-lieu de s'en servir prudemment dans les circonstances où il y a amas de crudités dans les premieres voyes, ou obstruction dans les visceres du bas-ventre, on l'a employé tantôt dans des Flux hépatiques, tantôt dans des Dévoyemens dysenteriques occasionnés par l'usage immoderé des purgatifs, souvent dans les cas d'une inflammation prochaine du bas-ventre, & quelquefois lorsque par le caractere d'une douleur aiguë & fixe qui accompagne certaines Dysenteries, on auroit eu lieu de soupçonner un Ulcere chancreux dans les intestins.

C'étoit dans toutes ces occasions vouloir, pour

pour ainsi dire, forcer la Nature à produire par ce remede des effets auxquels elle ne l'a pas destiné. Si le peu de fruit qu'on en tiroit dans tous ces cas, marquoit qu'ils étoient tous hors de sa sphere, n'étoit-il pas prudent au Médecin praticien de s'en abstenir, puisque dans ces circonstances il n'avoit pas répondu à son attente? Et comme il avoit éprouvé par ses observations, que cette Racine ne guérissoit que des Dysenteries d'un certain caractere, cette expérience ne devoit-elle pas l'animer à chercher, pour celles qui seroient d'une autre espece, de nouveaux Spécifiques?

On ne pouvoit guere douter qu'il n'en existât, pour peu que l'on eût consulté les Botanistes anciens; & s'ils en connoissoient quelques-uns, pourquoi desespererons-nous de les tirer de l'oubli dans lequel ils sont tombés chez nous depuis eux?

Dioscoride parle d'une Ecorce tirant sur le jaune, assez épaisse & fort astringente, qu'il dit qu'on apportoit de Barbarie, c'est le nom que l'on donnoit alors aux Païs orientaux les plus reculés; Ecorce avec laquelle on faisoit de son tems une boisson qui remédioit aux Hémorragies du nez, de la bouche, aux Dysenteries & aux Dévoyemens: il lui donne les noms de Μάκερ & de Μακίρ.

Pline appelle de ces mêmes noms de *Macer* & de *Macir*, l'Ecorce d'un Arbre qui étoit apportée des Indes, & qu'il dit être rougeâtre.

Galien, qui dans les descriptions qu'il en fait, & sur l'usage qu'il en donne, s'accorde avec

avec ces deux Auteurs, ajoute ſeulement qu'elle eſt aromatique.

Et il n'eſt pas ſurprenant qu'Averroès & d'autres Médecins Arabes connuſſent le *Macer*, puiſque l'Arbre dont il eſt l'écorce croiſſoit dans les Païs orientaux.

Tout ce qu'ont dit ces anciens Auteurs ſur le *Macer*, ſe retrouve dans les Relations de quelques Voyageurs aux Indes Orientales, c'eſt-à-dire, à la Côte de Malabar & en l'Iſle de Sainte-Croix. Ils nous parlent d'une Ecorce griſâtre qui, étant deſſéchée, devient, à ce qu'ils diſent, jaunâtre, fort aſtringente, & a les mêmes vertus que le *Macer* des Anciens.

Chriſtophe Acoſta, l'un des premiers Hiſtoriens des Drogues ſimples qu'on apporte des Indes, & qui y étoit Médecin du Viceroi, dit que l'Arbre qui porte cette Ecorce, étoit appellé *Arbore de las Camaras*, *Arbore ſancto* par les Portugais, c'eſt-à-dire, Arbre pour les Dyſenteries, & par excellence Arbre ſaint; *Arbore de Sancto Thome*, Arbre de Saint Thomas, par les Chrétiens; *Macruyre*, par les gens du Païs, & *Macre* par les Médecins Brachmans, ce qui eſt conforme avec l'ancien mot *Macer*.

Ce même Hiſtorien, qui eſt le ſeul qui nous ait donné la Figure de cet Arbre, le compare à un de nos Ormes; du reſte il rapporte ſur l'uſage de ſon Ecorce des faits ſi particuliers, dont il dit avoir été témoin, qu'il n'y a guere de remede qui puiſſe à plus juſte titre mériter le nom de *Spécifique*.

Pour montrer le cas que l'on fait de cette Ecor-

aucun n'avoit réussi aussi promptement que celui-ci.

Ces heureux succès m'ayant fait de plus en plus estimer cette Ecorce, je priai M. Raudot, Intendant général des Classes de la Marine, de m'en procurer une nouvelle provision, dans la vue de m'en servir, non pas seulement dans les Dysenteries, parce qu'au commencement de 1719 elles étoient cessées, mais dans les Pertes de sang, si communes aux femmes dans ces Païs-ci, & si dangereuses par l'usage de l'Alun que l'on y employoit depuis quelque tems pour remede.

Ma conjecture sur l'affinité des causes qui produisent ces Pertes & certaines Dysenteries assez ordinaires, me porta à employer la même drogue pour ces deux maladies; & la continuation du succès dans l'un & dans l'autre cas, bien-loin de me donner occasion de faire un secret de cette découverte, m'engagea au contraire à comparer toutes ces observations avec celles que j'avois vues dans nos anciens Auteurs de Botanique touchant la description & les effets du *Macer*, dans la vue de rendre au Public ce précieux Spécifique si vanté chez eux.

Effectivement, l'on peut dire que si le *Simarouba* des Américains n'est pas le *Macer* des Anciens, au moins lui est-il très semblable par sa forme & par ses effets.

La couleur du *Simarouba* est d'un gris tirant sur le jaunâtre; Dioscoride dit que celle du *Macer* est jaunâtre.

Notre Ecorce est plus ou moins épaisse, se-

felon l'âge de l'Arbre; le même Auteur fait celle du *Macer* affez épaiffe.

Celle-ci eft généralement reconnue, par tous ceux qui en ont parlé, pour être très aftringente; c'eft auffi la vertu fpécifique du *Simarouba*, dont la décoction étant bûe, réuffit comme faifoit ce fpécifique ancien donné de la même maniere.

Du refte, on auroit de la peine à établir une parfaite uniformité entre le *Simarouba* & le *Macer*, puifque les Auteurs qui parlent de ce dernier, ne s'accordent ni fur la partie de l'Arbre d'où fe tire cette Ecorce, ni fur la qualité de fon odeur & de fa faveur; & c'eft à la varieté de leurs Relations fur ce point, & à l'ignorance des Commentateurs qui confondoient le *Macer* avec le *Macis*, qu'il me paroît qu'on peut attribuer la caufe de l'oubli dans lequel a été chez nous cette Drogue depuis Galien; car pour ce qui eft du Païs des Indes orientales d'où Pline, Sérapion & Averroès conviennent qu'on la faifoit venir, Garcias-ab-Horto, Acofta & Jean Mocquet qui dans le pénultieme Siecle y avoient voyagé, affûrent qu'alors ce remede y étoit ufité dans les Hôpitaux, & qu'à Bengale il s'en faifoit un commerce affez confiderable.

Quant à ce qui regarde le *Simarouba*, voici ce que j'ai eu lieu d'obferver, après en avoir reçu une cinquantaine de livres en 1723 de M. Barrere, Médecin Botanifte, à fon retour de la Cayenne. Cette Ecorce reffemble affez, pour l'extérieur & pour l'intérieur, à celle du Tilleul, elle a même fa qualité filan-

dreuse qui la rend souple & difficile à se casser; & étant mâchée, elle a un petit goût d'amertume très supportable, qu'elle communique à l'eau dans laquelle on la fait bouillir.

On remarque, tandis que cette ébullition se fait, que l'eau dans laquelle on a jetté cette Ecorce, devient blanche, mousseuse comme du Lait, qu'elle s'éleve plus considerablement dans le vaisseau qui la contient que ne le font les décoctions des Drogues ordinaires; & qu'après cette ébullition étant reposée, elle prend une couleur rougeâtre approchant de celle de la petite Biere.

Depuis près de quinze ans que j'employe le *Simarouba*, j'ai remarqué que deux gros de cette Ecorce, bouillis dans trois demi-septiers d'eau, que l'on réduit par l'ébullition à chopine, suffisent pour trois verrées, qui est la dose ordinaire de ce remede.

Cette simple décoction m'ayant toujours mieux réussi que la poudre de l'Ecorce & de son bois, je la conseille d'autant plus volontiers qu'elle n'est point desagréable à boire; néanmoins lorsque quelques Malades aiment mieux prendre le *Simarouba* en poudre, il faut faire râper cette Ecorce & ce bois à peu près comme le Tabac, & en donner le poids de douze ou de vingt grains de trois en trois heures, ou en pillules, ou entre deux tranches de potage. Cette maniere est vraisemblablement préférable à celle qu'Acosta dit que les Médecins Indiens ont de donner cette poudre dans du petit-Lait aigri.

Avant de faire part au Public de ce que j'écris aujourd'hui, je me suis assûré par mon

ex-

expérience que l'effet du *Simarouba* a presque toujours été constamment le même dans les Dysenteries opiniâtres & glaireuses, dans les Dévoyemens bilieux & sanguinolens, qui presque tous à la troisieme ou sixieme verrée se sont arrêtés sans aucune douleur, ni aucune évacuation par haut & par bas, si ce n'est que les urines couloient en plus grande quantité, & devenoient mieux colorées, & qu'il survenoit quelquefois & dans certains Sujets des sueurs abondantes.

Présque tous ceux qui en ont été guéris, m'ont rapporté qu'ils avoient senti intérieurement dès la seconde verrée de la décoction du *Simarouba* une espece de mouvement sourd par tout le corps, ce qu'ils appelloient un combat avec le mal, à peu près semblable à l'effet que produit le Quinquina, lorsqu'étant donné à propos, il arrête subitement un accès de Fievre.

Enfin quoique j'aye vu que ceux de ces Malades qui étoient les plus exténués & les plus dégoûtés, ayent repris dès la seconde nuit qui a suivi l'usage de ce remede, une sérénité qui étoit un pronostic de leur guérison prochaine, & ayent recouvré un sommeil doux & l'appétit qu'ils avoient perdu; néanmoins il s'est trouvé quelques Sujets qui, ou par le défaut de régime, ou par quelque reste de maladie, sont retombés quelques jours après leur rétablissement: mais par l'usage de la même boisson réiterée deux à trois jours de suite, le mal a enfin cessé.

Malgré les bons effets du *Simarouba*, desquels je rends témoignage, il faut pourtant

avouer qu'il feroit dangereux, ou du moins inutile de s'en fervir dans des Dévoyemens, des Pertes & des Dyfenteries, où l'évacuation des premieres voyes feroit néceffaire, avant de fonger à raffermir les entrailles; parce que la conftipation qui furvient après ce remede, & qui dure deux & trois jours, pouroit occafionner quelque dépôt, fur-tout dans des Sujets où les reins font embarraffés, & dans les perfonnes qui ne fuent pas volontiers. Ainfi il me paroît être de la prudence non feulement d'avoir recours, avant l'ufage du *Simarouba*, aux remedes généraux, mais encore de proportionner fa dofe à l'état du Malade.

A juger par le goût d'une légere amertume que l'on fent en mâchant le *Simarouba*, auffi-bien que par la couleur blanchâtre & laiteufe qu'on remarque qu'il produit dans l'eau lors de fon ébullition, & par la promptitude avec laquelle il arrête les Dévoyemens dyfenteriques les plus opiniâtres & les plus invéterés, non feulement en fupprimant tout à coup le fang qui étoit mêlé avec les déjections, mais encore en rendant aux excrémens leur confiftance naturelle, on peut affûrer qu'il entre dans fa fubftance une matiere faline acre, envelopée de parties huileufes & balfamiques. Car fon amertume & le recouvrement de l'appétit qu'il procure, dépendent de cette matiere acre qui devient ftomachique; la couleur laiteufe que l'eau dans laquelle on fait bouillir cette Ecorce prend pendant fon ébullition, y indique une qualité balfamique onctueufe, dont les preu-

ves

ves certaines ſont le calme & la ceſſation ſubite des épreintes & des autres douleurs. Enfin par la prompte ſuppreſſion de l'hémorragie & la conſtipation conſiderable du ventre, on y reconnoit une vertu vulneraire & aſtringente, qui étoit la plus eſtimable du *Macer* des Anciens.

La découverte d'un Spécifique pour la guériſon de certaines Dyſenteries qui ne cedoient dans ces Païs-ci, ni à l'uſage de l'*Ipecacuanha*, ni aux autres Remedes eſtimés pour ce mal, n'eſt pas le ſeul fruit que le Public peut tirer des obſervations que je viens de donner : elles nous font voir de plus que toutes Plantes peuvent être uſuelles ; qu'il ne faut pas légerement retrancher de ce nombre celles dont on ne connoit pas actuellement toutes les proprietés ; que c'eſt au Médecin praticien de faire valoir à propos ces ſecours qui ſeroient inſenſiblement négligés, ſi l'on regardoit la Botanique comme une Science de pure curioſité ; qu'on ne ſauroit, ſans les lumieres qu'elle donne, reconnoitre pour l'avantage de la Médecine pluſieurs Remedes ſpécifiques indiqués par les Anciens, & perdus depuis longtems ; & combien il faut apporter de précautions dans l'uſage de ceux qui nous ſont vantés par les Voyageurs, pour ne les employer que dans les cas & dans les circonſtances où ils ſont convenables.

NOUVELLES CONJECTURES

Sur la Cause du Mouvement diurne de la Terre sur son Axe d'Occident en Orient.

Par M. DE MAIRAN. *

I. LE mouvement général d'Occident en Orient du Tourbillon Solaire, & les principes des Forces Centrales, communs à l'un & à l'autre des deux fameux Systêmes qui partagent aujourd'hui les Savans, étant une fois supposés, on ne peut plus demander dans le Systême *Cartésien*, pourquoi toutes les Planetes tournent périodiquement autour du Soleil, & pourquoi elles tournent toutes en même sens, d'Occident en Orient. Car il est clair qu'elles doivent suivre la direction commune des couches du fluide où elles sont plongées, qui les entraine, & qui tourne d'Occident en Orient. Mais l'on seroit très fondé à demander la raison de ce mouvement, & de cette uniformité, dans le Systême *Néwtonien*. Car comme dans ce Systême tous les corps Planetaires qui se meuvent autour du Soleil, décrivent immédiatement par eux-mêmes leurs Orbites, & dans un Vuide immense, on ne voit rien qui les contraigne de se mouvoir, ni qui les assujettisse à se mouvoir tous vers le même côté; rien, par

* 6 Août 1729.

par exemple, qui empêche l'un de faire sa révolution d'Orient en Occident, tandis que l'autre fait la sienne d'Occident en Orient, ou même du Nord au Sud, & du Sud au Nord: ainsi qu'on croit qu'il arrive aux Cometes, & dont on n'a pas manqué, par cela même, de tirer avantage pour le Vuide, & contre les Tourbillons.

II. Quant au mouvement diurne ou de Rotation, dont il s'agit ici, & que la Terre, comme apparemment toute autre Planete Principale, a sur elle-même, on peut demander dans l'un & dans l'autre Systême, pourquoi il se fait, & pourquoi il se fait d'Occident en Orient, selon la même direction, dans la partie supérieure de la Planete, que son mouvement périodique autour du Soleil. Les Forces Centripetes, & Centrifuges, dans l'Hypothese des Attractions, par exemple, laissent la Planete tout à fait en repos à cet égard; du moins on ne voit pas pourquoi elles la détermineroient à tourner sur son Axe plutôt vers un côté que vers l'autre. Ce repos sembleroit même avoir dû se trouver bien-tôt affermi, par la figure un peu oblongue que tous les Globes des Planetes auroient dû prendre vers le Soleil, en vertu de la Force attractive qui y fait tendre toutes leurs parties. Et c'est aussi la figure que M. *Newton* * attribue à la Lune sur celui de ses Axes qui est dirigé vers la Terre, centre ou Foyer de son Orbite; d'où il tire la raison pourquoi elle ne tourne pas par rapport à ce centre, &

* *Princip. l.* 3. *Pr.* 38.

& pourquoi elle nous présente toujours à peu près la même face.

III. A l'égard du Systême des Tourbillons, sa condition semble être encore pire sur ce sujet; puisque de la maniere dont on s'en est servi jusqu'ici pour l'explication de ce Phénomene, il en faudroit conclure un mouvement tout contraire à celui de la Rotation des Planetes, & les faire tourner sur elles-mêmes d'Orient en Occident. C'est ce que M. *de la Hire* remarqua judicieusement, à l'occasion du Livre de M. *Villemot*, d'ailleurs très digne d'éloge, touchant l'explication que cet Auteur a donnée du mouvement diurne de la Terre *, par le moyen des differentes couches du Tourbillon qui l'entraine. M. *Poleni* a confirmé la même remarque par le raisonnement & par l'expérience, dans son excellent Traité des Tourbillons †; & c'est encore ce que M. *Bulffinger* a fort bien relevé dans sa Dissertation sur la cause de la Pesanteur ‡, qui remporta le Prix de l'Académie l'année derniere. Car la Règle de *Kepler* étant une fois admise, comme il paroît qu'on ne sauroit plus se dispenser de l'admettre, quelque Hypothese que l'on suive d'ailleurs, il faut nécessairement que la couche inférieure du fluide qui emporte la Planete ait plus de vîtesse que la couche supérieure, & par-là qu'elle fasse tourner la partie inférieure de la Planete vers le même côté, & selon la même direction que le fluide: ce qui donnera à sa partie supérieure, la plus éloignée du centre, une direction contrai-

* *P.* 110. † *No.* 63. 69 & 71.
‡ §. 53. 56. 57. &c.

traire à la précédente, & par conféquent la fera tourner d'Orient en Occident.

IV. M. *Villemot* tâche en-vain de réfoudre cette difficulté, dans une addition qu'il a fait mettre à la fin de fon Ouvrage. Le point du Globe qui fera frappé le premier avec le plus de force, ira en avant le premier; la portion du fluide qui l'aura frappé fera fans ceffe fuivie d'une autre toute femblable, qui le frappera en même fens, & toujours avec plus de force que celle qui frappe l'Hémifphere fupérieur, & ainfi de fuite; fans qu'aucun reflux, comme il l'imagine, puiffe jamais l'interrompre, ni y laiffer aucun vuide, parce que toutes les parties du fluide fe foutiennent mutuellement. De forte que jufques là, & dans les termes où M. *Villemot* a renfermé cette Théorie, il eft de la derniere évidence que la Planete tournera en fens contraire, c'eft-à-dire, d'Orient en Occident.

V. Me fera-t-il permis après cela, & dans une matiere fi délicate, de hazarder mes conjectures? Si elles fe trouvent folides par rapport au Phénomene qui en fait l'objet, elles fourniront de plus une induction affez forte en faveur des Tourbillons; & les Tourbillons font fi néceffaires pour fe faire une idée claire & diftincte de la Phyfique célefte, que quelque grandes que foient les difficultés qu'on a fait contre eux, & dont je ne faurois difconvenir qu'ils ne foient fufceptibles, je penfe qu'il ne faut rien négliger de tout ce qui peut en confirmer l'exiftence.

Mon explication roule principalement fur deux fuppofitions, dont l'une me paroît géné-

ralement reçue aujourd'hui, & l'autre peut être aisément démontrée, si elle ne l'a déja été.

VI. *Premiere Supposition.* Quelle que soit la cause de la Pesanteur, les corps placés dans un lieu quelconque du Tourbillon Solaire y pesent vers un point Central, vers le Soleil, par exemple, ou vers son centre, en raison inverse des quarrés de leur distance à ce centre. De sorte que la même portion de matiere transportée en differens endroits, & à differentes distances, aura differens poids, en raison inverse des quarrés de ces distances. Et ce que nous disons ici du Tourbillon Solaire en général, se doit entendre de même de tout autre Tourbillon particulier, tel que ceux des Planetes Principales par rapport à leurs Satellites ou Planetes Subalternes.

VII. *Deuxiemé Supposition.* Tout Corps dont les parties sont de different poids, s'il est plongé dans un fluide où il nage, & qui soit en repos à son égard, tourne sa partie la plus pesante vers le point Central de la Pesanteur. Et si ce corps se meut dans le fluide, & qu'il en déplace les parties par son mouvement, selon une direction quelconque, par exemple, selon la direction horizontale, perpendiculaire à celle de la Pesanteur, ce sera la partie la plus pesante qui marchera la premiere selon la direction horizontale: comme au contraire si ce corps est supposé en repos, & que ce soit le fluide qui se meuve contre lui, & qui l'entraîne, ce sera sa partie la moins pesante qui sera tirée la premiere du repos, & qui ira devant. De sorte

qu'en

qu'*en général ce sera toujours la partie la plus pesante du corps flottant qui sera tournée vers le terme d'où vient le fluide, selon sa vîtesse actuelle ou relative; & la partie la plus legere vers le terme où va le fluide.*

En voici des exemples dans l'application que nous en allons faire à notre Sujet.

VIII. Soit * *MmNn* un fluide, dont toutes les parties se meuvent horizontalement de *Mm* vers *Nn*, uniformément, & d'une égale vîtesse entre elles. Soit dans ce fluide un corps cylindrique *ABCD*, composé de deux parties, dont l'une *ABHE* est plus légere qu'un pareil volume du fluide, & l'autre *EHCD*, plus pesante; de maniere que le total *ABCD* se trouve de même poids que le fluide dont il occupe la place. Si l'on prend les centres de gravité, *G*, *T*, des deux parties, tous les efforts du fluide contre elles seront censés réunis à ceux des filets *FG*, *LT*, qui passent par ces centres; & si autour de la ligne *GT*, qui les joint, on décrit le parallelogramme *GRTP*, tel que son côté *GR* soit parallele à la direction du fluide, & horizontal, & *GP* perpendiculaire, & par conséquent dans la direction des poids, qu'on suppose concourir à une distance infinie; il est évident qu'en quelque situation que se trouve le Cylindre *ABCD*, ou, ce qui revient au même, la ligne *GT*, en conséquence du poids *T* qui la tire vers *Q*, & de l'impulsion du fluide qui la pousse selon *LT* vers *P*, le côté *GP*, ou *RT*, du paral-

* Fig. 1.

rallelogramme, exprimera l'effort du poids *T*, pour donner au cylindre une ſituation verticale, & le côté *RG*, ou *TP*, l'effort du fluide pour lui donner une ſituation horizontale. D'où réſultent trois cas ; ſavoir :

IX. 1°. Lorſque le rapport de *GP* à *GR* eſt infini, & que *GP* ſe confond avec *GT*, qui eſt le cas du repos relatif entre le fluide & le corps flottant, ſoit qu'ils n'ayent en effet aucun mouvement ni l'un ni l'autre, ſoit qu'ils ſe meuvent tous les deux du même côté, & d'un mouvement parfaitement égal, où il eſt clair que le Cylindre demeurera vertical dans le fluide.

X. 2°. Lorſque c'eſt le côté *GR*, qui eſt infiniment grand par rapport à *GP*, ou qu'il ſe confond avec *GT*, qui eſt le cas où la vîteſſe du fluide eſt relativement infinie, d'où doit réſulter la ſituation horizontale du Cylindre, & où ſa partie *ABHE*, contre laquelle l'effet du choc eſt plus grand, doit marcher la premiere. C'eſt, comme on voit, l'inverſe de la fleche tirée horizontalement dans un air tranquille.

XI. 3°. Enfin lorſque les côtés *GP*, *GR*, ayant un rapport fini entre eux, expriment une vîteſſe relative finie entre le fluide & le corps flottant qu'il entraîne, qui eſt le cas dont nous avons principalement beſoin ici, & celui où le Cylindre *ABCD* s'inclineroit plus ou moins à l'horizon, ainſi que le repréſente la Figure, ſa partie la moins peſante *ABHE*, la premiere tirée du repos, ſe trouvant toujours devant, par rapport au terme où tend le fluide.

XII.

XII. Si sur la ligne *GT*, qui joint les deux centres de gravité, on prend le point *K*, de maniere que *GK* soit à *TK*, comme le poids de la partie *EHCD*, est à celui de la partie *ABHE*, toutes les impulsions du fluide pourront être réduites à celles du seul filet *IK*. Le centre commun de gravité, *K*, sera le point sur lequel aura dû tourner le Cylindre en passant du Repos ou de la perpendicularité à la situation oblique *ABCD*: & en général, soit que la vîtesse du fluide demeure la même, ou qu'elle varie, le point *K* sera le centre de balancement, de *Conversion*, & de Rotation du corps flotant, dans toutes les dispositions qu'il pourra avoir successivement & relativement aux differentes impulsions du fluide qui l'entraîne.

XIII. * Maintenant, & tout le reste demeurant comme ci-dessus, soit à la place du Cylindre *ABCD*; une Sphere *AEDH*, dont l'Hémisphere inférieur, *EDH*, est supposé d'une matiere plus pesante que le fluide, & le supérieur *EAH*, d'une matiere plus légere, d'où naisse l'équilibre & la suspension de la Sphere dans le fluide. On peut encore imaginer que la surface de cette Sphere n'est pas parfaitement unie, mais un peu raboteuse, pour donner plus de prise au fluide; en un mot, qu'elle est physique, & non mathématique, ainsi qu'il convient, & comme on l'a toujours conçu, dans la recherche dont il est question. De maniere que l'impulsion du fluide par chacun de ses filets *FO*, *LQ*, &c. se

* Fig. 2.

se décompose sous deux directions, dont l'une est perpendiculaire à la surface de la Sphere aux points *O*, *Q*, &c. & pousse ces points vers le centre *C*, & l'autre parallele au courant du fluide, & agit selon *FO*, *LQ*, &c. Or cela posé, il est évident, 1°. que dans le cas du repos des parties du fluide, la Sphere *AEDH* demeurera dans la situation *AD*, & que ce diametre *AD*, ou si l'on veut, la ligne *GT* prise à même distance de part & d'autre du centre *C*, & qui joint les centres de gravité des deux Hémisphères *EAH*, *EDH*, se trouvera dans la direction des poids. 2°. Que dans le cas du mouvement du fluide de *Mm* vers *Nn*, la Sphere *AEDH* prendra une autre situation *aedb*, par exemple, la ligne ou Levier *GT* devenant $\gamma\vartheta$, incliné vers *n*, plus ou moins; selon la vîtesse relative actuelle du fluide, qui l'a tiré du repos. 3°. Que si sur *GT*, qu'on fait être $=\frac{3}{8}$ *AD*, on prend *GK* à *KT*, comme le poids de *EDH*, au poids de *ADH*, *K* sera le centre de gravité commun, & le point par où passera horizontalement l'Axe de révolution sur lequel se feront tous les changemens de situation de la Sphere.

XIV. Mais si, au-lieu d'imaginer l'Hémisphere *EDH* plus pesant que l'Hémisphere *EAH*, d'une pesanteur spécifique, on ne le fait plus pesant que d'une pesanteur relative, & seulement en vertu de sa situation *EDH*, telle que la partie *HCB*, par exemple, ne sauroit monter au-dessus de *CH* en *HCb*, sans devenir plus legere, & la partie *ICE* descendre au dessous de *EC*

en

en *ECe*, ſans devenir plus peſante; il eſt évident, dans le cas du mouvement du fluide de *Mm* vers *Nn*, que cette Sphere tournera continuellement ſur elle-même, & plus ou moins vîte, ſelon que le fluide la choquera avec plus ou moins de vîteſſe. Car la partie la plus peſante *EDH*, & qu'on peut ſuppoſer réunie en *T*, ne montant plus en *ϑ*, par exemple, pour donner au levier *GKT*, la poſition *γκϑ*, ou ne montant que d'une quantité infiniment petite, elle ne ſauroit faire équilibre à l'effort du fluide contre le point *G*, où je ſuppoſe de même l'Hémiſphere *EAH* réuni. Le levier *GKT*, où celui qui eſt cenſé lui ſucceder, demeurant donc toujours dans la même poſition, il faut néceſſairement, par la *premiere Suppoſition* (*Art. VI.*) que le fluide pouſſe toujours en avant l'Hémiſphere ſupérieur *HA*, & le point *A*, ou celui qui ſuccede à ſa place, de *M* vers *N*; & par conſéquent qu'il produiſe ſans ceſſe dans le Globe *AEDH*, un mouvement de *Vertige* ou de Rotation, conforme à ſa direction propre dans la partie ſupérieure, *A*, & contraire à cette même direction dans la partie inférieure, *D*.

XV. Il faut ſeulement remarquer, que dans cette ſucceſſion continuelle de Leviers ou de diametres qui prennent la place de *AD*, la Sphere tend ſans ceſſe à tourner ſur le centre de gravité *K*, & qu'elle y tourneroit en effet, ſi les parties *HCb*, qui montent, ne ſe trouvoient plus légeres, de cela ſeul qu'elles ont monté & quitté la place *HCB*; comme réciproquement les parties *ICE* ſe trouvent

vent plus pesantes, pour être descendues & avoir pris la place *ECe:* mais elle tourne réellement sur le centre de figure *C*. Car si l'on porte son attention sur un de ces Diametres, sur *AD*, par exemple (*Fig.* 3.) pour voir ce qu'il devient pendant la révolution de la Sphere, on trouvera que son extrémité n'est pas plutôt poussée de *A* vers a, qu'elle ne répond plus à un bras de Levier de la longueur *AK*, mais de la longueur a *K*; & ainsi de suite en *aK*, &c. en décrivant toujours la circonference du grand Cercle *ADHE*. De sorte qu'on peut imaginer ce diametre comme une Verge de fer, qui coule dans un anneau fixe en *K*, & qui sans quitter jamais la circonference *AEDH* par son extrémité *A*, prend successivement toutes les situations possibles, *AKD*, a *Kd*, *aKδ*, &c. d'où doit résulter nécessairement la révolution du point *A* autour du centre *C*. L'autre extrémité *D*, *d*, *δ*, &c. décriroit une espece de *Conchoïde* dont il n'est point ici question.

XVI. Enfin, si au-lieu de supposer la vîtesse du fluide la même dans toutes ses couches, & dans toutes ses parties, nous la supposons inégale, & plus grande, par exemple, dans les couches inférieures * *mn*, que dans les supérieures *MN*, retenant d'ailleurs tout le reste de nos suppositions, il est clair que nous aurons le cas où se trouve la Terre, & les autres Planetes, dans l'Hypothese moderne des Tourbillons.

XVII. Mais comment accorder alors la Rotation de *A* vers *N*, ou de *D* vers *m*, avec la nouvelle circonstance du plus de vîtes-

* Fig 2.

tesse du fluide vers la partie inférieure *D*? Car il est clair que cette vîtesse, toutes choses d'ailleurs égales, doit produire dans le Globe *AEDH*, une Rotation contraire à celle que nous lui avons donnée jusqu'ici. Sera-ce donc l'impulsion des couches inférieures contre l'Hémisphere *HD*, qui l'emportera en vertu de leur vîtesse, pour faire aller le point *D* vers *n*; ou l'impulsion des couches supérieures contre l'Hémisphere *HA*, qui aura l'avantage, en vertu du moins de pesanteur de cet Hémisphere, pour faire aller le point *A* vers *N*? C'est-là, comme on voit, le dernier terme où se réduit la question dont il s'agit, & une pure affaire de calcul que nous allons tâcher d'éclaircir.

Cet effet qui résulte de l'impulsion du fluide, & de la masse qu'il a à déplacer, je l'appellerai *Effort relatif du fluide*. C'est, si l'on veut, l'efficacité ou l'énergie de ses impulsions.

XVIII. *Proposition fondamentale.* Je dis donc que *l'Effort relatif du fluide contre l'Hémisphere supérieur du Globe est plus grand que son Effort relatif contre l'Hémisphere inférieur.*

Démonstration. * Soient les bras de Levier *CG*, *CF*, égaux, & les poids des deux Hémispheres réunis à leurs extrémités *G*, *F*; savoir, le poids de l'Hémisphere supérieur *EAH* en *G*, & le poids de l'Hémispere inférieur *EDH* en *F*: Et de même, soit tout le choc du fluide contre l'Hémisphere supérieur réduit à celui du filet *LG*, & tout le choc

* Fig. 4.

choc contre l'Hémisphere inférieur à celui du filet *BF*.

Par la Règle de *Kepler* on a le rapport de la vîtesse du fluide en *G*, à sa vîtesse en *F*, réciproquement comme les racines des distances de ces points au point Central *S*, c'est-à-dire, comme $\sqrt{FS}$ à $\sqrt{GS}$; & par notre *premiere Supposition* (*Art. VI.*) le poids de l'hemispere supérieur réuni en *G*, est au poids de l'inférieur réuni en *F*, réciproquement comme le quarré de ces mêmes distances, ou comme $\overline{FS}^2$ à $\overline{GS}^2$. Mais par la Loi du choc & des impulsions des fluides, l'impulsion en *G* est à l'impulsion en *F*, comme le quarré de la vîtesse en ces points, ou comme *FS* est à *GS*; & ces impulsions doivent être d'autant plus efficaces pour pousser l'un ou l'autre point *G*, ou *F*, vers *g*, ou vers *φ*, & tirer le Levier de sa situation *GCF*, en lui faisant prendre la situation *gCf*, ou *γCφ*, que les masses ou les poids en *G*, ou en *F*, sont plus petits. Donc l'Effort relatif du fluide en *G*, sera à son Effort relatif en *F*, en raison composée directe des quarrés des vîtesses, & inverse des poids, c'est-à-dire, comme $FS \times \overline{GS}^2$ est à $\overline{GS}^2 \times FS$, ou, divisant par $FS \times GS$, comme *GS* est à *FS*. Mais par construction, & par hypothese *GS* plus grand que *FS*. Donc l'Effort relatif du fluide contre l'Hémisphere supérieur, est plus grand que son Effort relatif contre l'Hémisphere inférieur. *C. Q. F. D.*

XIX. D'où, & de l'Art. XIV, il suit que la

la Sphere ou la Planete doit tourner continuellement sur elle-même, de *A* vers *N*, ou selon *AEDH*.

XX. Si au-lieu de supposer les bras de Levier égaux, & les poids inégaux, on renverse l'analogie, en supposant les bras *GK*, *FK*, inégaux en même rapport, & les poids *G*, *F*, égaux, ou nuls; il est évident qu'on trouvera de même l'excès du bras *GK*, sur le bras *FK* plus grand que l'excès de l'impulsion qui résulte de la vîtesse du fluide en *F*, & en même raison que l'effort relatif trouvé ci-dessus (*Art. XVIII.*) d'où l'on déduira de même la Rotation de la Planete de *A* vers *N*.

REMARQUES.

XXI. Dans toute cette Théorie je considere le Globe flottant, comme venant d'être plongé dans le fluide, & dans l'instant où il commence à en être entraîné; ce qui suffit, ce me semble, pour notre dessein. Car quoique dans la suite, & après plusieurs révolutions périodiques, toute la masse du Globe vienne à se mouvoir à peu près de même vîtesse que le fluide, sa Rotation, s'il l'a acquise par les premieres impulsions, doit continuer vers le même côté par les impulsions suivantes, quelque petites qu'elles soient, & s'y conserver dans une certaine quantité sensiblement constante; des impulsions infiniment petites, mais infiniment réiterées, produisant à la longue le même effet que des impulsions finies. Sans compter que

si

ſi la Planete a un Tourbillon particulier, comme on le doit penſer de la Terre, & des autres Planetes Premieres, dans l'hypotheſe des Tourbillons, le mouvement de *Vertige* & la Rotation que le Tourbillon Principal aura une fois imprimé ou déterminé ſur la Planete, doit y être retenu, & continuer par l'activité propre ou acquiſe du Tourbillon Subalterne.

XXII. Quelle que ſoit cependant cette activité des Tourbillons particuliers des Planetes, & quelque part qu'on leur donne à la révolution diurne qu'elles font ſur elles-mêmes, il faut toujours en venir à une cauſe générale, & unique, pour déterminer ce principe intérieur de mouvement à s'exercer dans toutes vers le même côté du Monde. Car quelle ſeroit ſans cela la cauſe d'une telle uniformité? & pourquoi le Tourbillon de chaque Planete ſeroit-il déterminé par lui-même, & indépendamment de toute impreſſion extérieure de la part du fluide déferent, à tourner vers le même côté que lui? Le Tourbillon Solaire, dont toutes les parties ſe meuvent autour d'un centre commun, mais avec differentes vîteſſes, ne pouvoit manquer ſans doute de communiquer quelque mouvement de Rotation aux corps ſphériques qu'il entraîne. Et ſi la Rotation d'Orient en Occident qui ſe préſente ſi naturellement à l'eſprit, par la ſupériorité de vîteſſe des couches inférieures, ne peut avoir lieu, & ſe trouve démentie par les obſervations, il ne faudra pas abandonner pour cela cette ſeule reſſource pour un mouvement commun, mais

mais chercher plutôt à l'en tirer par la combinaison des circonstances que l'on n'y avoit pas remarquées.

XXIII. Supposé au contraire qu'une Planete, comme la Terre, tînt toute sa Rotation de l'impulsion du fluide qui l'entraine périodiquement autour du Soleil, il seroit à présumer que ce ne pourroit être qu'après un grand nombre de révolutions tant annuelles que diurnes, qu'elle auroit pu acquérir le degré de mouvement tant annuel que diurne qu'elle a aujourd'hui.

XXIV. Il est encore très vraisemblable que le Tourbillon Principal * *FL* agit immédiatement, non sur la surface de la Planete *ABD*, mais sur son Tourbillon propre *ORT*, ou sur une certaine couche *EKM*, de ce Tourbillon, & à une certaine distance de la Planete.

XXV. Ce ne sont, je l'avoue, que des conjectures, & de simples possibilités; mais elles suffisent cependant pour répondre à quelques difficultés qu'on pourroit faire sur cette matiere, ou du moins pour leur ôter une grande partie de leur force, jusqu'à ce que l'Univers nous soit mieux connu. Telle est, par exemple, l'objection qu'il semble d'abord qu'on pourroit tirer de notre Théorie, & de l'excentricité des Orbites des Planetes. L'excentricité emporte nécessairement les differentes distances de la Planete au Soleil, & les differentes distances produisent differentes vîtesses dans le fluide circulant. Donc l'Ef-

* Fig. 5.

l'Effort relatif du fluide, qui cauſe, ou qui entretient la Rotation, variera; & par conſéquent la Rotation elle-même, ou le mouvement diurne de la Planete, ſera variable: & c'eſt ce qui n'a jamais été ſenſible juſqu'ici par aucune obſervation, du moins à l'égard de la Terre.

XXVI. La meilleure réponſe à cette difficulté, & la plus directe, ſeroit ſans doute de montrer par calcul, comme on pourroit le faire, que ce que la plus grande excentricité de la Terre peut apporter d'accélération ou de retardement à ſon mouvement diurne, conformément à nos principes, n'iroit jamais à deux Secondes de tems par révolution. Mais ſans entrer dans ce long détail, & pour ne donner ici que l'eſprit de cette Théorie, il ſuffira de jetter les yeux ſur les remarques précédentes, & d'obſerver en général, que ſi les Efforts relatifs du fluide déferent n'ont produit d'abord ſur la Planete que des révolutions très lentes (*Art. XXIII.*) les accélérations paſſageres, qui pourroient naitre de ſes differentes diſtances, ne feront que des fractions de ces révolutions, & non de la révolution actuelle. Et que ſi nous admettons le Tourbillon particulier de la Planete, comme il paroît que l'on ne peut s'en diſpenſer (*Art. XXI.*) le Tourbillon Solaire ne fait plus alors qu'entretenir dans l'état actuel le mouvement acquis, tant périodique, que de Rotation, vers le côté où il les a d'abord déterminés: mais avec cette difference, que le Tourbillon Solaire entretient ſeul le mouvement périodique, tandis que le mouve-

vement de Rotation peut ſe trouver entretenu auſſi par le Tourbillon particulier, & avec beaucoup plus de force que par le Tourbillon général. Les variations de vîteſſe dans le fluide qui compoſe ce dernier, pourront donc influer ſur le mouvement périodique, ſans que le mouvement diurne de la Planete en ſoit troublé ſenſiblement; & ce que celui-ci en reſſentira ne ſera proprement qu'une fraction de fraction, qu'on pourra faire preſque auſſi petite qu'on voudra, ſelon le rapport des forces actuelles des deux Tourbillons, à l'égard du mouvement diurne, parce que ce rapport nous eſt inconnu.

XXVII. Il faudroit avoir une connoiſſance encore plus exacte de toutes ces circonſtances, pour déterminer au juſte l'analogie qui devroit regner entre les tems des révolutions diurnes de differentes Planetes, ou pour donner raiſon des tems differens que nous leur voyons employer à tourner ſur elles-mêmes. Mais à peine le fait nous eſt-il connu, & il n'y a que peu de Planetes dont on ait déterminé la révolution diurne avec exactitude. La difficulté croîtroit encore, ſi l'on faiſoit entrer dans cette analogie, comme il paroît qu'on le doit, la differente inclinaiſon des Orbites des Planetes par rapport à l'Ecliptique Terreſtre; la direction du fluide qui les compoſe, ou la poſition du plan dans lequel ſe fait ſon mouvement par rapport à l'Equateur phyſique du Tourbillon Solaire, ou à celui du Soleil même; & enfin la poſition ou l'inclinaiſon des Axes des Planetes par rapport à leurs Orbites ou à ces plans. Car ce

ce ſont tout autant de ſources de differente vîteſſe dans le fluide qui fait tourner les Planetes ſur elles-mêmes, ou de differente valeur dans l'Effort relatif qui doit faire avancer la partie ſupérieure de leur Hémiſphere, & déterminer leur Rotation. Auſſi n'exigera-t-on pas ſans doute que mon explication porte la lumiere ſi loin. Je vais montrer cependant qu'elle ne laiſſe pas de répandre quelque jour ſur cette matiere, & que du moins elle paroît à cet égard plus conforme que contraire aux Obſervations.

XXVIII. Je ſuppoſerai pour cela, 1°. Que ſoit que le Tourbillon Solaire agiſſe immédiatement ſur la ſurface des Planetes pour les faire tourner ſur elles-mêmes, ſoit qu'il agiſſe ſeulement ſur leur Tourbillon propre, c'eſt toujours ſur une Sphere proportionnelle à la grandeur de leur Globe. Car ſans cela il n'y a point de terme de comparaiſon. 2°. Que, toutes choſes d'ailleurs égales, la Planete tournera d'autant plus vîte d'Occident en Orient, que l'Effort relatif, qui agit ſur ſon Hémiſphere ſupérieur, ſurpaſſera davantage l'Effort relatif, qui agit ſur ſon Hémiſphere inférieur.

XXIX. Or il eſt clair (*Art. XVIII.*) que l'Effort relatif ſupérieur eſt d'autant plus grand par rapport à l'inférieur, toutes choſes d'ailleurs égales, que la Planete eſt plus grande, & qu'elle eſt plus près du point Central de la circulation. Car on a toujours (*Fig.* 4.) *GS* d'autant plus grand par rapport à *FS*, que *GF* ſon excès, ou *AD*, qui lui eſt proportionnelle, l'eſt davantage, & que

la

la diſtance *GS* eſt plus petite. Donc, *toutes choſes d'ailleurs égales, la vîteſſe de la Rotation d'une Planete ſera en raiſon compoſée, directe de ſon diametre, & inverſe de ſa diſtance.*

XXX. Cela poſé, on ſait que la Planete de Jupiter, par exemple, n'eſt que cinq fois auſſi éloignée du Soleil que la Terre (:: 114424. 22000) & que ſon diametre eſt plus de dix fois auſſi grand (environ :: 11 . 1.) D'où l'on voit d'un coup d'œil, & cela ſuffit ici, qu'elle doit tourner ſur elle-même plus de deux fois auſſi vîte que la Terre, & à peu près en 11 heures de tems.

XXXI. La Rotation de Saturne n'eſt pas bien connue; M. *Huigens* la croît de même durée que celle de Jupiter, c'eſt-à-dire, d'environ 10 heures moins quelques minutes; & c'eſt ſur l'induction qu'il tire de la diſtance, & de la Période de ſon premier Satellite, par comparaiſon au premier Satellite de Jupiter. Sur ce pied-là notre analogie rapportée au Globe de Saturne s'écarteroit de la Règle; mais rapportée à ſon Anneau, qui n'eſt peut-être que le reſte du débris d'un ancien Globe creux, dont le nouveau a été formé, elle s'en rapprocheroit encore plus qu'à l'égard de Jupiter. Car il s'en faut conſiderablement que cette Planete ne ſoit dix fois auſſi éloignée du Soleil dans ſes moyennes diſtances que l'eſt la Terre (:: 209836. 22000) tandis que le diametre de ſon Anneau eſt plus de vingt-deux fois auſſi grand que le diametre de la Terre (:: 43 . 2). D'où il eſt clair que ſon mouvement diurne doit être beaucoup plus de deux fois auſſi prompt, & d'environ 10$\frac{1}{2}$

heures. Mais il n'y a nul fonds à faire sur un mouvement, qui, comme je viens de le remarquer, n'est constaté par aucune observation.

XXXII. Voilà donc tout au moins une Planete accompagnée de Satellites, & en cela de même espece que la Terre, dont la Rotation s'accorde avec l'analogie qui résulte de notre explication, beaucoup mieux peut-être qu'on n'auroit osé l'esperer en une matiere si compliquée. Il n'en sera pas de même des Planetes de Mars, & de Venus, la premiere tournant sur elle-même en 24^h 40', selon feu M. *Cassini*, & la seconde en 24 jours & 8 heures, selon les dernieres observations de de M. *Bianchini* *. Car il est clair, en y appliquant la Règle (*Art. XXIX.*) que la Rotation de Mars est plus prompte, & celle de Venus beaucoup plus lente qu'elle ne devroit être.

XXXIII. Si Venus tournoit en 23 heures, comme on l'avoit cru jusqu'ici, son irrégularité à cet égard seroit peu de chose, son globe étant aussi gros, tout au moins, que celui de la Terre, & sa distance au Soleil ne differant de celle de la Terre que d'environ $\frac{3}{10}$. Mais je ne crois pas qu'on puisse révoquer en doute les observations de M. *Bianchini* sur cet article, vû l'exactitude qu'il y a apportée, & les excellentes Lunettes dont il s'est servi. Quelque grande d'ailleurs que soit la difference de 23 heures à 24 jours & $\frac{1}{3}$, elle n'a rien de surprenant, quand on y regar-

* *Hesperi & Phosphori nova Phæn, cap. 5, no. VIII. p. 66.*

garde de près; il a dû être plus facile de s'y méprendre qu'à une beaucoup plus petite: l'Observateur ayant retrouvé une même tache de Planete, ou quelque *partie luisante* † au même endroit, à une 24me près, où il l'avoit remarquée le jour précédent, aura fort bien pu conjecturer, qu'elle y étoit retournée après une révolution entiere, & qu'étant passée d'une 24me partie au-delà, la Planete avoit tourné en moins de 24 heures, & en 23 ou environ. Quoi qu'il en soit, l'irrégularité dont il s'agit n'est pas par-là aussi grande qu'elle paroît, & plusieurs circonstances qui doivent entrer nécessairement dans la cause de la Rotation, ainsi que nous l'avons insinué ci-dessus (*Art. XXVII.*) pourroient nous redonner l'analogie du mouvement diurne de Mars, & de Venus avec celui de la Terre, ou l'en rapprocher considerablement.

XXXIV. Nous n'avons raisonné jusqu'ici que sur le cas le plus simple, en supposant, 1°. Que le mouvement du fluide qui fait tourner le globe de la Planete sur lui-même, a sa direction dans le plan même de l'Orbite. 2°. Que l'Axe de Rotation de la Planete est perpendiculaire à ce plan.

A l'égard de la premiere de ces deux suppositions, elle pourroit se trouver conforme à la Nature: du moins ne saurions-nous guere juger de la direction d'un courant invisible, tel que celui d'un Tourbillon, que par la route que suivent les corps visibles qu'il entraine. D'où il paroît vraisemblable, que le

† *V. Journ. des Sav. 1667. p. 134, in 4.*

le plan de l'Orbite de chaque Planete se confond avec le plan physique, ou la direction du fluide qui le compose. D'un autre côté l'on ne voit pas clairement qu'il fût impossible, ni contraire à la Théorie des Tourbillons, que le corps d'une Planete s'écartât un peu, en ce sens, de la direction générale du fluide où elle est plongée, de même qu'elle s'en écarte peut-être aussi par la Courbe excentrique qu'elle décrit autour de l'Axe de révolution de ce fluide. Car comme il faut concevoir deux forces, dont l'une tend à l'éloigner de cet Axe ou du point Central, & dont l'autre la repousse vers lui, qui sont la force Centrifuge, & la force Centripete, il est aussi très possible qu'il y ait deux forces, dont l'une la chasse de l'Equateur du Corps Central, & dont l'autre la retire vers lui. Et il faut bien nécessairement, ou que l'Equateur physique du Tourbillon Solaire ne soit pas le même dans toutes les couches, ou que les Orbites & les Globes des Planetes en sortent, puisque ces Orbites sont diversement inclinées entre elles. Dans cette alternative, & parce que d'ailleurs aucune de ces hypotheses ne sauroit apporter de changement considerable aux résultats de notre Formule, les plus grandes Latitudes des Planetes ayant des *Limites* assez étroites, qui sont celles du Zodiaque, nous continuerons de raisonner à cet égard sur le même pied que dans les explications précédentes.

Quant à la seconde supposition, de la perpendicularité des Axes des Planetes sur les plans de leurs Orbites, nous n'en saurions user

user de même; puisque nous savons certainement que la plupart de ces Axes sont inclinés à ces plans, & la quantité dont ils leur sont inclinés.

XXXV. Pour connoitre donc de quelle maniere, & combien cette nouvelle circonstance doit influer sur la Rotation des Planetes; soit *AQDR*, * l'Equateur d'une Planete, dont les Poles sont en *C*, & dont l'Axe est perpendiculaire au plan de son Orbite. Il est évident que les filets du fluide *MALD*, qui frappent son Equateur par les extrémités *A*, *D*, de son diametre *AD*, sont à la même distance l'un de l'autre, & par rapport au point Central *S*, que les extrémités de ce même diametre. Ce qui donne le cas général de la Règle (*Art. XVIII. XXIX.*) Mais si l'Equateur, & l'Axe de révolution de la Planete sont inclinés aux précédens, de maniere que son Equateur se trouve en *αQδR*, & son Axe en *cCκ*, quelle que soit la force qui l'y retient, & dont nous n'entreprenons point ici de chercher la cause, il n'est pas moins évident que les filets, ou les couches *Fα*, *Iδ*, qui frappent les extrémités du diametre *αδ*, ne sont plus entre elles, & par rapport au point Central *S*, qu'à la distance *BE*, moindre que la précédente de part & d'autre, de toute la quantité du sinus verse de l'inclinaison *BA*, *ED*. Or comme le rapport que les Efforts relatifs ont entre eux (*Art. XVIII. Fig.* 4.) sont déterminés par celui des differentes vitesses-

* Fig. 6, N. 1.

teſſes du fluide au point où il frappe le Levier *CF*, ou, ce qui revient au même, le diametre *AD*, & par le rapport des poids aux points frappés; & que le rapport, tant des poids que des vîteſſes, dépend de celui des differentes diſtances au point Central *S*: il ſuit que le rapport des Efforts relatifs dans le cas de l'inclinaiſon de l'Axe (*Fig* 6. *N.* 1.) diminuera d'autant plus que l'Axe ſera plus incliné. Il faudra donc appliquer la Règle à la Planete *AQDR*, comme ſi, au-lieu du diametre *AD*, elle n'avoit que le diametre *BE*, ou *BC* pour rayon, qui (*Fig.* 6. *N.* 2.) eſt égal au ſinus *HK* du complément *KCF* de l'inclinaiſon *ACK*, de l'Axe *KCX*, &c.

XXXVI. On voit par-là que ſi l'Axe de révolution diurne de Mars n'étoit pas auſſi incliné à ſon Ecliptique que celui de la Terre, cette Planete ſe rapprocheroit d'autant de l'analogie, quoique ſon diametre ne ſoit qu'environ les $\frac{3}{7}$ de celui de la Terre. A l'égard de l'Axe de Venus, je trouve dans l'Ouvrage déja cité de M. *Bianchini* *, qu'il n'eſt élevé ſur l'Ecliptique que d'environ 15 degrés, & par conſéquent qu'il lui eſt incliné de 75, ſon Pole Boréal répondant aux Etoiles α, β, de la tête du petit Cheval, & ſon Pole Auſtral au Cœur de l'Hydre: de maniere que le plan qui paſſeroit par cet Axe, & par le centre du Soleil, couperoit l'Ecliptique au 20° du Verſeau, & du Lion. Il faudroit ôter quelque choſe de cette inclinaiſon rapportée à l'Orbite ou à l'Eclipti-que

* *Pag.* 67.

que propre de la Planete, à cause de sa déclinaison particuliere, & de la position actuelle de son Nœud ascendant. Mais comme cette position peut n'être pas constante, que le retranchement qui en résulte est peu considerable, & que, par d'autres circonstances qu'on va voir, on devroit juger l'inclinaison encore plus grande, nous compterons l'Axe de Venus incliné, comme ci-dessus, d'environ 75 degrés. Or on comprend aisément par tout ce que nous venons de dire dans l'Article précédent, combien cette prodigieuse inclinaison doit diminuer le diametre qui fait l'élément du calcul de la Rotation. Elle le réduit presque à sa 4me partie; car le sinus du complément de l'inclinaison de 75° qui est de 15°, n'est presque que le quart du sinus du complément ($23\frac{1}{2}$°) de l'inclinaison de l'Axe de la Terre, qui est de $66\frac{1}{2}$ degrés. L'irrégularité devient donc par-là plus petite d'environ les $\frac{3}{4}$, & bien moindre par conséquent qu'elle n'auroit été, si Venus tournoit en 23 heures, selon qu'on l'avoit cru. Mais que seroit-ce si l'on s'en tenoit à ce qu'ajoute M. *Bianchini*, qu'il y a des tems dans la Période de Venus, où l'Axe de Rotation, sans perdre jamais son parallelisme, semble absolument se confondre avec l'Axe d'*illumination* par la ligne menée du centre de la Planete au Soleil, & où les taches du Globe de la Planete décrivent sensiblement des paralleles au cercle *Finiteur* de la lumiere & de l'ombre? L'inclinaison de l'Axe seroit donc encore beaucoup plus grande, & presque infiniment grande, ou telle que la lenteur excessi-

ve du mouvement diurne de Venus s'accorderoit entierement avec nos principes? Mais il ſuffit d'avoir réduit l'irrégularité à ſa 4me. partie; & c'en eſt aſſez du moins pour nous laiſſer en droit de ſoupçonner, que ce n'eſt que faute de connoitre exactement toutes les circonſtances néceſſaires au calcul, que nos principes, & la Règle qui s'en déduit, ne peuvent pas approcher davantage de l'analogie.

XXXVII. Si l'on a égard à l'inclinaiſon de l'Axe dans la comparaiſon du mouvement diurne de la Terre avec celui de Jupiter, qui eſt de toutes les Planetes la plus analogue à la Terre, & celle dont la révolution diurne eſt le mieux connue, on trouvera que Jupiter doit tourner en 10 ¼ heures, & quelques minutes, à très peu près comme le donnent les obſervations; l'inclinaiſon de l'Orbite, & quelques autres circonſtances non compriſes dans notre calcul, pourront faire le reſte. Car ſuppoſant l'Axe de Jupiter incliné à ſon Ecliptique comme le plan commun de ſes Satellites, ou d'environ 3 degrés, celui de la Terre l'étant au ſien, de $23° 29'$, on a (*Art. XXXV.*) le rapport de leurs diametres environ comme 12 à 1; & partant (*Art. XXIX.*) l'effort du fluide dont réſulte la Rotation de Jupiter, à celui dont réſulte la Rotation de la Terre :: $\overline{12\times22000}$. $\overline{1\times114424}$ :: $\overline{12\times2750}$. $\overline{1\times14303}$ :: 33000 . 14303, ou environ :: 330 . 143, qui par analogie au tems de la révolution de la Terre ($23^h\,56'$) donne $10^h\,22'$ à celle de Jupiter.

XXXVIII. C'eſt-là, ſi je ne me trompe, ce

ce qu'il y avoit de plus essentiel à observer sur notre cause de la Rotation des Planetes. Après quoi nous ne devons pas oublier de parler d'une seconde, qui s'y mêle, dans toutes ses circonstances, & qui mérite que nous y fassions quelque attention, pour savoir quel en peut être l'effet.

* Si l'on suppose que le courant *MmnN* du fluide qui entraine la Planete, fasse partie d'un Tourbillon infiniment grand, il est clair que tous ses filets se confondent avec des lignes droites, ou ne sont que des lignes droites; que le filet *RH*, par exemple, qui partage ce courant en deux parties égales, étant prolongé, se confond avec le diametre *HE* de la Sphere; & que dans la moitié *MR* du fluide, il y a autant de filets qui poussent la Sphere de *M* vers *N*, qu'il y en a dans la moitié *Rm*, qui la poussent de *m* vers *n*. De sorte que jusques-là, & abstraction faite des differentes vîtesses dans les couches du fluide, & d'aucune Pesanteur differente dans la Sphere, qui même ne peut avoir lieu dans le cas posé, on ne sauroit trouver aucun principe de Rotation de part ni d'autre.

† XXXIX. Soit maintenant le Tourbillon *AMBSN*, infiniment petit, ou le plus petit qu'il puisse être, ce que je conçois devoir arriver lorsque son rayon, *SA*, sera égal au diametre, *AD*, de la Planete, *AEDH*. Si du centre *S*, & dans la capacité de tout le Tourbillon, on imagine une infinité de cou-

* Fig. 4. † Fig. 7.

couches, ou de filets concentriques *RH*, *IT*, &c. qui rencontrent la ſuperficie de la Planete en allant de *R* vers *H*, & de *I* vers *T*, & entre leſquels, *RH* étant continué, paſſe par le centre *C* de la Planete, & les partage en nombre égal de part & d'autre, vers *M* & vers *S*; il eſt évident qu'ils tendront tous à pouſſer la ſurface de la Planete vers le point *A*, ſavoir tant la moitié des filets compriſe entre *MA* & *RH*, qui pouſſe la partie *HA*, que la moitié compriſe entre *RH* & *S*, qui pouſſe la partie *HD*. Car toutes les Tangentes *HA*, *TA*, menées aux couches du fluide par les points *H*, *T*, leſquelles indiquent les directions en ces points, forment autant d'angles droits avec les Cordes *HD*, *TD*, qui ſe trouvent en même tems les rayons de ces couches, & qui partant du centre, *S*, du Tourbillon, & de l'autre extrémité, *D*, du diametre de la Planete, font de ſa demi-circonference *ATHD*, le lieu de tous les ſommets de ces angles. Donc en ce cas tous les filets du fluide tendent à ſoulever la moitié *DTA*, & à faire tourner le Globe *AEDH* ſur lui-même, de *T*, ou de *H* vers *A*. Car on peut imaginer une infinité de Leviers de la troiſieme eſpece, tels que *CT*; qui ſont comme les bras ou les rayons d'une Roue *DHTAE*, pouſſés en des points *T*, *K*, *L*, vers *CA*, par les filets *IT*, *RH*, & qui doivent faire tourner la Roue de *A* vers *N*, dans le même ſens que le fluide. Or ſi dans le cas du Tourbillon infiniment grand, il n'y a aucun filet du fluide qui l'emporte ſur celui qui lui ré-

pond

pond dans la moitié oppofée, pour faire tourner la Sphere plutôt d'un côté que de l'autre, tandis que dans le cas du Tourbillon infiniment petit, tous les filets du fluide, dans les deux moitiés, concourent à la faire tourner dans le même fens qu'il tourne lui-même ; il eſt évident que dans les cas moyens, il y aura toujours quelques filets qui l'emporteront fur ceux de la moitié oppofée, pour faire tourner la Sphere en même fens que le fluide.

XL. * Pour le voir plus particulierement, foit la Planete *AEDH*, entrainée par le Tourbillon *MmnN*, dont le centre ou Foyer eſt en *S*, à une diſtance finie, &c. Ayant prolongé circulairement le filet *RH*, qui partage le courant *Mm* en deux parties égales, & qui paffe par le centre *C*, mené la Tangente *HT*, du point *H*, & la Corde *HBE* à l'arc *HEC*: il eſt clair que *HT* ira couper le diametre *AD* à un point *T* au deffus du centre *C*. Et par conféquent le filet de fluide *RH*, qui, dans le cas où il fe confondroit avec la ligne droite, ne poufferoit la Sphere ni au deffus ni au deffous du point *C*, la pouffera dans le cas préfent d'autant plus au deffus du point *C*, que l'arc *HCE* s'éloigne davantage d'être une droite, & que l'angle *THE*, fait par la Tangente *HT*, & la corde *HE*, fe trouve plus grand. Ce qu'il faut entendre de même d'une infinité d'autres filets pris un peu au deffous de *RH*, & dont les Tangentes tomberoient entre *C* & *T*. Donc, toutes chofes d'ail-

* Fig. 1.

d'ailleurs égales, & abſtraction faite des differentes vîteſſes du fluide, & de la differente peſanteur des hémiſpheres de la Planete, la Planete doit tourner dans le même ſens que le Tourbillon, par la ſeule cauſe que nous venons d'expliquer.

XLI. Il s'agit donc de connoitre quelle peut être l'efficacité de cette nouvelle cauſe de Rotation par rapport à la précédente, pour ſavoir ſi elle ſuffiroit ſeule, malgré les differentes vîteſſes du fluide, & indépendamment du different poids relatif des parties de la Planete.

Mais il eſt évident, qu'il ne ſauroit preſque point y avoir de comparaiſon entre ces deux cauſes, par la petiteſſe comme infinie du bras de Levier *CT*, eu égard à *CF*. Car ſuppoſant, par exemple, que *AEDH* repréſente la Terre, & que *CS* contient 22000 *CA*, ou, ce qui revient ici au même, 22000 *BH* (le point *B* partageant la Corde *EH* en deux parties égales); on ſait que l'angle *CSH*, ou la Parallaxe Solaire, doit être d'environ 10 ſecondes: d'où l'on verra par les Tables, ou par l'analogie des Triangles ſemblables *CSH*, *BHT*, que *CT* n'eſt qu'environ la 40000me. partie du rayon *CA*. Mais les vîteſſes du fluide au point *T*, & au point *F*, centre de gravité de l'Hémiſphere *EHD*, ou point de réunion de tous les Efforts du fluide contre cet Hémiſphere, ſont comme $\sqrt{FS}$, & $\sqrt{HS}$, & les impulſions qui en réſultent comme *FS*, & *HS*, dont la difference eſt, à un 40000me. près, *FC*; & le point

point *F*, quelque proche de *C* qu'on puiſſe le prendre, donnant toujours un bras de Levier *C F* pluſieurs milliers de fois plus grand que *C T*, il eſt évident que l'Effort contre le point *F*, l'emportera preſque infiniment ſur l'Effort contre le point *T*, & fera tourner la Sphere de *D* vers *E*, c'eſt-à-dire, en ſens contraire au mouvement journalier de la Terre. La cauſe dont il s'agit eſt donc inſuffiſante, & ne peut qu'augmenter preſque infiniment peu celle que nous avons aſſignée à la Rotation de la Terre. J'ai ſuppoſé l'impulſion totale des filets tels que *K H*, contre le bras de Levier *C T*, réunie au point *T*, quoiqu'elle dût l'être un peu plus près du centre *C*, & devenir par-là d'autant moins forte.

Revenant donc à la premiere cauſe de Rotation adoptée dans ce Mémoire, & à la Théorie qui en fait le fondement, nous ajouterons encore ici, en finiſſant, quelques Remarques ſur les conſéquences que l'on en peut déduire.

XLII. *En toute Planete compoſée d'une ſubſtance liquide, ou couverte d'un liquide, ſa ſurface doit périodiquement s'abaiſſer, ou ſe hauſſer, s'approcher, ou s'éloigner de l'Axe de ſa révolution diurne, par la partie qu'elle préſente ou qu'elle oppoſe au point central du Tourbillon qui l'entraine.*

Cela eſt évident par la *premiere Suppoſition* (*Art. VI.*) & parce que la force Centrale, ou la Peſanteur univerſelle, qui agit dans le grand Tourbillon, & qui pouſſe l'Hémiſphere *E D H* (*Fig.* 4.) vers le point *S*, diminue

 d'au-

d'où l'on trouvera que ce produit ou ce rapport composé donne une quantité de nulle consideration, eu égard à la Force Centrifuge totale. En voici l'exemple.

XLV. La distance moyenne de la Terre étant supposée comme ci-dessus, de 11000 de ses diametres, la difference du poids vers le Soleil de la même partie en *A*, ou en *D* (*Fig.* 4.) sera (*Art. VI.*) comme $\overline{11000}^2$ à $\overline{11000+1}^2$, qui donne une 5500me. de difference. Mais par le calcul de M. *Huigens* *, la Force Centrifuge totale en *A*, ou en *D*, que nous supposons être des points quelconques de l'Equateur, est à la Pesanteur spécique des parties de la Planete vers son centre, comme 1 est à $\overline{17}^2$ ou 289; & par les Art. XV & XXXVI, les rayons & les vitesses des circulations demeurent sensiblement les mêmes. Donc la diminution de la Force Centrifuge au point *D*, en vertu de la diminution de Pesanteur des parties de la Planete vers son centre *C*, & de leur plus grande tendance vers le Soleil *S*, ne sera que $\frac{1}{289}$ de $\frac{1}{5500}$, ou $\frac{1}{1589500}$, qui ne sauroit être susceptible d'observation.

D'où l'on voit que l'hypothese de la Pesanteur variable des deux Hémispheres Terrestres, & l'explication que nous en tirons pour le mouvement diurne, ne sauroit troubler sensiblement les Phénomenes connus, tant

* *Disc. de la Pesant. p.* 146.

tant du Flux & Reflux de la Mer, que de la Pesanteur des corps, & de leur Force Centrifuge à la surface de la Terre.

XLVI. *Si l'on suppose les parties d'une Planete d'une Pesanteur spécifique differente, sensiblement plus grande dans un Hémisphere que dans l'autre, & en plus grande raison, que l'Effort relatif du fluide qui la doit faire tourner sur elle-même, elle prendra une situation constante, par rapport à la direction du fluide qui l'entraîne, ou aux Tangentes de l'Orbite, & elle ne tournera point sur elle-même.* Cela est évident par les Art. XI & XIV, par l'idée que nous avons attachée à la Rotation dans tout ce Mémoire, & par le sens dans lequel nous prenons le mot de *tourner sur soi-même* (toujours relativement au point Central de la Pesanteur, ou à la ligne que décrit le centre de gravité de la Planete, & non par rapport à un point infiniment éloigné, pris hors de l'Orbite, lequel, non plus que le Foyer Supérieur, est de nulle efficacité à son égard, & n'a nulle réalité physique). Car tout l'effet de l'Effort relatif sur l'Hémisphere supérieur (*Fig.* 2.) n'aboutit, dans le cas de la proposition, qu'à donner au Levier GCT, l'inclinaison $\gamma C \vartheta$, par exemple, & à la Planete $AEDH$, la situation $aedh$; ainsi qu'il a été démontré à l'égard du Cylindre (*Art. XI.*) y ayant alors réellement en ϑ un poids dont la tendance vers le point Central du Tourbillon fait équilibre à l'Effort relatif supérieur.

XLVII. Si l'Hémisphere de la Lune, qui est toujours tourné vers nous, se trouve spécifiquement & sensiblement plus pesant que ce-

celui qui nous eſt caché, ainſi que M. *Auzout*, M. *Huigens*, & quelques autres ſavans hommes l'ont cru, il ne faut point chercher ailleurs la cauſe du Phénomene, & pourquoi la Lune nous préſente toujours à peu près la même face. Un Géometre qui étant placé au centre du Globe Terreſtre ſuppoſé tranſparent, verroit faire le tour de ce Globe à un Vaiſſeau dont il n'appercevroit jamais que le fond ou la carene, malgré les vents & les impulſions laterales qui le font marcher, jugeroit avec raiſon que c'eſt parce que la carene eſt plus chargée, ou plus peſante que la partie ſupérieure du Vaiſſeau, qui lui eſt toujours cachée. M. *Deſcartes* & ſes premiers Diſciples faiſoient bien la Lune plus peſante par un de ſes Hémiſpheres que par l'autre, & pour l'explication du même Phénomene, mais c'étoit par l'Hémiſphere ſupérieur, que nous ne voyons jamais; en quoi aſſûrément ils n'auroient point été fondés, s'ils avoient pris la Peſanteur au ſens que nous la prenons ici; comme il paroît par la Théorie répandue dans tout ce Mémoire, & par la reſtriction de l'Article précédent. Quoi qu'il en ſoit, on a tout lieu de croire que la Lune n'eſt pas le ſeul Satellite qui ne tourne pas ſur lui-même, & qui conſerve toujours à peu près la même poſition, eu égard à ſa Planete Principale. Feu M. *Caſſini* a jugé la même choſe du cinquieme de Saturne, & M^rs. *Huigens* & *Gregori* * ont penſé que c'étoit une proprieté des Satellites.

XLVIII.

* Huig. *Coſmoth. p.* 118. Greg. *Schol. Pr.* 58. *L.* 4.

XLVIII. *La position du Globe d'une Planete par rapport au fluide déferent, & dans le cas ci-dessus, ne peut être constante qu'autant que la vîtesse du fluide demeure telle: & cette vîtesse devant changer, comme on sait, dans toute Orbite elliptique, ou excentrique, telle que l'Orbite de la Lune, en raison inverse des racines de ses distances actuelles au point Central; il suit que le Globe de la Lune ne sauroit avoir une position constante, eu égard à la Terre; mais que par une espece de balancement sur son centre de gravité & dans le sens de sa Longitude, tantôt elle nous présentera un peu de l'Hémisphere qui nous est ordinairement caché, & tantôt elle nous cachera un peu de celui qu'elle tourne ordinairement vers nous, & cela plus ou moins, selon l'inégalité de vîtesse du fluide qui l'entraîne.* Voyez les Art. XII & XIII, & dans la Fig. 2, les Hémispheres *EDH*, *edh*, *IδB*, &c.

XLIX. C'est, comme on voit, une circonstance physique, qui n'exclud pas la cause optique de la *Libration* apparente de la Lune, tant en Longitude qu'en Latitude, & telle que feu M. *Cassini* l'a expliquée. Du reste il me paroît difficile d'admettre l'hypothese des Tourbillons, sans reconnoitre cette Libration réelle dont je viens de parler, comme intimement mêlée à la Libration apparente. Le Géometre que nous avons imaginé au centre de la Terre, appercevroit assûrément tantôt plus, tantôt moins du flanc de la carene du Vaisseau, selon que le vent souffleroit plus ou moins fort dans ses voiles, & qu'il le feroit pencher plus ou moins d'un côté ou d'autre. Et si l'on étoit une fois bien certain

tain qu'il n'arrive rien de pareil au Globe de la Lune, ou que cette partie de sa Libration s'y fait toujours en un sens contraire à celui qui doit résulter du plus ou du moins de vîtesse du fluide ou du Tourbillon qui l'entraine, ce seroit sans doute une nouvelle difficulté à mettre au nombre de celles qu'on peut alleguer contre l'hypothese des Tourbillons. Car la Force Centrifuge de l'Hémisphere le plus pesant ayant à varier dans les alternatives d'augmentation ou de diminution réelles de vîtesse, qui arrivent à cette Planete autour des Apsides, devroit y produire dans le cas du vuide, une Libration réelle en Longitude, toujours opposée à celle qu'y produiroit le Tourbillon déferent. Les varietés qui regnent dans la Libration de la Lune en Longitude, & sa quantité qui surpasse quelquefois les limites qui lui sont prescrites par l'Optique & par la Trigonométrie, en vertu de l'excentricité de son Orbite, favorisent encore mon idée par rapport à l'une ou l'autre de ces Librations. Aussi avois-je fait il y a quelques années un plan d'observations, pour démêler cette complication de causes, & pour m'acquitter plus pleinement de ce que j'avois promis là-dessus en 1721 *. Mais je n'ai pu mettre mon projet en exécution, faute d'un lieu propre à observer le passage de la Lune par le Méridien, ce qui, selon mes vues, y étoit absolument nécessaire.

EXA-

* Hist. Acad. 1721.

EXAMEN DU VINAIGRE CONCENTRÉ PAR LA GELÉE.

Par M. GEOFFROY le Cadet. *

QUOIQUE le Vinaigre, qui contient l'Acide le plus actif après l'Acide des Mineraux, soit une liqueur assez commune, puisqu'on le fait aisément dans tous les lieux où l'on boit du Vin; le choix qu'on en fait demande quelque attention, & l'on doit préférer celui qu'on tire des cantons de Vignobles dont les Vins ont le plus de corps: il en est plus fort, plus actif & moins sujet à être alteré par des matieres étrangeres, dont la plupart des Vinaigriers se servent pour le rendre plus piquant, ou pour lui donner de la couleur. Toutes les matieres qu'ils y ajoutent, n'augmentent sa force que pour un tems, & cette force empruntée devient inutile dans la distillation.

Il faut aussi préférer celui qui est pénétrant & volatil, à celui qui a une odeur de baissiere, parce que c'est une marque presque assûrée que ce dernier a été fait d'un Vin foible, qui commençoit à se gâter; ainsi le bon Vinaigre doit être acide à l'odorat & au goût,

* 27 Fevr. 1729.

goût, & il doit par la volatilité de cet Acide affecter agréablemt le palais sans âcreté. Entre les Vinaigres qui ont ces qualités, il faut encore choisir, pour les operations chymiques, celui qui est le plus chargé d'Acides.

Il y a plusieurs moyens de s'en assûrer: l'un des principaux a été indiqué par feu M. Homberg, dans un des Mémoires de l'Académie de 1699, page 69 & suiv. & par M. Stahl, dans ses Opuscules Chymiques, page 418; & c'est en suivant leur idée, que je prends pour mes essais deux gros de chaque espece de Vinaigre que je pese bien exactement, je les mets dans des Verres dont les fonds sont arrondis; j'y jette peu à peu du Sel de Tartre pur, bien sec & en poudre fine; ce que je continue de faire jusqu'à ce que la fermentation cesse. L'Acide du Vinaigre s'amortit; la liqueur devient un peu salée, & la fermentation cessée, je connois le degré de force du Vinaigre par le plus ou le moins de Sel de Tartre qui a été néceſsaire pour absorber l'acide de cette liqueur, & dont il s'est soûlé en fermentant; ce qui va ordinairement depuis quatre grains, pour les Vinaigres de Paris les plus foibles, jusqu'à huit pour les plus forts. Ceux d'Orléans en absorbent onze; & un Vinaigre qui sera fait de bon Vin, peut aller jusqu'à douze; ce que j'ai expérimenté.

M. Stahl ayant dit dans le Livre déja cité, que l'Acide du Vinaigre le plus fort qu'il avoit pu trouver dans le tems de son expérience, n'avoit pu être absorbé qu'avec peine par

deux

deux gros de Sel alkali par livre; ce qui réduit à mes essais, ne feroit sur deux gros que deux grains un quart; on en pourroit conjecturer que les Vinaigres de Vins d'Allemagne seroient beaucoup plus foibles que ceux de nos Vins: mais il faudroit en avoir de semblables pour s'assûrer de cette difference d'Acidité par de nouvelles expériences; ce qui ne seroit pas même encore une preuve bien certaine, puisque j'ai observé dans mes essais, que nos Vinaigres les mieux choisis varient entre eux, & qu'il y a presque toujours de la difference dans leurs degrés de force.

Il est difficile de trouver de bon Vinaigre à Paris: les Vins de differens crûs qu'on y employe, & les matieres âcres que les Vinaigriers y ajoutent, quand les Saisons n'ont pas été favorables à la Vigne, en sont la cause.

Les Vinaigres de Bordeaux & d'Orléans sont ordinairement de meilleure qualité, parce que du moins le Vin dont on les fait est toujours de même crû, & ils sont préférés avec raison, puisque celui d'Orléans, dans mon essai, a absorbé quatre grains de Sel de Tartre de plus que le meilleur Vinaigre de Paris.

Le Vin n'est pas la seule liqueur qui se convertisse en Vinaigre: on en peut faire, comme on le fait, de presque toutes les liqueurs fermentées; mais celui du Vin est toujours le meilleur, tant pour l'usage ordinaire, que pour les operations chymiques. Il contient encore tous les principes du Vin, quoique dans un arrangement different.

La

La méthode ordinaire des Vinaigriers, pour avancer la fabrique de leur Vinaigre, est de laisser une ouverture à leurs Tonneaux pour la communication de l'air chaud ; on peut cependant faire d'excellent Vinaigre dans un vaisseau qu'on a fermé avant que de le retirer de la Cave pour le mettre dans un lieu un peu plus chaud, afin que par une espece de digestion, ses principes acides puissent se déveloper avec moins d'évaporation. Lorsqu'ils sont liés dans le Vin avec une juste proportion de parties huileuses, d'esprits inflammables & de flegme, ils servent à lui donner de l'agrément ; mais prenant le dessus dans le Vinaigre par une nouvelle fermentation, ils se dévelopent dans tout le fluide, & concentrent la partie inflammable, de sorte qu'on ne peut la faire reparoître qu'après diverses operations, sans lesquelles il seroit difficile de démontrer que cette partie inflammable, qui est l'Esprit de Vin, est encore presque toute entiere dans le Vinaigre, & qu'on peut l'en retirer telle qu'elle étoit dans le Vin. Le Sel de Saturne ou de Plomb en est une preuve, puisque ce Sel ne fournit de l'Esprit ardent, dans son analyse, que parce que le Vinaigre avoit conservé une partie de ses Esprits, en se concentrant avec ce métal ; le feu les forçant à se séparer, l'Esprit de Vin reparoît sous sa premiere forme.

Les liqueurs que je retire par la distillation, d'un Vinaigre dont j'ai connu la force par mes essais, ont entre elles des differences considerables, ainsi que je vais le faire voir.

J'ai pris une livre de Vinaigre, dont l'Acide,

de, à l'essai, étoit absorbé par six grains de Sel de Tartre; je l'ai distillé au feu de Sable, & j'ai séparé la liqueur qui distilloit, en cinq portions, dans le courant de la distillation, que j'ai continuée jusqu'à ce qu'il ne me soit resté qu'un gros de résidence dans le vaisseau. La premiere liqueur, qui est réputée flegme, avoit une odeur de Baissiere. J'en ai fait l'essai à deux gros (qui est toujours la dose des essais rapportés dans ce Mémoire), & l'Acide de ces deux gros a été absorbé, en fermentant par trois grains de Sel de Tartre seulement.

L'Acide de la seconde portion, qui commençoit à avoir une odeur moins desagréable, a été absorbé par cinq grains.

La troisieme, devenue un peu plus forte, a eu besoin de dix grains de ce Sel.

La quatrieme, de treize grains.

Et la cinquieme, qui étoit la plus forte, en a pris dix-neuf grains. La résidence restée dans le Vaisseau au poids d'un gros, étoit de couleur brune, épaisse, & chargée d'une croûte saline: elle étoit d'une odeur plus pénétrante que les cinq portions de liqueur dont je viens de parler. C'est cette partie de Vinaigre qui en retient le Sel essentiel le plus actif; mais elle est chargée de la partie sulphureuse grossiere de ce même Vinaigre, qui la rend desagréable à l'odorat & au goût. Cette résidence, quoique trop épaisse pour être essayée au Sel de Tartre, doit être réservée pour en tirer l'Acide le plus fort.

En continuant l'examen des Résidus, qu'on abandonne ordinairement comme inutiles après les distillations, j'ai trouvé qu'on peut

encore profiter de ce qu'ils ont de plus fort.

En les distillant très lentement, on en sépare plusieurs liqueurs, dont la plus foible est de même force que la quatrieme ou cinquieme portion, retirée par le procedé que je viens de décrire, & l'on a à la fin un Esprit de Vinaigre très pénétrant & très actif, mêlé d'un peu d'Huile fétide qui le jaunit. La derniere résidence qui ne monte pas, est une masse noire, épaisse & presque solide, qui tient concentré un reste d'Acide qu'on ne peut avoir qu'en poussant la distillation à feu ouvert, après y avoir mis un intermede.

Voilà le détail du travail long & assujettissant qu'on employe ordinairement pour avoir un Vinaigre actif & pénétrant. Il y a un autre moyen beaucoup plus court, & qui donne, par une voye très simple, l'Esprit le plus fort du Vinaigre; c'est en le faisant geler à l'air pendant les grands froids.

M. Stahl ne l'ayant qu'indiqué dans le Livre que j'ai cité, j'ai cru qu'un détail de nouvelles expériences pourroit être de quelque utilité.

Les grands froids de cette année m'ont été favorables, & j'avois heureusement des matériaux tout prêts, comme des Vinaigres distillés simples, des Vinaigres distillés de Résidus, & des Vinaigres qui avoient été déja concentrés pendant les froids des années précédentes.

J'ai exposé tous ces Vinaigres à la gelée: j'y ai exposé aussi des Vinaigres pris au hazard chez differens Vinaigriers, parce que le choix en étoit alors indifferent, & que j'évitois

tois les diſtillations par la concentration.

Dix-ſept à dix-huit pintes d'un de ces Vinaigres, qui à l'eſſai du Sel de Tartre avoit ſix degrés de force (c'eſt-à-dire qu'il falloit ſix grains de Sel de Tartre pour abſorber ſon Acide) ayant été réduites à ſix pintes par la gelée, le reſte s'étant ſéparé en glaces, ce Vinaigre, ainſi concentré, a été eſſayé de nouveau par le Sel de Tartre, & il en a fallu vingt-quatre grains pour abſorber ſon Acide.

Comme la gelée continuoit, & que le froid étoit aſſez vif pour me faire eſperer une plus forte concentration, j'ai expoſé à l'air cent deux pintes du même Vinaigre, que je n'ai pu réduire qu'à vingt-une pintes, à cauſe du dégel qui eſt ſurvenu; & à l'eſſai, il a porté vingt à vingt-un grains de Sel de Tartre.

Les premieres glaces qu'on ſépare dans ce procedé, ſont toutes blanches & inſipides comme de l'eau. A meſure que le Vinaigre ſe concentre, les lames de glaces devenant plus menues, plus ſpongieuſes, & en forme de neige, elles retiennent entre elles de la liqueur ſpiritueuſe, & il faut commencer à les conſerver, lorſqu'on s'apperçoit qu'elles ont aſſez d'acidité.

Il eſt aiſé, par ce moyen ſimple, d'avoir par degrés un Vinaigre de plus fort en plus fort, puiſque celui qui ne prenoit avant la gelée que ſix grains de Sel de Tartre, a augmenté ſucceſſivement de quatorze degrés de force, & qu'il en a pris juſqu'à vingt grains. Cependant il ne convient pas toujours de pouſſer trop loin la concentration du Vinai-

gre, parce qu'il devient trop épais: ſon Hui le & ſon Sel eſſentiel ſe concentrant, ce Se acide pourroit reſter dans la glace en pur perte, & c'eſt même par cette raiſon que j'a vertis qu'il faut conſerver les glaces, lorſ qu'elles ſont devenües aſſez acides.

Toutes ces glaces ayant été placées dans un lieu temperé pour s'y fondre, j'ai expoſé de noüveau la liqueur à la gelée, & par de nouvelles concentrations j'en ai eu vingt pintes de Vinaigre, dont l'Acide, à l'eſſai, a été abſorbé par huit grains de Sel de Tartre: par conſéquent ce Vinaigre moyen entre le flegme & le premier Vinaigre qui a été concentré, eſt de même force que les meilleurs Vinaigres de Paris.

Le Vinaigre que j'avois concentré à la gelée des années précédentes, & dont j'avois huit pintes, ayant été expoſé de nouveau cette année, a été réduit à deux pintes & demie. Je n'ai pu le concentrer davantage, puiſque ces deux pintes ne ſe ſont pas gelées le 19 Janvier, jour du plus grand froid. A ce point de concentration il a pris quarante-quatre grains de Sel de Tartre, & ſa glace dégelée a conſervé encore aſſez de force pour fermenter avec treize grains de ce Sel.

La concentration du Vinaigre diſtillé ſe fait auſſi par la même voye: j'en ai expoſé vingt-cinq pintes à la gelée, & je l'ai réduit inſenſiblement & par degrés à quatre pintes: il s'eſt trouvé très fort, puiſqu'il a pris trente-huit grains de Sel de Tartre, & que les glaces dégelées en ont encore pris neuf grains.

J'ai auſſi expoſé à la gelée quatorze à quin-

ze

ze pintes de la liqueur diſtillée des Réſidus du Vinaigre, que j'ai réduites à trois pintes d'un Vinaigre très acide & très pénétrant qui a pris cinquante-huit grains de Sel de Tartre.

J'ai expoſé la derniere liqueur rouſſe tirée du Réſidu de ce Vinaigre diſtillé: les premiers froids n'ont fait ſur elle aucun effet, & elle n'a pu ſe geler que le 19 Janvier. La liqueur qui s'eſt concentrée eſt devenue huileuſe: elle a conſervé ſon odeur empyreumatique, mais plus pénétrante: à l'eſſai il a fallu, pour abſorber ſon Acide, ſoixante grains de Sel de Tartre, & pour ſa glace dégelée, trente-ſix grains. Ainſi, par la concentration on abrege conſiderablement les diſtillations du Vinaigre, & l'on en retire l'Acide le plus fort; mais il faut rectifier par de nouvelles diſtillations ces differentes liqueurs, afin d'en ſéparer les parties huileuſes groſſieres dont elles ſont encore chargées.

La diſtillation au Sable convient pour le Vinaigre non diſtillé qui a été expoſé à la gelée, parce que c'eſt la plus aiſée & la plus prompte; mais pour les Vinaigres diſtillés, & qui ont jauni vers la fin de la diſtillation, ou à la concentration, il faut les rectifier au Bain Marie; & une Cornue eſt plus propre à cette rectification que tout autre Vaiſſeau, parce qu'on n'a beſoin que de faire monter l'Acide qui paſſe, à l'aide de cette chaleur, preſque entierement détaché ou ſéparé de l'Huile fétide trop groſſiere, laquelle reſte au fond de la Cornue.

J'ai dit que le bon Vinaigre n'étoit que du Vin qui, ſans changer de nature, n'avoit

fait que changer d'odeur & de goût, puisque, ainsi que je l'ai fait remarquer, on peut faire du Vinaigre excellent avec du bon Vin, sans qu'on puisse craindre l'évaporation de la partie inflammable, en prenant la précaution de boucher exactement le vaisseau; par conséquent l'Esprit de Vin y est resté presque en entier, comme je l'ai avancé; mais il faut l'en retirer pour le rendre sensible.

Il semble que lorsqu'on a concentré le Vinaigre par la gelée, & qu'on en a séparé le flegme surabondant, il devroit s'enflammer; mais cependant il ne le fait pas, parce qu'alors les Acides & l'Huile grossiere du Vinaigre tiennent encore la partie inflammable embarrassée, & s'opposent à l'action de la flamme.

Il faut donc distiller cette liqueur concentrée, afin que l'Esprit de Vin, qui en est la partie la plus légere, puisse se dégager & s'élever; & c'est lui qui, contre le procedé des distillations ordinaires du Vinaigre, reparoît le premier dès cette premiere distillation. Il n'est d'abord inflammable que comme l'Eau de vie; mais en le redistillant de nouveau au Bain Marie, il met le feu à la Poudre, comme l'Esprit de Vin le mieux rectifié, avec cette difference que cet Esprit est chargé d'une Huile essentielle d'un goût âcre & d'une odeur empyreumatique qui le jaunit, & dont il conserve l'odeur. Cet Esprit, du moins celui qui vient le premier, ne retient rien de l'Acide du Vinaigre, puisqu'il n'altere pas la teinture des Violettes, & qu'il ne fermente pas non plus avec le Sel de Tartre.

Si

Si l'on retarde considérablement la distillation de ce Vinaigre concentré, on donnera le tems aux Acides de s'étendre & d'agir de nouveau sur cette Huile du Vin. Alors une partie s'en dissipera, & l'autre partie s'étant rencontrée dans l'Acide, ne donnera plus de liqueur inflammable par la distillation : c'est ce que j'ai éprouvé, en distillant au Bain Marie du Vinaigre concentré par la gelée depuis plusieurs années.

C'est donc en déflegmant le Vinaigre par le froid & la gelée, qu'on peut facilement retrouver l'Esprit inflammable du Vin, & démontrer qu'il est presque en entier dans le Vinaigre ; ce qu'on ne peut faire appercevoir aussi sensiblement par les distillations ordinaires.

En continuant par le Bain Marie la distillation du Vinaigre concentré, dont j'avois employé quatre livres deux onces, il m'est resté, après la distillation cessée, quatorze onces de résidence qui n'a pu monter, parce qu'elle étoit trop épaisse. Je l'ai trouvée couverte d'une croûte saline, qui est le vrai Sel essentiel du Vinaigre, & qui n'est plus de la même nature du Tartre, puisque le Tartre du Vin est sans odeur, au-lieu que ce Sel du Vinaigre, qui a une odeur pénétrante, est l'Acide du Tartre subtilisé par son union avec les Soufres. Si alors, au-lieu de Bain Marie, on se sert d'un feu de Sable doux pour continuer la distillation, sans brûler la matiere, une partie de ce Sel se résoudra, & fournira un dernier Esprit acide, qui est le plus fort qu'on puisse retirer. Une preuve

que le Tartre n'existe plus dans le Vinaigre sous la même forme, c'est qu'on ne trouve jamais de Tartre dans les Tonneaux des Vinaigriers : on y trouve seulement après un fort long tems une Lie très fine, que les Vinaigriers nomment la *Mere du Vinaigre*, & qu'ils conservent avec soin pour la rejetter sur les nouveaux Tonneaux qu'ils sont obligés de remonter. Cette matiere m'a donné dans la distillation les mêmes liqueurs que le Vinaigre, mais plus huileuses.

Pour donner une Analyse complete du Vinaigre : après avoir tiré au feu de Sable tout ce que les résidences réunies ont pu fournir d'Esprit acide, j'ai trouvé au fond de la Cucurbite une masse très brune, d'une consistence d'extrait assez solide. J'en ai mis deux livres avec six livres de Sablon bien lavé & bien sec dans une Cornue, & en les poussant à feu gradué, j'ai retiré d'abord environ six onces d'un Esprit acide, sentant très fort l'empyreume, & qui étoit déja coloré de quelque portion d'Huile; ensuite sept onces d'un Esprit d'odeur urineuse volatil : enfin les vapeurs blanches ont paru, de plus épaisses en plus épaisses : il s'est attaché au parois du Balon un Sel volatil concret, & j'ai trouvé nageantes sur l'Esprit quatre onces d'Huile épaisse & fétide : le Sel volatil concret rassemblé pesoit deux gros. La matiere noire demeurée au fond de la Cornue m'a fourni, après avoir éte calcinée & lessivée, un Sel alkali gras qu'il est presque impossible de dessecher.

Avec ces Esprits de Vinaigre ainsi concentrés,

trés, je fais la *Terre foliée* beaucoup plus aisément que par le procedé ordinaire. J'employe à cette operation l'Esprit le plus fort, c'est-à-dire, celui qui à l'essai prend soixante grains de Sel de Tartre: le Sel de Tartre étant bien soûlé de l'Acide de ce fort Esprit de Vinaigre, je distille cette liqueur très lentement au feu de Sable; la premiere liqueur qui vient, a l'odeur de l'Esprit de Vin, & en la jettant dans le feu, elle s'y enflamme comme l'Eau de vie; la liqueur qui suit est assez singuliere, ce n'est plus qu'un flegme empreint d'une légere portion d'Huile, qui au bout de douze heures se colore d'une teinte vineuse qu'il conserve assez de tems, après quoi il la perd peu à peu, puis devient jaune. Par cette nouvelle union de l'Acide le plus fort du Vinaigre avec le Sel alkali, je retrouve un Esprit de Vin très fort, & moins chargé d'Huile. Ce mêlange, réduit à siccité, devient une espece de Terre foliée faite par une voye plus prompte.

J'ai pris deux onces de cette espece de Terre foliée; & pour en séparer l'Acide du Vinaigre qu'elle contient, & l'avoir le plus pur, & le plus débarrassé de son Huile, je l'ai mis dans une Cucurbite de Verre garnie de son Chapiteau tubulé & de son Récipient; j'ai versé dessus peu à peu de l'Huile de Vitriol blanche la plus concentrée: à mesure que le Sel de Tartre a touché l'Acide vitriolique, il s'est fait une fermentation vive, la matiere s'est échauffée considerablement, l'Acide vitriolique, comme le plus fort, a été absorbé par le Sel de Tartre, & pendant cette

union l'Acide du Vinaigre, comme plus foible, s'eſt dégagé & s'eſt élevé en vapeurs blanches. J'ai trouvé dans le Récipient environ un gros d'un Eſprit acide de Vinaigre très volatil & très pur, puiſqu'il a été diſtillé ſans le ſecours du feu. Enſuite j'ai mis la Cucurbite au Bain Marie, qui n'a rien fait monter; mais en la portant au feu de Sable, j'ai retiré encore environ demi-once d'un ſecond Eſprit volatil, preſque auſſi pénétrant que le premier, mais plus ſulphureux. J'ai trouvé depuis, que ce dernier procédé étoit décrit dans les Leçons Allemandes de Chimie du Docteur Roth, *chap.* 4. *page* 61.

La concentration du Vinaigre par la gelée, fournit donc un Vinaigre très fort.

Puis, par la diſtillation ſans aucune addition, un Eſprit de Vin auſſi inflammable que s'il eût été tiré des meilleures Eaux de vie.

Enſuite un premier Vinaigre plus fort qu'aucun Vinaigre diſtillé par les procedés ordinaires.

Un ſecond Vinaigre beaucoup plus fort que ce premier.

Par la Terre foliée, dont je viens de parler,

Un dernier Eſprit encore plus actif & plus dépouillé d'Huile, que celui qu'on retire par la longue préparation des Cryſtaux de Venus ou de Verdet.

Un Eſprit volatil urineux.

Un Sel volatil en forme ſeche.

Une Huile épaiſſe & fétide.

Et enfin un Sel alkali.

Ces Eſprits volatils de Vinaigre peuvent s'em-

s'employer avec succès dans les cas de Vapeurs, où l'on se sert de l'odeur pénétrante des Sels volatils.

DE LA POUSSÉE DES VOUTES.

Par M. COUPLET. *

L'EXAMEN que j'ai fait de la poussée des Terres, considerées comme roulantes & détachées les unes des autres, contre toutes sortes de Revêtemens, & dans toutes les hypotheses d'arrangement de Terres, & la détermination que j'ai fait des bases de ces Revêtemens, pour qu'ils puissent résister à la poussée de ces Terres & aux efforts accidentels qui peuvent s'y joindre, en dirigeant l'effort composé de la poussée des Terres, des efforts accidentels, & de la pesanteur du Revêtement, vers un point donné quelconque de la base dudit Revêtement, paroît demander que j'examine les poussées des Voutes contre leurs pieds-droits, dans toutes les hypotheses d'arrangement de Vousioirs polis, ou non polis; & que je détermine les épaisseurs des pieds-droits, en dirigeant, comme j'ai fait dans la poussée des Terres, l'Effort composé de la poussée de la Voute & de la pesanteur du pied-droit, vers un point donné quelconque de la base de ce pied-droit.

Quoique cette matiere paroisse differente de

* 9 Fevr. 1729.

de l'autre, elle n'eſt cependant, à le bien-prendre, que la même, ou du moins l'une paroît être une ſuite néceſſaire de l'autre; c'eſt pourquoi je crois placer ces nouvelles recherches en leur lieu, en les mettant à la ſuite de la pouſſée des Terres.

Ceux qui ont propoſé ces deux Problemes d'Architecture, en ont bien ſenti la liaiſon, en les propoſant tous deux enſemble; & ceux qui ont entrepris leur ſolution, ont confirmé l'identité de cette matiere, en travaillant à la ſolution de l'un & de l'autre.

Les tentatives qu'ils ont faites pour la ſolution de ces Problemes, m'ayant toutes paru erronées ou inſuffiſantes, j'ai cru que dans la recherche que j'ai faite, il étoit à propos de tirer l'examen des Voutes dès leur premier principe, ſans m'embarraſſer de tout ce qui a été fait ſur cette matiere, quoique pluſieurs des Solutions que je trouve ſoient ſemblables, ou bien par la maniere de réſoudre, ou bien par les conſéquences, à celles de ceux qui ont le mieux traité cette matiere.

Je diviſe ce Mémoire en deux parties. Dans la premiere, j'examine la forme & la pouſſée des Voutes, & l'épaiſſeur de leurs pieds-droits, ſans y faire entrer l'engrénement des Vouſſoirs qui les empêchent de gliſſer les uns contre les autres.

Dans la ſeconde partie, je détermine les plus petites épaiſſeurs que l'on puiſſe donner aux Voutes circulaires uniformes; j'en détermine auſſi les pouſſées, en y faiſant entrer l'engrénement & la liaiſon des Vouſſoirs qui les empêchent de gliſſer les uns con-

contre les autres, ce qui n'a point encore été examiné par perſonne, que je ſache.

Enfin j'y donne l'épaiſſeur des pieds-droits telle que l'Effort compoſé de la pouſſée de la Voute & de la peſanteur du pied-droit, eſt toujours dirigé vers un point donné quelconque de la baſe du pied-droit.

PREMIERE PARTIE.

Où l'on examine la forme & la pouſſée des Voutes, l'épaiſſeur de leurs pieds-droits, ſans y faire entrer l'engrénement & la liaiſon des Vouſſoirs qui empêchent ces Vouſſoirs de gliſſer les uns contre les autres.

LEMME.

* *Si la force* x *ſe décompoſe en deux forces* y *&* z, *ces trois forces ſeront entre elles comme les côtés d'un Triangle formé par les perpendiculaires menées ſur les directions de ces trois forces.*

Ceci eſt démontré dans preſque toutes les Méchaniques.

DEMONSTRATION.

Soit EG perpendiculaire ſur la direction AB de la force y; puis FG perpendiculaire ſur la direction AD de la force z, & HI perpendiculaire ſur la direction AC de la force x. Je dis que les trois côtés HI, HG, GI, du Triangle HGI, exprimeront les forces

* Fig. 1.

côtés *A E*, *A F*, du parallelogramme exprimeront les efforts que cette Clef *A* fait perpendiculairement ſur les Vouſſoirs voiſins.

Maintenant ſoit prolongée la direction *A E* de l'effort que la Clef *A* fait ſur ſon Vouſſoir voiſin *B* juſqu'en *H*; & du point *B*, où cette ligne rencontre la verticale *B K*, ſoit pris *B H* = *A E*, qui eſt l'effort que le Vouſſoir *B* a reçu de la Clef *A*, & ſoit achevé le parallelogramme *H I K B*; pour-lors ce Vouſſoir *B* preſſera ſon voiſin *C* avec une force *B I*, compoſée de la peſanteur *B K*, & de l'effort *B H* qu'il a reçu de la Clef *A*.

Or cette peſanteur *B K*, & cet effort compoſé *B I* du Vouſſoir *B* contre le Vouſſoir *C* feront faciles à déterminer, ſi l'on fait attention que l'effort compoſé *B I* doit être perpendiculaire ſur le joint, & que la force *B H*, que ce Vouſſoir a reçu de la Clef *A*, eſt donnée = *A E* avec ſa direction *A E B H*.

Donc ſi l'on fait *B I* perpendiculaire ſur le joint, & ſi par le point donné *H*, l'on tire la verticale *H I*, & que du point *I*, où elle rencontre *B I*, l'on tire *I K*, parallele à *B H*, l'on aura un parallelogramme *B H I K*, dont le côté vertical *B K* exprimera la peſanteur du Vouſſoir *B*; le côté *B H*, la force que ce Vouſſoir a reçu de la Clef *A*; & la diagonale *B I*, qui eſt perpendiculaire au joint, exprimera l'effort compoſé que le Vouſſoir *B* fait contre le Vouſſoir *C*.

Si l'on prolonge de même l'effort compoſé *B I* juſqu'en *L*, enſorte que *C L*, pris depuis la verticale *C N*, ſoit égale à *B I*; & ſi du

du point *C*, l'on tire *CM*, perpendiculaire ſur le joint, & *CN* & *LM*, verticales, & *MN*, parallele à *CL*; l'on aura un parallelogramme *CLMN*, dont le côté vertical *CN* exprimera la peſanteur du Vouſſoir *C*, le côté *CL* l'effort compoſé qu'il a reçu des deux premiers Vouſſoirs *A* & *B*, & la diagonale *CM*, qui eſt perpendiculaire au joint, exprimera l'effort compoſé que ce Vouſſoir & les précédens font contre le Vouſſoir *D*.

Enfin ſi l'on prolonge cet effort compoſé *CM* des trois premiers Vouſſoirs *A*, *B*, *C*, juſqu'en *O*, enſorte que *DO*, priſe depuis la verticale *DP*, ſoit égale à *CM*, & ſi du point *D*, l'on tire *DQ*, perpendiculaire ſur le joint, & des points *O* & *D* des verticales *OQ*, *DP*; & ſi du point *Q*, l'on mene *QP*, parallele à *OD*, l'on aura un parallelogramme *DOQP*, dont le côté *DP* exprimera la peſanteur du Vouſſoir *D*, le côté *DO* = *CM* exprimera l'effort compoſé que le Vouſſoir *D* a reçu des Vouſſoirs précédens *A*, *B*, *C*, qui le chargent, & la diagonale *DQ*, qui eſt perpendiculaire au joint, exprimera l'effort compoſé de tous les Vouſſoirs *A*, *B*, *C*, *D*, contre le pied-droit.

Donc les peſanteurs ou ſurfaces des Vouſſoirs ſont entre elles comme *AG*, *BK*, *CN*, *DP*; & les pouſſées des mêmes Vouſſoirs ſont exprimées par les lignes *AE*, *BI*, *CM*, *DQ*; & ces Vouſſoirs ſeront en équilibre, c'eſt-à-dire, ne gliſſeront point les uns contre les autres, puiſque de la peſanteur de chaque Vouſſoir & de la preſſion qu'il reçoit de celui qui le précede, il en réſulte un effort

com-

composé perpendiculaire sur le joint du Voussoir suivant, ce qui l'empêche de glisser, & fait qu'il est en équilibre. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

* Comme la ligne *D Q* exprime la poussée résultante de tous les Voussoirs *A*, *B*, *C*, *D*, contre le pied-droit, il est évident que si le joint *S σ* est horizontal, cette poussée *D Q* sera perpendiculaire à la base du pied-droit, & pour-lors il faudroit que la pesanteur du Voussoir *D* fût infinie pour résister à la poussée *C M* des Voussoirs précédens; car si le joint *S σ*, sur lequel ce Voussoir *D* est posé, étoit horizontal, il n'auroit par lui-même aucune force pour résister à une poussée qui ne lui seroit point verticale, à moins qu'il ne fût d'une pesanteur infinie; car ce Voussoir étant d'une pesanteur infinie, & ne recevant des Voussoirs précédens qu'un mouvement fini exprimé par *C M*, il ne cederoit à la pression finie de ces Voussoirs qu'avec une vîtesse infiniment petite.

Mais comme un Voussoir d'une pesanteur infinie ne peut avoir lieu dans la pratique, il faut supposer que le dernier Voussoir, dont le joint est horizontal, ne sauroit glisser à cause de l'engrénement de ses parties, & par conséquent ne sauroit ceder, que le pied-droit & son pilier-buttant ne recule.

Pour cela il faudra considerer les Voussoirs qui auront les joints trop approchans de l'hori-

* Fig. 2.

rizontale, comme ne faisant qu'un corps avec le pied-droit & le pilier-buttant.

COROLLAIRE II

* Si le joint *Sσ*, qui n'est point horizontal, est le dernier que l'on considere dans la Voute, il faudra décompofer la preffion *DQ* sur ce joint en deux forces *Dπ*, *Dδ*, dont l'une *Dπ* est verticale, & l'autre *Dδ* est horizontale.

Alors la force verticale *Dπ* ne fera point effort pour renverfer le pied-droit, mais au contraire elle fera toute employée à l'affermir; au-lieu que la force horizontale *Dδ* fera toute employée à faire effort pour le renverser.

THEOREME I.

* *Lorsque tous les joints de la Voute sont dirigés vers un même point* R, *comme l'on dit qu'ils doivent être dans la Voute, dont l'intrados est circulaire, si l'on tire une ligne horizontale quelconque* Sλ, *les pesanteurs des Voussoirs* A, B, C, D, *seront exprimées par les parties* XY, VX, TV, ST, *de cette ligne horizontale renfermées entre les joints prolongés de ces Voussoirs.*

Leurs poussées seront exprimées par RX, RV, RT, RS, *qui sont les prolongemens de leurs joints inférieurs interceptés & compris entre le point de concours* R *& la ligne horizontale* Sλ, *si tous ces Voussoirs sont équilibre entre eux.*

Ce

* Fig. 2.

Ce Théoreme a été démontré par M. de la Hire & par plusieurs autres Géometres: cependant, comme il est commode d'avoir ensemble tout ce qui appartient à cette matiere présente, & que je crois avoir trouvé une Démonstration plus simple que les autres, j'espere qu'on ne trouvera point mauvais que je la rapporte.

DEMONSTRATION.

Puisque la ligne *Sλ* est horizontale, elle sera perpendiculaire aux directions verticales *AG*, *BK*, *CN*, *DP*, des pesanteurs de tous les Voussoirs qui font équilibre entre eux.

Et de même puisque les lignes *RY*, *RX*, *RV*, *RT*, *RS*, sont les prolongemens des joints de la Voute, elles seront perpendiculaires aux pressions *AF*, *AE*, *BI*, *CM*, *DQ*, que les Voussoirs font sur ces joints; par conséquent les trois côtés *RX*, *RY*, *XY*, du Triangle *RXY*, seront perpendiculaires aux trois forces *AE*, *AF*, *AG*.

Donc (*par le Lemme précédent*) ces trois forces *AE*, *AF*, *AG*, seront exprimées par les trois côtés *RX*, *RY*, *XY*, de ce Triangle *RXY*.

C'est-à-dire, que la pesanteur *AG* du Voussoir *A* sera exprimée par *XY*; & sa poussée *AE*, ou son égale *BH*, contre le Voussoir *B*, sera exprimée par *RX*.

Par la même raison les trois côtés *VX*, *RV*, *RX*, du Triangle *VRX*, sont perpendiculaires aux forces *BK*, *BI*, *BH*; & par con-

conséquent ces trois forces seront exprimées par les trois côtés de ce Triangle; savoir, sa pesanteur *BK* par *VX*; l'effort *BH* qu'il a reçu du Voussoir *A*, précédent, par *RX*; & l'effort *BI* résultant des deux premiers, par *RV*.

De même les trois côtés *TV*, *RV*, *RT*, du Triangle *TVR*, sont perpendiculaires aux forces *CN*, *CL*, *CM*.

Donc (*par le Lemme précédent*) la pesanteur *CN* du Voussoir *C*, sera exprimée par *TV*; l'effort composé *CL* qu'il a reçu des deux Voussoirs précédens sera exprimé par *RV*; & l'effort composé *CM*, qu'il fait contre le Voussoir *D*, sera exprimé par *RT*.

Enfin puisque les trois côtés du Triangle *SRT* sont perpendiculaires aux trois efforts *DP*, *DO*, *DQ*, la pesanteur *DP*, du Voussoir *D*, sera exprimée par *ST*; l'effort *DO* = *CM*, qu'il a reçu des Voussoirs précédens, sera exprimé par *RT*; & l'effort composé *DQ* résultant de la poussée que tous les Voussoirs *A*, *B*, *C*, *D*, font sur le pied-droit, sera exprimé par *RS*, qui lui est perpendiculaire.

Donc les pesanteurs des Voussoirs *A*, *B*, *C*, *D*, seront exprimées par *XT*, *VX*, *TV*, *ST*.

Et les efforts qui se font sur leurs joints inférieurs, seront exprimés par *RX*, *RV*, *RT*, *RS*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

† Si du centre R de la Voute, l'on tire la verticale RZ sur l'horizontale $S\lambda$, cette verticale RZ exprimera l'effort horizontal de la Clef, & en même tems l'effort horizontal de toute la Voute, ou d'une portion quelconque d'icelle, comme il est évident, puisque chaque partie de la Voute, de même que la Voute entiere, doit faire équilibre avec la Clef.

Cette proprieté peut encore se démontrer de la maniere suivante.

* L'effort AE de la Clef A sur son joint βE se décompose en deux forces $A\beta$, $A\mu$, dont l'une $A\beta$ est horizontale, & d'autre $A\mu$ est verticale.

Mais les côtés du Triangle XRZ sont perpendiculaires sur les forces AE, $A\beta$, $A\mu$. Donc la force AE est représentée par XR, la force $A\beta$ par RZ, & la force $A\mu$ par XZ.

De même l'effort DQ résultant de toute la Voute sur le dernier joint $S\sigma$, se décompose en deux efforts $D\delta$, $D\pi$, dont l'un $D\delta$ est horizontal, & l'autre $D\pi$ est vertical.

Mais les côtés du Triangle RSZ sont perpendiculaires sur les trois forces DQ, $D\delta$, $D\pi$. Donc SR représentera l'effort résultant de toute la Voute, ou de la demi-Voute, ce qui est le même, sur le dernier joint $S\sigma$; le second côté SZ représentera la force

† Fig. 2. * Fig. 2.

ce verticale $D\pi$, ou la pesanteur de la demi-Voute; & le troisieme côté RZ représentera l'effort horizontal $D\delta$ résultant de la demi-Voute.

Ainsi la même ligne RZ exprime la force horizontale de la Clef A, aussi-bien que la force horizontale de la demi-Voute entiere. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROBLEME II.

Déterminer la longueur des Voussoirs qui par leur propre poids se soutiennent en équilibre dans une Voute circulaire, sans y considerer l'engrénement des parties.

SOLUTION.

*Soit une Voute dont l'intrados $MNOPQRS$ soit circulaire; & soient les épaisseurs MN, NO, OQ, &c. des Voussoirs égales dans l'intrados.

Il s'agit de déterminer leur longueur TN, XO, &c. telle qu'ils fassent équilibre avec la Clef A, dont la longueur VP est donnée.

Pour cela soient prolongés les joints des Voussoirs jusqu'au centre C de la Voute, où je suppose qu'ils aboutissent tous.

Ces joints prolongés formeront des secteurs MCN, NCO, OCQ, &c. qui seront tous égaux & connus, lesquels secteurs je nomme f.

Soit

* Fig. 3.

Soit la pesanteur de la Clef, que j'exprime par la surface $IOQ\beta$..... $= a$.

La pesanteur d'un autre Voussoir quelconque $LMNT$............. $= b$.

Le secteur $IC\beta$, qui contient la Clef, sera..................... $= a + f$.

Et le secteur LCT qui contient un Voussoir quelconque B, sera... $= b + f$.

Comme nous avons supposé l'arc $OQ =$ à l'arc MN, le secteur $IC\beta$ sera semblable au secteur LCT.

Donc ces secteurs sont entre eux comme les quarrés de leurs rayons.

Ainsi l'on aura cette Analogie

$$IC\beta : LCT :: VC^2 : LC^2.$$

C'est-à-dire...... $a + f : b + f :: VC^2 : LC^2$.

Donc $LC^2 = \frac{VC^2 \times \overline{b + f}}{a + f}$; & par conséquent $LC = \sqrt{\frac{VC^2 \times \overline{b + f}}{a + f}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Soit décrit un Cercle sur VC pour diametre; & du point D, où ce Cercle rencontre l'intrados, soit tirée l'ordonnée DE.

Pour-lors le diametre VC représentera la pesanteur du secteur entier $IC\beta$; & CE représentera celle du secteur OCQ; & l'autre partie VE représentera celle du Voussoir A.

Car

* Fig. 3.

Car le ſecteur $IC\beta$: OCQ :: VC^2 : PC^2, ou DC^2.

Mais VC^2 : DC^2 :: VC : EC.

Donc $IC\beta$: OCQ :: VC : EC.

Donc ſi l'on exprime le grand ſecteur $IC\beta$ par VC, il faudra exprimer le petit ſecteur OCQ par EC, & par conſéquent la difference de ces deux ſecteurs, c'eſt-à-dire, le Vouſſoir A, par VE.

Maintenant ſoit tirée l'horizontale FK, de maniere que ſa partie HK ſoit égale à VE. Car, comme l'on a vu (*Theor. I.*) les parties de cette horizontale FK devant exprimer les Vouſſoirs, ou, ce qui eſt le même, les peſanteurs des Vouſſoirs que nous exprimons par leur ſurface, il faut faire $HK = VE$, puiſqu'ils expriment tous deux le Vouſſoir A.

Alors ſi l'on veut pour exemple avoir la longueur LM du Vouſſoir B, ou le rayon LC de ſon extrados, ſoit porté GF, qui exprime le poids du Vouſſoir B, de E en Z, puis ſur ZC pour diametre ſoit décrit un demi-Cercle qui rencontre en Y l'horizontale VY qui eſt tangente de la Clef A.

Pour-lors il faudra faire le rayon LC de l'extrados du Vouſſoir $B = YC$, & par conſéquent la longueur LM du Vouſſoir B ſera égale $Y\lambda$.

Car nous avons vu dans le Théoreme I, que la peſanteur du Vouſſoir A étoit à la peſanteur du Vouſſoir B, comme HK : FG.

Mais HK étant égale à VE, exprime la peſanteur du Vouſſoir A, dans le tems que EC exprime celle du ſecteur OCQ ou MCN.

Donc FG exprime la peſanteur du Vouſ-

 ſoir

soir B, dans le tems que EC exprime celle du secteur MCN.

Mais $FG = ZE$ par la construction, donc $ZE + EC$, ou ZC, exprime la pesanteur du Voussoir B, plus celle du secteur MCN.

C'est-à-dire, que ZC exprime $b + f$ dans le tems que VC exprime $a + f$.

Donc $b+f : a+f :: ZC : VC :: \overline{ZC}^2 : \overline{YC}^2 :: \overline{YC}^2 : \overline{VC}^2$.

Donc $b+f : a+f :: YC^2 : VC^2$, & par conséquent $YC^2 = \frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a-f}$,

& $YC = \sqrt{\frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a+f}}$.

Mais par la solution $\sqrt{\frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a+f}} = LC$.

Donc LC doit être $= YC$, & par conséquent l'épaisseur LM du Voussoir B doit être $= Y\lambda$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Quoique feu M. Parent ait déja résolu ce Probleme, dont il est fait simplement mention dans l'Histoire de l'Académie de l'année 1704 ; comme j'ai trouvé ma résolution & ma construction beaucoup plus simple que la sienne, j'ai cru la devoir donner à l'Académie.

* *Si l'on ne se soucioit point de faire l'intrados de la Voûte circulaire, & qu'on voulût se contenter que la ligne* AB, *qui est également distante de l'intrados & de l'extrados, soit circulaire, il sera bien*

* Fig. 4.

bien facile de déterminer les longueurs FG, HI, KL, *des Voussoirs qui doivent composer la Voûte, ensorte qu'ils soient tous en équilibre entre eux, en supposant toujours que l'engrénement de leurs parties ne sauroit les empêcher de glisser sur leurs joints : c'est ce que nous allons déterminer dans le Probleme suivant.*

PROBLEME III.

Trouver les longueurs des Voussoirs d'une Voûte, telle qu'un Arc de Cercle soit également distant de l'intrados & de l'extrados de chaque Voussoir.

SOLUTION.

* Soit *AB* l'Arc de Cercle qui doit être également distant de l'intrados & de l'extrados de la Voûte.

Divisez cet Arc de Cercle en parties *BC*, *CD*, *DE*, &c. égales entre elles, & tirez par le centre *Z* de cet Arc, & par les divisions *B*, *C*, *D*, *E*, &c. de ce même Arc, les droites *ZT*, *ZV*, *ZX*, *ZY*, &c.

Maintenant tirez une horizontale *ST*, telle que sa partie *TV* soit égale à la longueur *FG* que l'on veut donner au Voussoir qui porte sur le Coussinet ; ou, ce qui est le même, telle que sa partie $\delta\epsilon$, comprise entre les joints prolongés de la Clef, soit égale à la longueur $\pi\varrho$ que l'on veut donner à la Clef.

Enfin faites les longueurs *FG*, *HI*, *KL*, &c.

* Fig. 4.

&c. des Vouſſoirs égales aux parties *TV*, *VX*, *XY*, &c. de l'horizontale, qui ſont compriſes entre les joints prolongés de ces mêmes Vouſſoirs, de maniere que l'Arc *AB* ſoit toujours également diſtant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouſſoir. Cela fait,

Je dis que les Vouſſoirs ſe ſoutiendront en équilibre dans la Voute, ſans avoir beſoin d'engréner enſemble, pour ne pas gliſſer ſur leurs joints.

DEMONSTRATION.

Chaque Vouſſoir eſt égal à ſa largeur priſe par le milieu, multipliée par ſa longueur.

Mais l'Arc *AB* eſt également diſtant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouſſoir.

Donc chaque Vouſſoir eſt égal à ſa longueur multipliée par la partie de l'Arc *AB* qu'il comprend entre ſes joints.

Mais les joints des Vouſſoirs diviſent l'Arc *AB* en parties égales. Donc par la conſtruction ces Vouſſoirs ſont entre eux comme leur longueur.

Mais les longueurs des Vouſſoirs ont été faites égales aux parties *TV*, *VX*, *XY*, &c. de l'horizontale, qui ſont compriſes entre leurs joints prolongés.

Donc les Vouſſoirs, qui compoſent la Voûte, ſont entre eux comme les parties d'une même horizontale qui ſont compriſes entre leurs joints prolongés.

Donc par le Théoreme I, les Vouſſoirs de la

la Voûte feront équilibre entre eux, sans avoir besoin de s'accrocher les uns aux autres, pour ne pas glisser sur leurs joints. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

* Comme la Démonstration exige que chaque Voussoir ait son intrados & son extrados en Arcs de Cercles concentriques, ayant tous deux leur centre commun en *Z*, pourlors l'intrados & l'extrados ne sont point des Courbes parfaites, à moins que l'épaisseur de chaque Voussoir ne soit infiniment mince.

C'est pourquoi cette construction de Voute, aussi-bien que la précédente, demande que l'on adoucisse ces Courbes dentelées pour les rendre plus gracieuses, ce qui est aisé à faire.

Comme il faut imaginer les Voussoirs les plus minces qu'il est possible, afin de rendre les inégalités de l'intrados & de l'extrados moins grandes, il pourroit arriver que l'horizontale *ST* deviendroit trop écartée du centre *Z* de la Voûte, si l'on vouloit que les parties *TV*, *VX*, *XY*, de cette horizontale fussent elles-mêmes les longueurs des Voussoirs *FCG*, *HCI*, *KDL*, &c.

Pour remédier à cet inconvénient, on n'a qu'à tirer une autre horizontale *MN* plus proche du centre *Z* de la Voûte, & faire les longueurs *FG*, *HI*, *KL*, proportionnelles aux parties *OP*, *PQ*, *QR*, de cette horizon-

* Fig. 4.

zontale, qui ſont compriſes entre les joints prolongés de ces Vouſſoirs.

Il ſera même plus aiſé de trouver les longueurs des Vouſſoirs, en tirant une horizontale *MN*, telle que ſa partie *OP*, compriſe entre les joints du Vouſſoir qui porte ſur le Couſſinet, ſoit moitié de la longueur *FG* que l'on veut donner à ce Vouſſoir; car pour-lors il n'y aura qu'à porter les parties *OP*, *PQ*, *QR*, &c. de cette horizontale *MN*, de part & d'autre de l'Arc *AB*, ſur les joints des Vouſſoirs auxquels ces parties de l'horizontale appartiennent.

Comme pour exemple, il n'y aura qu'à porter *OP* en *BF*, & *BG*, pour avoir le Vouſſoir *FCG*.

De même il n'y aura qu'à porter *PQ* en *DH* & *DI* pour avoir le Vouſſoir *HCI*, & faire la même choſe pour les autres Vouſſoirs; & pour-lors on aura une Voûte dont les Vouſſoirs ſeront en équilibre, ſans avoir beſoin de s'accrocher par leurs joints, pour ne point gliſſer les uns contre les autres.

Car les parties *OP*, *PQ*, *QR*, &c. de l'horizontale *MN*, ſont entre elles comme les parties *TV*, *VX*, *XY*, de l'horizontale *ST*.

Mais les parties *TV*, *VX*, *XY*, &c. de l'horizontale *ST*, ſont entre elles comme les Vouſſoirs qui comprennent ces parties entre leurs joints prolongés, comme nous l'avons fait voir dans la Démonſtration du préſent Probleme, conformément au Théoreme I.

Donc les parties *OP*, *PQ*, *QR*, &c. de l'ho-

l'horizontale MN, sont entre elles comme les Voussoirs qui contiennent ces mêmes parties entre leurs joints prolongés.

Donc les Voussoirs qui composent la Voûte, seront en équilibre entre eux suivant le Théoreme I.

THEOREME II.

* *L'on aura la pesanteur de la moitié de la Voûte, si du dessous & du dessus de la Clef l'on tire deux lignes horizontales, c'est-à-dire, une tangente à l'intrados, & une tangente à l'extrados, toutes deux menées jusqu'à la rencontre du dernier joint inférieur du Voussoir prolongé; & la moitié de la somme de ces deux tangentes étant multipliée par la hauteur de la Clef qui est le premier Voussoir, donnera une surface égale à la coupe de la Voûte, & donnera par conséquent la solidité de la Voûte, & partant sa pesanteur.*

Quoique plusieurs Géometres ayent donné ce Théoreme, je ne laisserai pas d'en donner ici la Démonstration, afin qu'on ne soit point obligé de recourir ailleurs pour l'intelligence de ce Mémoire.

DEMONSTRATION.

* Les Triangles formés par les joints des Voussoirs prolongés jusqu'à la tangente de l'extrados, sont entre eux comme leurs bases prises sur cette même tangente.

De même les Triangles, qui vont jusqu'à la

* Fig. 6.

la tangente de l'intrados, sont aussi comme leurs bases prises sur cette tangente; mais les parties de la tangente de l'intrados, coupées par ces joints prolongés, sont entre elles comme les parties de la tangente de l'extrados, coupées par ces mêmes joints prolongés.

Donc les Triangles, qui ont leurs bases sur la tangente de l'extrados, sont proportionnels aux Triangles qui ont leurs bases sur la tangente de l'intrados.

Donc si l'on retranche les seconds Triangles des premiers dont ils sont parties, les restes qui sont compris entre ces deux tangentes, tant de l'extrados que de l'intrados, conserveront toujours le même rapport, & seront par conséquent dans le même rapport que les parties de la tangente de l'extrados.

Mais (*Théor. I.*) les Voussoirs sont aussi comme ces mêmes parties de tangente; donc les Voussoirs seront entre eux comme les parties comprises entre les deux tangentes.

Mais le premier Voussoir *TT* est égal au premier reste, c'est-à-dire, au premier Trapeze *TY* compris entre les deux tangentes. Donc les autres Voussoirs seront aussi égaux aux autres restes, chacun au sien; & par conséquent la somme des Voussoirs, ou surface, ou profil, de la demi-Voute, sera égale à l'espace compris entre ces deux tangentes. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Donc si l'intrados d'une Voûte est rectiligne &

& horizontale comme dans les Plattes-bandes, son extrados doit être aussi rectiligne & horizontale; car alors les Voussoirs ou Clavaux seront entre eux dans le rapport des segmens de ces lignes horizontales, comme ils doivent être pour faire équilibre entre eux, ainsi que nous l'avons démontré ci-devant, Théoreme I.

COROLLAIRE II.

* Donc si l'intrados est une ligne courbe quelconque, l'extrados sera aussi une courbe qui dépendra de la courbure de l'intrados.

COROLLAIRE III.

Donc les Voussoirs ne sont point en équilibre, lorsque l'on fait l'intrados curviligne & l'extrados rectiligne; cependant comme l'expérience fait connoitre que les Voussoirs ne s'échapent point dans cette construction, quoique l'équilibre n'y soit point conservé, cela ne peut venir que de l'adhérance que les Pierres qui les forment ont les unes avec les autres, & par conséquent de la difficulté qu'elles ont à glisser l'une sur l'autre. D'où l'on peut conclurre qu'il n'est point absolument nécessaire de proportionner les Voussoirs aux parties de l'horizontale dont nous venons de parler ci-devant, mais qu'il faut seulement avoir égard à cette proportion, lorsque la Voûte est d'une grandeur considerable

* Fig. 6.

rable & peu épaiſſe; car ſi la Voûte étoit grande & mince, pour-lors, quoique ſes Vouſſoirs ne puſſent point gliſſer l'un ſur l'autre, elle pourroit cependant changer ſa courbe, c'eſt-à-dire, la diminuer dans les endroits qui ſeroient trop chargés, & ſe convexer davantage dans les endroits qui ſeroient les moins chargés. D'où naîtroit certainement la rupture de la Voûte, ſi le changement de courbure devenoit conſiderable.

PROBLEME IV.

Déterminer la courbure uniforme d'une Voûte, telle qu'elle ſe maintienne en équilibre, & dont nous conſiderons les Vouſſoirs comme polis, c'eſt-à-dire, ſans liaiſon.

SOLUTION.

* Prenez une Corde garnie de poids égaux qui y ſeront attachés tout du long à égales diſtances, ces petits poids repréſenteront les Vouſſoirs effectifs de la Voûte que nous demandons.

Appliquez les deux bouts de cette Corde ſur les deux extrémités de l'intrados, c'eſt-à-dire, ſur les extrémités intérieures des Chevets, d'où la Voûte prend ſa naiſſance, & lâchez cette Corde juſqu'à ce qu'elle touche l'intrados de la Clef, que je ſuppoſe renverſée, ou juſqu'à ce qu'elle donne une Vouſſure à volonté. Cette Courbe eſt celle qu'il con-

* Fig. 5.

convient d'employer, comme nous en donnerons la Démonſtration ci-après. L'on en peut conclurre que ſi l'on veut donner une épaiſſeur uniforme à la Voûte, il faut donner vers le milieu de la Voûte la courbure d'une corde lâche, & faire l'intrados & l'extrados parallele à cette corde lâche.

Il s'agit donc de démontrer que toutes les parties de la Voûte ainſi conſtruite, ſeront en équilibre; ce qui doit arriver, puiſque la corde lâche donne naturellement cette Courbe, & que les forces centrifuges de cette corde lâche que je regarde comme une Voûte renverſée, ſont préciſément les mêmes que les forces centripetes de cette même Courbe redreſſée, dont la Voûte en queſtion ſera formée.

La corde lâche peut être conſiderée comme un Polygone *BCDEFGHA* d'une infinité de côtés tous égaux entre eux, & par conſéquent également peſants; ou plutôt, comme une corde à laquelle ſont attachés à diſtances égales un grand nombre de petits poids égaux *M*, *N*, *O*, *P*, *Q*, *R*.

Cela poſé, ſi, d'un point quelconque *S*, l'on tire des perpendiculaires *SI*, *SK*, *SL*, &c. ſur les côtés de la Courbe, ces perpendiculaires couperont une ligne horizontale *CH* en des parties égales, parce que les parties de cette ligne horizontale repréſenteront les poids *M*, *N*, *O*, *P*, *Q*, *R*, qui ſont tous égaux, comme nous allons le faire voir.

DEMONSTRATION.

Puisque la corde lâche eſt en équilibre dans toutes ſes parties, le poids *N* ſera en équilibre avec les forces dont les côtés *CD* & *DE* du Polygone ſont tirés.

Ces trois puiſſances ſeront donc entre elles comme les trois côtés d'un Triangle qui ſeroient perpendiculaires ſur leurs directions, c'eſt-à-dire, comme les côtés du Triangle *STV*, ſuivant le Lemme ci-devant.

Mais ces trois côtés du Triangle *STV* ſont perpendiculaires ſur les directions *CD*, *DN*, *DE*, de ces trois puiſſances. Donc *ST* repréſentera la force avec laquelle le côté *CD* eſt tiré; *TV* repréſentera la peſanteur du poids *N*; & *SV* la force avec laquelle le côté *DE* eſt tiré.

Par la même raiſon, le poids *O* eſt en équilibre avec les forces dont les côtés *DE*, *EF*, ſont tirés; ainſi ces trois puiſſances ſeront entre elles comme les côtés du Triangle *SVX*, qui ſont perpendiculaires ſur les directions de ces puiſſances.

Ainſi *SV* repréſentera comme auparavant la force avec laquelle le côté *DE* eſt tiré, comme nous venons de le voir dans le Triangle *STV*; *VX* repréſentera la peſanteur du poids *O*; & *SX* la force avec laquelle le côté *EF* eſt tiré.

L'on prouvera de même, que dans le Triangle *SXY*, le côté *SX* repréſentera la force dont le côté *EF* eſt tiré comme auparavant; le côté *XY* repréſentera la peſanteur du poids

P,

P, & le côté *ST* la force avec laquelle le côté *FG* est tiré.

Donc les parties *TV*, *VX*, *XY*, &c. de l'horizontale représenteront les poids *N*, *O*, *P*, &c. qui font courber la corde.

Mais les poids *N*, *O*, *P*, &c. qui font courber la corde sont tous égaux, puisqu'ils représentent les poids des parties égales de la corde. Donc les parties *TV*, *VX*, *XY*, &c. de l'horizontale doivent être égales, quand elles sont formées ou interceptées par des lignes *SI*, *SK*, *SL*, *Sπ*, &c. perpendiculaires aux directions *CD*, *DE*, *EF*, *FG*, &c. des côtés de la corde.

Mais nous avons vu ci-devant, que les poids des Voussoirs étoient représentés par les mêmes parties de cette horizontale; donc en donnant à la Voûte la courbure d'une corde lâche, tous les Voussoirs seront également pesants, & par conséquent la Voûte sera d'une épaisseur uniforme.

Il faut remarquer que cette courbure doit être placée un peu au-dessus du milieu de l'épaisseur de la Voûte, & qu'il lui faudra faire l'intrados & l'extrados parallele, parce que cette courbure est celle qui doit passer par les centres de gravité des Voussoirs; si même l'on place cette ligne au milieu, entre l'intrados & l'extrados, on ne s'écartera pas beaucoup de sa vraye position, & pour-lors il faudra faire les joints perpendiculaires à la courbure de la Voûte, puisque les directions des puissances doivent être perpendiculaires sur ces joints pour trouver un appui.

COROLLAIRE.

Comme dans la pratique l'on fait toujours les Voûtes d'une épaisseur uniforme, surtout dans les Voûtes d'Eglise qui ont une grande portée, il s'ensuit que la courbure de la corde lâche est la meilleure de toutes pour la construction de ces Voûtes.

Si l'on vouloit bâtir sur une partie quelconque de cette Voûte, il faudroit ajouter à la partie correspondante de cette corde lâche une pesanteur proportionnée à celle du Bâtiment dont elle devroit être chargée; & la courbe qu'elle indiqueroit, seroit celle qu'il faudroit employer.

PROBLEME V.

* *Dans une Voûte, dont l'intrados est circulaire, déterminer le point* M *par lequel l'effort composé de la demi-Voûte* ARTE *agit sur le Coussinet* EA.

SOLUTION.

† Cherchez par la méthode ordinaire l'énergie de chaque Voussoir par rapport au rayon vertical *TC*.

Divisez la somme de toutes ces énergies par la pesanteur de la demi-Voûte *ARTE*, le quotient sera la distance $\pi\delta$ du centre de gravité π de la demi-Voûte au rayon vertical *TC*.

* Fig. 6. † Fig. 6.

TC, comme il est démontré dans la maniere de trouver les Centres de gravité.

Par le centre de gravité π de la demi-Voûte *ARTE*, tirez la verticale $\lambda\mu$; & par le milieu ρ de l'épaisseur *TR* de la Voûte au sommet, tirez l'horizontale $\rho\sigma$.

Enfin par le point λ, où cette horizontale rencontre la verticale $\lambda\mu$, tirez λM perpendiculaire sur le Coussinet *EA*.

Je dis que le point *M* sera celui par lequel l'effort composé de la demi-Voûte agit sur le Coussinet. *Ce qu'il falloit trouver.*

DEMONSTRATION.

Le point π étant le centre de gravité de la demi-Voûte *ARTE*, il faut que d'un point de la verticale $\lambda\mu$ il y ait deux perpendiculaires λM, $\lambda\rho$, l'une sur le joint vertical *TR*, l'autre sur le Coussinet *EA*.

Car la demi-Voûte n'ayant ses appuis que sur le joint vertical *TR*, & sur le Coussinet *EA*, sa pesanteur qu'on peut exprimer par la verticale $\lambda\mu$, doit se décomposer en deux autres forces $\lambda\theta$, λM, perpendiculaires aux appuis *TR*, *EA*.

Le point ρ où l'effort horizontal $\lambda\theta$ rencontre le joint vertical *TR*, est celui par lequel la demi-Voûte comprime le joint vertical *TR*.

Donc le point *M* est celui par lequel l'autre effort λM, agit sur le Coussinet *EA*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

RE-

REMARQUE.

J'ai placé le point *p* au milieu du joint vertical *TK*, parce que c'est celui qui est le plus écarté de l'intrados & de l'extrados, lesquels sont sujets à divers accidens; car il faut toujours placer le point d'appui le plus surement qu'il est possible.

Comme, pour la solution de ce Probleme, il faudroit chercher l'énergie d'un grand nombre de Voussoirs, pour qu'il en puisse résulter quelque précision, je crois qu'il convient de le résoudre d'une maniere plus générale, comme on le voit ci-après, Probleme VI.

PROBLEME VI.

Trouver le centre de gravité de la demi-Voûte ANDE, *dont l'intrados est circulaire.*

SOLUTION.

*Soient tirées les tangentes *AO*, *ES*, aux sommets d'intrados & d'extrados, jusqu'à ce qu'elles rencontrent le joint prolongé *ND* du Coussinet.

Ces tangentes seront paralleles, & l'espace *AOSE* qu'elles comprennent, sera égal à la coupe *ANDE* de la demi-Voute, comme nous l'avons fait voir.

Du centre *C* de la Voûte soient tirées deux droites *CG*, *CH*, infiniment proches l'une de

* Fig. 7.

de l'autre; l'espace GI qu'elles comprendront entre les deux tangentes ES, AO, sera égal à l'espace Lm qu'elles comprendront dans la coupe de la Voûte, c'est-à-dire, que GI sera égal au Voussoir infiniment petit Lm.

Des extrémités M, m, de l'intrados Mm, du Voussoir infiniment petit Lm, soient tirées les ordonnées MP, mp, au rayon vertical AC.

Soit enfin tirée FQ, également distante des tangentes paralleles AO, ES; il est clair que l'espace $AOSE$, qui est égal à la coupe de la demi-Voute, est $= FQ \times AE$, & $GI = Tt \times AE$.

Cela fait, soit $CP = x$ & $Pp = dx$, $CA = CM = r$, $AE = a$.

On aura . . . . $PM = \sqrt{rr - xx}$.

Et sa differentielle . . . . $MR = \frac{-xdx}{\sqrt{rr - xx}}$.

On aura FT par cette analogie, $CP : PM :: CF : FT$, c'est-à-dire, $x : \sqrt{rr - xx} :: r + \frac{a}{2} : FT$, $= \frac{\sqrt{rr - xx} \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{x}$.

Et sa differentielle $Tt = \frac{-rrdx \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr - xx}}$.

Multipliant cette differentielle Tt par $AE = a$, le produit $\frac{-arrdx \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr - xx}}$ sera la

va-

valeur de GI, ou celle du Vouſſoir infiniment petit Lm, qui eſt la differentielle de la Voûte.

La differentielle Mm de l'intrados ſera $= \frac{-rdx}{\sqrt{rr-xx}}$, & par conſéquent le ſecteur MCm ſera $= \frac{-rrdx}{2\sqrt{rr-xx}}$.

Ajoûtant à ce ſecteur le Vouſſoir LM, la ſomme $\frac{-rrdx}{2\sqrt{rr-xx}} - \frac{ardx \times \overline{r+\frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr-xx}}$, ſera la valeur du ſecteur LCK.

Pour avoir le rayon LC de ce ſecteur LCK, on fera cette analogie $MCm : LCK :: \overline{MC}^2 : \overline{LC}^2$, c'eſt-à-dire, $\frac{-rrdx}{2\sqrt{rr-xx}} : \frac{-rrdx}{2\sqrt{rr-xx}} - \frac{arrdx \times \overline{r+\frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr-xx}} :: rr : LC^2$.

D'où l'on tire $LC^2 = rr + \frac{arr \times \overline{2r+a}}{xx} = \frac{rrxx+2ar^3+aarr}{xx} = \frac{rr \times \overline{2ar+aa+xx}}{xx}$.

Et par conſéquent $LC, = r \times \frac{\sqrt{2ar+aa+xx}}{x}$.

Et $LC^3 = r^3 \times \frac{\overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}}}{x^3}$.

Ayant

Ayant les expressions de LC, MC, Mm, on trouvera par la méthode ordinaire qui sert à trouver le centre de gravité de la difference de deux secteurs, l'énergie du Voussoir Lm, par rapport à la verticale AC, laquelle

énergie est $= \frac{\overline{LC}^3 \times Rm}{3AC} - \frac{\overline{AC}^2 \times Rm}{3}$.

Mettant en la place de LC, Rm, AC, leurs valeurs analytiques, l'on aura

$$- \frac{rrdx \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3} + \frac{rrdx}{3}$$ pour l'énergie ou le momentum du Voussoir infiniment petit Lm, c'est-à-dire, pour la differentielle de l'énergie ou momentum de la demi-Voûte par rapport à la verticale AC.

Ainsi l'intégrale de cette differentielle sera le momentum de la partie $AMLE$ de la demi-Voûte.

Divisant ce momentum $S - rrdx \times \frac{\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3} + S + \frac{rrdx}{3}$ par la pesanteur

$$AMLE = AIHE = FT \times AE = \frac{\sqrt{rr - xx} \times \overline{ar + \frac{aa}{2}}}{x}$$

Le quotient $$\frac{S - rrdx \times \frac{\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3xxx} + S + \frac{rrdx}{3}}{\frac{\sqrt{rr - xx} \times \overline{ar + \frac{aa}{2}}}{x}}.$$

se-

ſera la diſtance de la verticale *AC* au centre de gravité de la portion de la Voûte *AMLE*. *Ce qu'il falloit trouver.*

L'intégrale du dernier terme $\frac{rrdx}{3}$ eſt égale à $\frac{rrx}{3}$.

Ainſi toute la difficulté conſiſte à trouver l'intégrale de $-\frac{rrdx \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$ que je n'ai pu trouver ſans ſuppoſer la quadrature de l'hyperbole équilatere, où je la réduis de la maniere ſuivante. $-rrdx \times \frac{\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$

$= -\frac{rrx^{-3}dx}{3} \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}$.

Pour trouver l'intégrale de cette differentielle, je la transforme en une autre, en ſuppoſant $\frac{2ar + aa}{x} = u$, & par conſéquent $\frac{2ar + aa}{u} = x$.

D'où l'on tire $-dx = \frac{\overline{2ar + aa} \times du}{uu}$.

Multipliant cette égalité par la ſuivante, $\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}} = \overline{2ar + aa + \frac{\overline{2ar + aa}^2}{uu}}^{\frac{3}{2}}$.

On

On aura $-dx \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}} = \frac{\overline{2ar + aa} \times du}{uu}$

$\times \overline{2ar + aa + \frac{\overline{2ar + aa}^2}{uu}}^{\frac{3}{2}} = \frac{\overline{2ar + aa} \times du}{u^5}$

$\times \overline{\overline{2ar + aa} \times uu + \overline{2ar + aa}^2}^{\frac{3}{2}} = \frac{\overline{2ar + aa}^{\frac{5}{2}}}{u^5}$

$\times du \times \overline{uu + 2ar + aa}^{\frac{3}{2}}$.

Divisant le premier & le dernier membre de cette égalité par $x^3 = \frac{\overline{2ar + aa}^3}{u^3}$, l'on aura

$-dx \times \frac{\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{x^3} = \frac{du}{uu\sqrt{2ar + aa}}$

$\times \overline{uu + 2ar + aa}^{\frac{3}{2}}$.

Multipliant enfin par $\frac{rr}{3}$, l'on aura

$-\frac{rrdx \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3} = \frac{rrdu}{3uu\sqrt{2ar + aa}}$

$\times \overline{uu + 2ar + aa}^{\frac{3}{2}}$.

Ainsi l'intégrale de notre differentielle =

$-\frac{rrdx \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$ fera = à l'intégrale de $\frac{rrdu}{3uu\sqrt{2ar + aa}} \times \overline{uu + 2ar + aa}^{\frac{3}{2}}$ dans laquelle elle eſt transformée.

$$\text{Or } S\, \frac{rrdu}{3uu\sqrt{2ar + aa}} \times \overline{uu + 2ar + aa}^{\frac{3}{2}}$$

$$= -\frac{rr \times \overline{uu + 2ar + aa}^{\frac{3}{2}}}{3u\sqrt{2ar + aa}} + S\, \frac{rrdu \times \sqrt{uu + 2ar + aa}}{\sqrt{2ar + aa}}$$

Ainſi l'intégrale de notre differentielle transformée dépend de la quadrature d'une hyperbole équilatere par rapport à ſon ſecond axe.

Car $S + \frac{rrdu \times \sqrt{uu + 2ar + aa}}{\sqrt{2ar + aa}}$ eſt le produit de $\frac{rr}{\sqrt{2ar + aa}}$ & de $S\, du \times \sqrt{uu + 2ar + aa}$, qui eſt l'élément de la quadrature de l'hyperbole équilatere par rapport à ſon ſecond axe, & l'axe de cette hyperbole équilatere eſt $= \sqrt{2ar + aa}$, & la coupée u, priſe ſur ce ſecond axe, feroit $= \frac{2ar + aa}{x}$. *Ce qu'il falloid trouver.*

Ayant trouvé ce centre de gravité, l'on opérera comme dans le reſte du Probleme V.

PRO-

PROBLEME VII.

En supposant les Vaussoirs en équilibre, trouver l'énergie d'une Voûte quelconque pour renverser son pied-droit.

SOLUTION.

* Ayant décomposé, suivant le Cor. 2. du Probl. I. la pression *MP*, que la Voûte fait sur le Coussinet, en deux forces *MO*, *MN*, dont l'une est verticale, & l'autre horizontale, prolongez les joints *EA*, *BZ*, des Coussinets, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en *C*, puis tirez la corde *AB*, de la Voûte, & du point *C* tirez la verticale *CD*, qui sera perpendiculaire au point *D* sur la corde *AB*.

L'on aura un Triangle rectangle *ADC*, dont le côté *AD* représentera l'effort vertical *MO*, que la Voûte fait sur le pied-droit, par le Cor. Theor. I.

Le côté *DC* représentera l'effort horizontal *MN*, que la Voûte fait contre le pied-droit, par le Cor. du Theor. I.

Et le côté *AC* représentera l'effort que ladite Voûte fait perpendiculairement sur le Coussinet *EA*, par le Cor. Theor. I. parce que les côtés du Triangle *ADC* sont perpendiculaires aux trois forces *MP*, *MO*, *MN*.

Mais le côté *AD* de ce Triangle exprime aussi la pesanteur de la demi-Voûte *ARTE*, par le Cor. du Theor. I.

Donc

* Fig. 6.

Donc si l'on fait la pesanteur de la Voute $= p$, l'on aura la pesanteur AD de la demi-Voûte, ou l'effort vertical qu'elle fait sur le pied-droit $= \frac{p}{2}$.

Ainsi la Voûte fera contre le pied-droit deux efforts, dont l'horizontal MN est appliqué au Levier VK, pour renverser le pied-droit ; & l'effort vertical MO est appliqué à un bras de Levier FI pour affermir le pied-droit, en mettant le point d'appui en F, ou à un bras de Levier KI, si l'on veut mettre le point d'appui en K.

Donc si l'on retranche l'énergie de la force verticale MO, de l'énergie de la force horizontale MN, le reste sera l'énergie que la Voûte a pour renverser le pied-droit.

Pour trouver ces deux énergies, il faut commencer par déterminer le point M, par lequel l'effort λM agit sur le Coussinet EA.

Soit donc le point M, ou le point ω qui lui répond perpendiculairement, tel que $A\omega$ ou IH soit $= p$.

Soit de plus $AB = a$, & par conséquent $AD = \frac{a}{2}$.

Soit. . . . . $DC = b$.

L'épaisseur TR de la Voute à son sommet $= 2e$.

Comme nous avons fait $A\omega$, ou $IH = p$, nous aurons $M\omega$ par cette analogie AD : DC :: $A\omega$: $M\omega$.

C'est-à-dire $\frac{a}{2} : b :: p : \frac{2bp}{a} = M\omega$.

Re-

Retranchant $A\omega$ ou IH de KH, le reste KI fera le Levier auquel est appliquée la puissance verticale MO, pour affermir le pied-droit, & l'empêcher d'être renversé.

Ajoûtant $M\omega = \frac{2bp}{a}$ à la hauteur intérieure AH du pied-droit, la somme MI ou VK sera le Levier par lequel agira la force horizontale MN de la Voûte pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner autour du point d'appui K.

Pour déterminer ces Leviers, & les puissances qui leur sont appliquées, soit la hauteur intérieure AH du pied-droit $= C$, sa base $FH = x$.

$FK = \frac{mx}{n}$.

L'on aura VK ou $HA + M\omega = C + \frac{2bp}{a}$.

Et KI ou $KH - IH = x - \frac{mx}{n} - p$.

Voyons maintenant quelles sont les puissances appliquées à ces Leviers KI, VK.

Pour les trouver, soit le rayon AC ou $RC = r$;

L'on aura $C\rho \ldots = r + e$.

Et $\rho\sigma$ se trouvera par cette analogie, $CD : DA :: C\rho : \rho\sigma$.

C'est-à-dire, $b : \frac{a}{2} :: r + e : \rho\sigma = \frac{ar + ae}{2b}$.

Multipliant cette valeur de $\rho\sigma$ par $TR = 2e$, le produit $\frac{are + aee}{b}$ sera la surface de $TR\beta$, ou de la demi-Voûte $ARTE$.

Mul-

Multipliant cette ſurface de la demi-Voûte, qui exprime ſa peſanteur, par le Levier $KI = x - \frac{mx}{n} - p$.

Le produit $\frac{are + aee}{b} \times \overline{x - \frac{mx}{n} - p}$ ſera l'énergie de la puiſſance MO que la Voute employe pour retenir le pied-droit.

Voyons maintenant quelle eſt l'énergie de la puiſſance horizontale MN.

La puiſſance verticale MO eſt à la puiſſance horizontale MN comme $AD : DC$.

C'eſt-à-dire, $\frac{are + aee}{b} : MN :: \frac{a}{2} : b$.

Ainſi la puiſſance horizontale $MN = 2re + 2ee$.

Multipliant cet effort horizontal MN par ſon levier $VK = C + \frac{2bp}{a}$.

Le produit $\overline{2re + 2ee} \times \overline{C + \frac{2bp}{a}}$ ſera l'énergie horizontale que la demi-Voûte fait pour renverſer le pied-droit.

Enfin ſi de cette énergie horizontale de la Voûte qui tend à renverſer le pied-droit, on retranche l'énergie verticale $\frac{are + aee}{b} \times \overline{x - \frac{mx}{n} - p}$ que la Voute a pour retenir le pied-droit ;

Le reſte $\overline{2re + 2ee} \times \overline{C + \frac{2bp}{a}} - \frac{are - aee}{b}$

×

$\overline{xx - \frac{mx}{n} - p}$ sera l'énergie résultante de la Voûte pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner sur le point d'appui *K*. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME VIII.

* *Trouver la base du pied-droit telle que l'effort composé de la poussée de la Voûte & de la pesanteur dudit pied-droit soit dirigé vers un point quelconque* K *de sa base, en supposant toujours les Voussoirs sans liaison.*

SOLUTION.

Le point vers lequel est dirigé l'effort composé de plusieurs puissances, est le point d'appui sur lequel il les faut mettre en équilibre.

Ainsi il s'agit dans ce Probleme, de mettre l'énergie de la Voûte en équilibre avec celle du pied-droit sur le point d'appui donné *K*.

C'est-à-dire qu'il faut que l'énergie que la Voûte a pour renverser le pied-droit sur le point d'appui *K*, soit égale à l'énergie de la pesanteur dudit pied-droit sur le même point d'appui *K*, pour résister à la poussée de cette Voûte qu'il doit soûtenir.

Et comme nous avons trouvé dans le Probleme précédent, l'énergie que la Voûte a pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner sur le point d'appui *K*, il faut mainte-

* Fig. 6.

tenant chercher l'énergie de ce même pied-droit ſur le même point d'appui *K*.

Pour cela, ſoit comme dans le Probleme précédent,

La hauteur intérieure *AH* du pied-droit, ou ſon égale *QG*. . . . . $= c$.

La hauteur extérieure *EG*. . . . . $= d$.

On aura *EQ*. . . . . $= d - c$.

Sa hauteur moyenne *MI* ſera. . . . . $= \frac{c+d}{2}$.

Sa baſe entiere *FH*. . . . . $= x$

Sa partie *GH*, ou ſon égale *QA*. . . $= f$.

FK. . . . . $= \frac{mx}{n}$.

On aura la baſe *FG* de ſon talus. . . $= x - f$.

La ſurface du parallelogramme *QGHA* ſera. . . . . $= cf$.

Et la ſurface du Triangle *EFG* ſera. . . $= \frac{dx - df}{2}$.

Et la ſurface du Triangle *DQA* ſera. . . $= \frac{df - cf}{2}$.

Si l'on multiplie la ſurface ou peſanteur cf du parallelogramme *QGHA* par ſon bras de Levier $KI = FH - IH - FK = FH - \frac{GH}{2} - FK = x - \frac{f}{2} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $cfx - \frac{cff}{2} - \frac{cfmx}{n}$ ſera l'énergie du parallelogramme *QGHA*.

Et ſi l'on multiplie la peſanteur ou ſurface $\frac{dx - df}{2}$ du Triangle *EFG* par ſon bras de

Le-

Levier $KL = FL - FK = \frac{2FG}{3} - FK$
$= \frac{2x - 2f}{3} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $\frac{2dxx - 2dfx - 2dfx + 2dff}{6}$
$- \frac{dmxx + dfmx}{2n} = \frac{dxx - 2dfx + dff}{3}$
$- \frac{dmxx + dfmx}{2n}$ fera l'énergie du Triangle
EFG.

Et si l'on multiplie la pesanteur ou surface $\frac{df - cf}{2}$ du Triangle EQA, par son bras de
Levier $KX = FH - XH - FK = FH - \frac{2GH}{3}$
$- FK = x - \frac{2f}{3} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $\frac{dfx - cfx}{2} - \frac{2dff + 2cff}{6}$
$- \frac{dfmx + cfmx}{2n}$ fera l'énergie du Triangle
EQA sur le point d'appui K.

Enfin si l'on ajoute ensemble ces trois énergies, leur somme $cfx - \frac{cff}{2} - \frac{cfmx}{n}$
$+ \frac{dxx - 2dfx + dff}{3} - \frac{dmxx + dfmx}{2n}$
$+ \frac{dfx - cfx}{2} - \frac{dff + cff}{3} - \frac{dfmx + cfmx}{2n}$
$= \frac{cfx}{2} - \frac{cff}{6} - \frac{cfmx}{2n} + \frac{dxx}{3} - \frac{dfx}{6} - \frac{dmxx}{2n}$

 se-

sera l'énergie entiere du pied-droit sur le point d'appui K.

Laquelle énergie doit être égale à l'énergie

$$\overline{2re+2ee} \times \overline{c+\frac{2bp}{a}-\frac{are-aee}{b}} \times \overline{x-\frac{mx}{n}-p}$$

que la Voûte a pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner autour du point d'appui K, ce qui donne cette Equation $\frac{cfx}{2}-\frac{cff}{6}$

$$-\frac{cfmx}{2n}+\frac{dxx}{3}-\frac{dfx}{6}-\frac{dmxx}{2n}$$

$$=\overline{2re+2ee}\times\overline{c+\frac{2bp}{a}-\frac{are-aee}{b}}$$

$$\times\overline{x-\frac{mx}{n}-p}.$$

Multipliant par $6n$, on aura $3cfnx-cffn$ $-3cfmx+2dnxx-dfnx-3dmxx$

$$=\overline{2re+2ee}\times\overline{6cn+\frac{12bpn}{a}-\frac{are-aee}{b}}$$

$$\times\overline{6nx-6mx-6np}.$$

Divisant par $2dn-3dm$, l'on aura

$$xx+\frac{3cfnx-3cfmx-dfnx-cffn}{2dn-3dm}=$$

$$=\frac{\overline{2re+2ee}\times\overline{6cn+\frac{12bpn}{a}-\frac{are-aee}{b}}\times\overline{6nx-6mx-6np}}{2dn-3dm}$$

Faisant passer du premier membre dans le second, le terme qui ne contient poiut de x; & du second membre dans le premier, les termes qui contiennent x, l'on aura

$$xx + x \times \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.$$

$$= \frac{effn + \overline{2re + 2ee} \times \overline{6cn + \frac{12bpn}{a}} + \frac{are + aeb}{b} \times 6np}{2dn - 3dm}.$$

Ajoutant à chaque membre le quarré du coëfficient de x, l'on aura

$$xx + x \times \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} \overline{\frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm}} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3m} \end{array} \right.^{2}$$

$$= \frac{effn + \overline{2re + 2ee} \times \overline{6cn + \frac{12bpn}{a}} + \frac{are + aee}{b} \times 6np}{2dn - 3dm} + \left\{ \begin{array}{l} \overline{\frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm}} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.^{2}.$$

Et tirant la racine quarrée, l'on aura

$$x = \sqrt{\frac{\overline{cffn + 2re + 2ee} \times 6cn + \frac{12bpn}{a} + \frac{\overline{are + aee}}{b} \times 6np}{2dn - 3dm} + \left\{ \begin{array}{l} \overline{\frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm}}^{2} \\ + \frac{\overline{are + aee}}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.} - \frac{3cfn + 3cfm + dfn - are - aee \times \frac{6n - 6m}{b}}{2dn - 3dm}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

L'examen que je viens de faire de la pouſſée des Vouſſoirs conſiderés comme polis, & de la force des pieds-droits qui doivent ſoutenir leur effort, paroît demander que j'examine auſſi quelle eſt la charge que doit ſoutenir le Cintre de Charpente qu'on employe ordinairement pour la conſtruction de ces Voûtes, dont les Vouſſoirs ſont conſiderés comme polis.

M. Pitot a déja donné à l'Académie en 1726 la maniere de trouver le poids abſolu de la Voûte.

Ainſi je n'examinerai que le rapport qu'il y a entre le poids de la Voûte & la charge du Cintre.

Mais pour cela il faut faire la Remarque ſuivante.

RE-

REMARQUE.

* Quand les Voussoirs sont tous posés sur le Cintre à l'exception de la Clef, si on les considere comme polis, ensorte que le Cintre seul s'oppose à leur descente sur leurs joints;

Pour-lors chaque Voussoir comme *MmYV*, étant chargé d'autres Voussoirs *KMVZ*, ne chargera pas le Cintre comme il feroit s'il étoit libre, c'est-à-dire, s'il n'étoit point chargé des Voussoirs *KMVZ*; car les Voussoirs *KMVZ*, en le chargeant, feront effort pour le faire remonter sur son joint:

Ensorte qu'il ne restera au Voussoir *MmYV*, pour charger le Cintre, que la difference qui est entre l'effort qu'il feroit sur le Cintre, s'il étoit libre, & l'effort que les Voussoirs *KMVZ* font pour le faire remonter sur son joint *mY*.

Suivant cette idée, il en résultera que de tous les Voussoirs *KRXZ* qui composent la demi-Voûte en plein Cintre, il n'y aura qu'une partie *KMVZ* qui chargera le Cintre, pendant que l'autre partie *MRXV* fera plutôt effort pour s'écarter du Cintre, que pour le charger.

C'est pourquoi, avant de déterminer le rapport qu'il y a entre la pesanteur de la demi-Voûte *KRXZ* & la charge du Cintre avant que la Clef soit posée, je crois qu'il est à propos de chercher quelle est la portion *KMVZ*

* Fig. 8.

KMVZ de la Voûte qui charge le Cintre, & quelle eſt celle *MRXV* qui ne le charge point.

PROBLEME IX.

* *Soit une demi-Voûte* KRXZ, *en plein Cintre, & d'une épaiſſeur uniforme, dont la Clef* ZK *n'eſt pas encore poſée.*

On demande quelle eſt la portion KMVZ *de cette demi-Voûte qui charge le Cintre* KMR, *ou quelle eſt la portion* MRXV *de cette demi-Voûte qui ne charge point le Cintre.*

SOLUTION.

Imaginons la Voûte diviſée en une infinité de Vouſſoirs, comme *MmTV*, & faiſons paſſer un Arc *AD* par les centres de gravité de tous ces petits Vouſſoirs.

Soit *G* le centre de gravité de l'Arc *AD*.

Il ſera auſſi le centre de gravité de tous les Vouſſoirs qui ſont dans *KMVZ*.

Par le centre de gravité *G*, ſoit tirée la verticale *BN*; par le point *D*, qui eſt l'extrémité de l'Arc *AD*, ſoit tirée *DB* perpendiculaire ſur le joint *CV*.

Par le point *B*, où *DB* rencontre la verticale *BN*, ſoit tiré *BC* au centre *C*.

Enfin par un point quelconque *N*, de la verticale *BN*, ſoit tiré *NF* parallele à *BD*, & *NL* parallele à *BC*.

On aura un parallelogramme *BLNF*, dont la

* Fig. 8.

la diagonale BN étant verticale, & passant par le centre de gravité commun G de tous les Voussoirs $KMVZ$, pourra exprimer la pesanteur de tous les Voussoirs $KMVZ$.

Pour-lors le côté BL, étant perpendiculaire en D sur le rayon VC, aussi bien que l'Arc AD qui est le lieu de tous les centres de gravité des Voussoirs $KMVZ$, exprimera l'effort que tous ces Voussoirs ensemble font sur le joint MV.

Enfin le côté BF exprimera l'effort composé que tous les Voussoirs font vers le centre C de la Voûte.

Ainsi la pesanteur de tous les Voussoirs $KMVZ$ est à l'effort qu'ils font perpendiculairement sur le joint $VC :: BN : BL$, c'est-à-dire, comme le sinus de l'Angle total CBD du parallelogramme est au sinus de l'Angle CBN ou BCE, c'est-à-dire $:: DC : BE$, ou $:: DC : GH$.

Ou bien si l'on prend γ pour le centre de gravité de l'Arc $KM :: MC : \gamma I$.

Soit $MC = r$.

$KP = x \ldots . Pp = dx$.

$KM = z \ldots . Mm = \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$.

On aura $PM = \sqrt{2rx - xx}$.

$\gamma I = \frac{rx}{z}$.

Ainsi la pesanteur $KMVZ$ étant à l'effort qu'elle fait sur $VC :: MC : \gamma I$; si l'on exprime la pesanteur $KMVZ$ par $KM = Z$, on au-

aura $r : \frac{rx}{z} :: z$ eſt à un quatrieme terme x, qui ſera l'effort BL que la demi-Voûte fait perpendiculairement ſur VC.

Mais cet effort $BL = x$ étant perpendiculaire ſur VC, n'eſt plus perpendiculaire ſur le joint ſuivant YC.

C'eſt pourquoi cet effort $BL = x$ étant prolongé en Q, ſi l'on tire DO perpendiculaire ſur YC, & qu'on exprime cet effort $BL = x$ par DQ, il ſe décompoſera en deux forces DO, OQ.

L'effort DO, étant perpendiculaire ſur YC, eſt entierement employé à comprimer le joint inférieur YC du Vouſſoir $MmYV$.

L'effort OQ, étant ſuivant MY, eſt oppoſé à l'effort que le Vouſſoir $MmYV$ fait pour charger le Cintre en gliſſant ſur ſon joint Ym.

Ainſi l'effort $BL = x$, que le Vouſſoir $MmYV$ a reçu des Vouſſoirs précédens $KMVZ$, eſt à l'effort qui lui réſulte ſuivant $OQ :: DQ : OQ$.

Mais le Triangle DOQ étant ſemblable au Triangle MCm, on a $DQ : OQ :: CM : Mm$, c'eſt-à-dire $:: r : \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$.

Ainſi l'effort que le Vouſſoir $MmYV$ a reçu ſuivant OQ, eſt $= \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$.

Voyons maintenant quel eſt l'effort que le Vouſſoir $MmYV$ fait par lui-même pour com-

comprimer le Cintre en gliſſant ſur ſon joint inférieur Ym.

Puiſque nous avons exprimé par KM, la peſanteur de la ſomme des Vouſſoirs $KMVZ$, il faut exprimer par $Mm = \frac{rdx}{\sqrt{2rx-xx}}$, la peſanteur du Vouſſoir $MmYV$.

Or $MC : MR$ :: la peſanteur du Vouſſoir $MmYV$ eſt à l'effort qu'il fait pour gliſſer ſur ſon joint Ym.

C'eſt-à-dire $r : r-x :: \frac{rdx}{\sqrt{2rx-xx}}$: à un quatrième terme $\frac{rdx-xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$, qui eſt l'effort que le Vouſſoir infiniment petit $MmYV$ fait pour comprimer le Cintre C en gliſſant ſur ſon joint inférieur Ym.

Si de cet effort $\frac{rdx-xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$ que le Vouſſoir $MmYV$ fait pour deſcendre ſuivant ſon joint Ym, on retranche l'effort $\frac{xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$ que ce même Vouſſoir a reçu des Vouſſoirs précédens dans une direction OQ, oppoſée à celle de ſa deſcente:

Le reſte $\frac{rdx-xdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$ ſera l'effort avec lequel le Vouſſoir $MmYV$ comprime le Cintre.

c'est-à-dire, comme l'Arc *KM* est à son sinus *PM*.

COROLLAIRE III.

Si l'Arc *KM* devient égal au quart de Cercle *KMR*, pour-lors son sinus *PM* deviendra égal au rayon *CR*, ce qui donnera cette analogie:

La pesanteur de la demi-Voûte *KRXZ* est à l'effort que tous ses Voussoirs feroient sur le Cintre, s'il étoient libres, comme le quart de circonference *KMR* est au rayon *CR*.

Ou bien en multipliant ces deux derniers termes par la moitié du rayon, ce rapport sera comme la superficie du quart de Cercle *KCR* est à la moitié du quarré du rayon, ou bien :: 11 : 7, *ce qui est bien different* du rapport que M. Pitot a donné dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1726. pp. 317. 318. Remarque sixieme, où il donne le rapport du poids de la Voute uniforme en plein Cintre à la somme des pressions que ses Voussoirs feroient sur le Cintre de Charpente, comme le quarré du rayon est à la superficie du quart de Cercle, ou :: 14 : 11.

L'erreur sera plus facile à appercevoir, si l'on se représente la surface d'un quart de Cylindre, dont la hauteur soit égale à son rayon, & l'onglet tracé sur cette surface.

Car pour-lors l'intégrale des rayons du quart de Cercle * sera égale audit quart de surface cy-

* Fig. 9.

cylindrique, ou, ce qui eſt le même, à la moitié de la ſurface du Cercle.

Et l'intégrale de tous les ſinus du même quart de Cercle, ſera égale à la ſurface de l'onglet, qui eſt égale au quarré du rayon, comme je le vais démontrer.

L'on a les Triangles *CFO*, *MSm*, ſemblables, ce qui donne *CO* : *Mm* :: *OF*:*Sm*. Mais *CO* = *NR*, & *OF* = *OV*, & *Sm* = *RQ*: Donc *NR* : *Mm* :: *OV* : *RQ*. Ainſi *NR* × *RQ* = *Mm* × *OV*, c'eſt-à-dire, le rectangle *NQ* eſt égal au trapeze *ME*.

Donc l'intégrale, ou la ſomme de tous les *NQ*, qui eſt le quarré *CL* du rayon, eſt égale à la ſomme de tous les *ME*, qui eſt l'onglet *KTA*.

Mais l'onglet *KTA* exprime la ſomme de tous les ſinus tirés ſur l'Arc *KT*, & la ſuperficie cylindrique *KH* eſt la ſomme de tous les rayons tirés du même quart de circonference *KT*.

Donc M. Pitot auroit dû conclure: *Puiſque la peſanteur de chaque Vouſſoir eſt à l'effort qu'il fait ſur le Cintre, comme le rayon* CM *eſt au ſinus* MR, *ou bien, comme* MB *eſt à* MD; *la peſanteur de tous les petits Vouſſoirs ſera à la charge du Cintre, comme la ſomme des* MB *eſt à la ſomme des* MD, *c'eſt-à-dire*, :: KH : KTA, *ou bien, comme la ſurface du demi-Cercle eſt au quarré du rayon, & non pas comme le quarré du rayon à la ſurface du quart de Cercle.*

Je ne donne ce rapport que pour m'accommoder à l'hypotheſe de M. Pitot, qui prétend qu'il eſt démontré par les principes de Statique, que la peſanteur d'un Vouſſoir quel-

quelconque eſt à l'effort qu'il fait ſur le Cintre, comme le rayon *C M* eſt au ſinus *M R*.

Mais cette propoſition de Statique n'a lieu, comme je viens de le démontrer, que quand le Vouſſoir eſt libre, c'eſt-à-dire, n'eſt chargé d'aucun autre Vouſſoir.

Mais quand les Vouſſoirs ſont tous placés ſur le Cintre, à l'exception de la Clef, l'on trouvera le rapport de leur peſanteur à leur charge par le Probleme IX & ſon Corollaire premier, les Corollaires ſecond & troiſieme n'ayant été mis que pour l'hypotheſe impoſſible de M. Pitot, où il faudroit ſuppoſer que les Vouſſoirs ſont libres.

Juſqu'ici nous avons examiné quelle étoit la proportion des Vouſſoirs qui pouvoient gliſſer les uns contre les autres & s'échaper, lorſqu'ils ne feroient point équilibre par leur propre peſanteur. Mais comme nous avons remarqué dans le Corollaire troiſieme du Théoreme II, que les Vouſſoirs ſont aſſez adhérens pour ne pouvoir point s'échaper en gliſſant les uns ſur les autres, toute la Théorie précédente deviendroit inutile, ſi l'on n'examinoit point la proportion qu'il convient d'obſerver dans les Vouſſoirs qui ſont aſſez adhérens pour ne pouvoir point gliſſer, c'eſt-à-dire, ſi l'on n'examinoit point quelle doit être la moindre épaiſſeur avec laquelle la Voûte peut ſubſiſter ſans ſe rompre, dans l'hypotheſe que les Vouſſoirs ne ſauroient gliſſer les uns ſur les autres.

Comme cette nouvelle maniere de conſiderer les Voûtes n'a point encore été examinée, je la donne comme une ſuite de l'ancien

cien Syſteme de la Pouſſée des Voûtes ; où j'ai conſideré les Vouſſoirs comme des corps parfaitement polis, afin que l'on puiſſe avoir la difference de ces deux Syſtemes ; & c'eſt ce que je donnerai dans la ſeconde Partie de ce Mémoire.

MEMOIRE

SUR LE DIAPHRAGME.

Par M. SENAC. *

DEs Anatomiſtes célebres ont fouillé longtems dans le tiſſu du Diaphragme, pour en déveloper la ſtructure. Après leurs travaux, il ſemble qu'on ne puiſſe attendre de nous que des recherches ſtériles ; mais dans la carriere obſcure de la Phyſique, les lieux le mieux connus offrent toujours quelque nouveau ſpectacle.

Les deſcriptions les plus exactes du Diaphragme ne nous en donnent que des idées vagues : je vais rappeller en peu de mots ce que les Anatomiſtes ont écrit ſur ce Muſcle ; le détail de leurs obſervations ne ſera pas inutile pour juger de mes recherches.

Le Diaphragme eſt une cloiſon mouvante, qui ſépare la Poitrine de l'Abdomen ; ſa circonference eſt attachée aux bords des côtes, au

* 28. Mai 1729.

au Sternum, à l'épine du dos. La structure de cette cloison n'est pas uniforme. Sa partie moyenne est tendineuse; on l'a appellée le *centre nerveux.* Du contour de ce centre partent vers les côtes des fibres musculeuses qui marchent en forme de rayons; celles qui son placées à la partie postérieure & moyenne du Thorax, s'attachent à l'épine du dos, & forment deux faisceaux qui descendent le long des vertebres, on les nomme les *piliers du Diaphragme*, ou le *muscle postérieur inférieur.* En sortant du centre nerveux, ces piliers s'écartent l'un de l'autre, l'Oesophage passe dans l'espace qu'ils laissent entre eux; mais après qu'ils ont embrassé ce tuyau, ils ne descendent pas entierement en droite ligne, il y a des paquets de fibres qui se détachent du pilier droit pour s'unir au pilier gauche, lequel en envoye réciproquement au pilier droit; ces piliers se terminent de chaque côté à des tendons, & c'est entre ces tendons que passe l'Aorte en sortant de la Poitrine.

Sur une telle description il est difficile d'établir l'usage du Diaphragme, & cette difficulté m'a ramené sur les traces des Anatomistes. Voici les observations que j'ai faites sur cet organe merveilleux: je les commencerai par un détail exact de la position des fibres musculeuses.

Tout ce qui environne le centre nerveux *A*, est une suite de faisceaux musculeux, larges d'environ deux lignes; ils ne suivent pas tous la même direction, & ne sont pas distribués comme des rayons qui partent d'un centre, & qui tombent perpendiculairement

sur

ſur une circonference. Si des côtes ces faiſceaux étoient prolongés par le centre nerveux, peu de fibres ſe réuniroient aux mêmes points, il y en a même dont les directions ſont entierement oppoſées; cette oppoſition paroît ſur-tout à la partie antérieure du Diaphragme: on y trouve quelquefois un double plan de fibres qu'on n'a point remarqué, ce ſont deux couches dont l'une eſt ſur l'autre, la couche ſupérieure *BCC* part du point *B* qui eſt devant le centre nerveux. De ce point, qui eſt un aſſemblage de tendons, les fibres muſculeuſes s'avancent à droit & à gauche vers les côtes; dans leur route elles deviennent divergentes, & cette divergence les éloigne un peu du cartilage xiphoïde: il paroît en certains Sujets que ces fibres, en s'écartant, laiſſent un vuide *D*, en forme d'Angle, entre elles & ce cartilage: quelquefois ce vuide n'eſt que dans un côté; je l'ai remarqué une fois au côté gauche, tandis que le côté droit étoit rempli de fibres aſſez preſſées les unes contre les autres: on trouve le même vuide lorſque ce plan ſupérieur manque, & on y remarque auſſi quelques varietés.

Les autres fibres muſculeuſes *EE*, qui ſont une ſuite de celles qui compoſent le Diaphragme, forment le plan inférieur: elles ne ſuivent pas la même route que celles du plan ſupérieur; il part de la pointe du centre nerveux un faiſceau ou deux de fibres *FF*, leſquelles vont s'attacher au cartilage xiphoïde. Les fibres qui ſont à leurs côtés croiſent le plan ſupérieur, & elles ſont peu

peu divergentes: celles qui viennent des deux tiers antérieurs *GG* du centre nerveux suivent à peu près la même direction que les précédentes, c'est-à-dire, qu'elles marchent de derriere en avant, mais elles s'écartent un peu plus en avançant vers les côtes: les fibres musculeuses *HH* qui sortent du centre nerveux après celles-ci, ne marchent point en avant, elles se rendent aux parties laterales du Thorax; & les suivantes *II* ont une direction qui les porte vers la partie postérieure de la Poitrine.

J'ai conduit l'origine & la direction des fibres musculeuses jusqu'à l'extrémité des cornes *LL* du centre nerveux; les autres, c'est-à-dire, celles qui sortent de la partie postérieure de ce centre, ont sur les côtes & sur l'épine des attaches particulieres. Pour les décrire, je commencerai par les Piliers du Diaphragme.

Le centre nerveux *A*, à sa partie postérieure, forme une espece d'angle dont la pointe est en arc; des jambes de cet angle naissent des fibres musculeuses *MM* comme des barbes de plume; celles qui sortent du haut de l'arc *N* sont croisées; celles du côté gauche viennent du côté droit, & celles qui forment le côté droit, viennent du côté gauche: de ces deux faisceaux croisés, celui qui est à gauche est le supérieur.

Ces paquets musculeux forment les piliers, ils occupent les deux tiers *OO* des jambes de l'angle; en descendant, leurs fibres ne marchent pas toutes en lignes droites, car à trois doigts de leur origine, le pilier droit en-

envoye un faiſceau *P* de fibres qui vont ſe réünir au tendon du pilier gauche, de même le pilier gauche donne des fibres au pilier droit. Ces deux piliers ſe croiſent auſſi mutuellement juſqu'à cinq fois: mais ces paquets de fibres qui paſſent de l'un à l'autre pilier, ne ſont pas de la même grandeur; celui qui ſe détache du côté droit eſt plus mince que celui qui ſe ſépare du côté gauche, & le paquet ſupérieur eſt fort plat & fort large: quelquefois ces croiſemens ne ſont pas réguliers, car ſous le premier faiſceau qui va de droit à gauche, j'en ai remarqué un ſecond qui partoit du même côté, il ſe réuniſſoit en ſon chemin au faiſceau qui vient le premier de gauche à droit. Il y a ſans doute d'autres varietés qu'il ſuffit d'annoncer.

Les piliers, après leurs divers croiſemens, continuent leur route ſur les vertebres en forme de cone *Q*; ils ſe réüniſſent à des tendons *R R* qui ſont d'une longueur inégale, comme on l'a remarqué; cette difference ne m'a pas paru conſiderable dans quelques jeunes Sujets; le tendon droit *S*, qui eſt le plus long, eſt ſouvent double ou triple, quelquefois le même ſe diviſe en deux, & ces diviſions s'implantent aux vertebres, l'une plus haut, l'autre plus bas.

A côté de ces grands piliers, un peu au deſſus, j'ai obſervé deux piliers plus petits *T T*: ils ſont formés par un détachement des fibres des grands piliers; quelquefois un de ces piliers manque. Dans un Diaphragme que j'ai préſenté à l'Académie, il n'y en avoit

avoit qu'un qui étoit au côté droit; ſon tendon étoit ſi long, qu'il deſcendoit plus bas que les tendons des grands piliers droits. Quand les petits piliers manquent, on trouve à leur place des trous, ou plutôt des fentes, pour le paſſage des cordons du Nerf intercoſtal.

De ces petits piliers, ou des grands quand les petits manquent, s'éleve une arcade tendineuſe *V* qui va s'attacher à l'Apophyſe tranſverſe de la premiere vertebre des lombes; & de cette attache part un ſecond arc *W* formé d'un tendon, il va ſe rendre à la premiere fauſſe-côtè vers le milieu.

De la circonference de ces arcades, s'élevent des fibres muſculeuſes: elles montent parallelement vers les cornes du centre nerveux; celles qui ſortent de l'extrémité de l'arcade attachée à la premiere côte flottante, ſont un peu inclinées vers l'épine; à leur partie ſupérieure elles croiſent les fibres *X* qui montent à côté des arcades.

Ces Arcs tendineux n'ont été décrits par aucun Anatomiſte: cependant le premier eſt fort viſible, il embraſſe le muſcle Pſoas à ſon origine: le ſecond ne ſe découvre pas avec la même facilité, on le déchire quand on enleve le Diaphragme.

Voilà l'origine & les attaches des piliers & des faiſceaux muſculeux qui ſont à leur côté. On a diſtingué ces piliers du reſte du Diaphragme, & on en a formé des muſcles particuliers. Quoiqu'une partie de leurs fibres ſoit plus élevée que les fibres laterales du Diaphragme, on leur a donné le nom de *muſcle*

inférieur; mais toutes les fibres musculeuses du Diaphragme sortent de même du contour du centre nerveux, pourquoi donc y établir divers muscles?

Après avoir parlé des piliers, nous parlerons des ouvertures qui donnent passage à l'Aorte & à l'Oesophage. Ces ouvertures n'ont pas la même forme, la supérieure *NP* est formée par des fibres qui se croisent au dessus *N* & au dessous *P*, l'inférieure n'est qu'un angle formé par les tendons des grands piliers & par le croisement de leurs fibres musculeuses.

L'Oesophage, en sortant de la duplicature du Médiastin, passe par l'ouverture supérieure qui est entre les grands piliers; en arrivant à ce passage, elle se revêt de la membrane qui recouvre la surface convexe du Diaphragme. Sur cette surface, les fibres musculeuses s'élevent pour l'entourer. Au premier coup d'œil on s'imagineroit que ces fibres s'attachent au tissu de l'Oesophage, & lui forment des muscles particuliers; mais elles lui sont étrangeres, une membrane cellulaire les lie assez étroitement, & quand on éleve l'Oesophage, on éleve ces fibres: mais celles qui suivent ainsi les mouvemens de l'Oesophage, ne sont pas les couches des piliers qui regardent l'Abdomen, ce sont les couches supérieures qui semblent se détacher d'eux, car il y en a qui semblent appartenir à la membrane qui couvre le Diaphragme, ce sont celles-là sur-tout qui se lient à l'Oesophage. Ce tuyau, en sortant, est envelopé de la membrane qui tapisse la concavité du Diaphragme, & cette membrane forme, de

même que l'autre, une eſpece d'attache flottante qui permet à l'Oeſophage quelques mouvemens; elle eſt plus lâche dans les jeunes Sujets que dans les Adultes.

Un Anatomiſte de cette Compagnie a cru avoir obſervé quelquefois qu'il y avoit de petits muſcles qui de l'Oeſophage ſe rendoient au Diaphragme, & ces muſcles lui paroiſſoient être la ſource de pluſieurs mouvemens difficiles à expliquer; mais je n'ai point trouvé de tels muſcles, je doute même qu'ils ayent été obſervés. Il ſe pourroit faire que les paquets muſculeux que je viens de décrire, en euſſent impoſé, & qu'ils euſſent paru des muſcles particuliers attachés à l'Oeſophage & au Diaphragme; mais dans les Corps les plus réguliers, les varietés de la Nature ſont infinies; il peut y avoir des Sujets qui ayent ces petits muſcles.

L'Aorte, comme on l'a remarqué, paſſe entre les jambes du triangle *Y*, c'eſt-à-dire, dans l'écartement des fibres qui ſe croiſent ſous l'Oeſophage. Ce vaiſſeau eſt attaché ſupérieurement dans ſon paſſage. Le lien eſt plus foible dans les jeunes Sujets que dans les Adultes. Mais ſi l'Oeſophage peut ſe mouvoir en paſſant par le Diaphragme, l'Aorte n'a pas le même privilege; auſſi n'eſt-il pas néceſſaire qu'elle puiſſe monter ou deſcendre.

Ces ouvertures, comme on vient de le voir, ſont muſculeuſes; elles ſe préſentent, pour ainſi dire, d'elles-mêmes aux yeux les moins attentifs: cependant, durant combien de ſiecles n'ont-elles pas échapé aux recher-

ches

ches des Anatomistes? Bartholin, s'il faut l'en croire, a avancé le premier que l'Oesophage ne passe point par le centre nerveux. Mais, comme l'observe Morgagni, les Figures de Veslingius représentent ce passage dans la partie charnue du Diaphragme. Pour ce qui est de l'Aorte, Vésale avoit remarqué que c'étoit parler improprement, que de dire que le Diaphragme étoit percé par ce vaisseau. On peut dire la même chose des trous que Verheyen marque pour le passage des Nerfs intercostaux, ils ne sont qu'un écartement de fibres qui forment les deux petits piliers de chaque côté.

Une troisieme ouverture forme un passage à la Veine-cave: mais avant de la décrire, il faut donner une idée de la partie où elle se trouve, c'est-à-dire, du centre nerveux.

Un assemblage de tendons fait le tissu du centre nerveux *A*, ils marchent réunis en petits paquets, & ils se croisent les uns les autres. Dans les uns, leur direction est en lignes courbes; dans les autres, en lignes droites. Ces petits faisceaux tendineux paroissent servir à des plans opposés de fibres musculeuses. De leur assemblage résulte une figure irréguliere; elle n'a rien qui approche d'un fer à cheval, mais elle ressemble plutôt à un Cœur qui a une grande échancrure à sa base: le côté gauche *Z* est plus étroit que le côté droit *&*.

Le centre nerveux est composé de fibres tendineuses, comme on vient de le voir; elles sont renfermées entre deux membranes

assez fortes, qui sont la suite de celles qui couvrent les fibres musculeuses.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans ce Cœur tendineux, c'est le passage de la Veine-cave; il est placé au côté droit *a*, près de la pointe de l'angle postérieur, d'où naissent les grands piliers que nous avons décrits. Cette ouverture n'est point faite par un anneau musculeux qui puisse se resserrer ou se relâcher, il n'y a que des fibres tendineuses qui la composent. De la pointe de l'angle part une bande tendineuse *bb*, elle va de droit à gauche, & s'incline un peu vers la partie antérieure du Thorax. Une autre bande *cc* vient de derriere en avant le long du côté de cet angle, elle rencontre la bande précédente, & forme avec elle un nouvel angle. Sur les jambes de cet angle tombent d'autres fibres tendineuses *dd*, qui par leurs croisemens lui donnent une espece de base circulaire. C'est dans cette espece d'angle que passe la Veine-cave; cette veine prend dans son passage les mêmes envelopes que l'Oesophage, mais elle est assujettie par des attaches à la pointe de l'angle *ee*. Ces attaches sont assez flottantes dans de jeunes Sujets.

C'est à ce centre ou à cet espace irrégulier que se terminent toutes les fibres musculeuses; elles sont bornées extérieurement par les Côtes. Bartholin ne reconnoit pas ces bornes, il étend le Diaphragme jusqu'au muscle transverse; avant lui Vésale l'avoit étendu jusqu'au muscle oblique ascendant. Ces deux Anatomistes prétendent avoir ob-

ser-

ſervé une continuité entre ces muſcles & le Diaphragme: il eſt vrai qu'à la partie antérieure j'ai ſuivi quelques fibres muſculeuſes qui ſe réuniſſoient aux muſcles de l'Abdomen; Morgagni a trouvé quelques traces de cette continuité: mais en général on peut aſſûrer que le Diaphragme ſe termine aux côtes. C'eſt aux cartilages que ſes fibres ſont attachées, mais elles ne s'étendent point à la partie oſſeuſe; cependant, vers la partie poſtérieure du Thorax elles approchent davantage de l'articulation.

Les fibres muſculeuſes du Diaphragme ne ſe terminent pas aux côtes par des tendons qui en ſortent, comme ceux qui ſont au centre nerveux; l'extrémité des fibres charnues paroît ſeulement appliquée aux cartilages des côtes où ces fibres ſont fortement attachées: ce n'eſt qu'avec peine qu'on diſtingue quelquefois leurs bornes. C'eſt peut-être cette difficulté qui a fait croire que le Diaphragme & le muſcle tranſverſe étoient formés par des fibres continues; mais en grattant un peu avec la pointe du Scalpel, on trouve une matiere blanchâtre qui marque les bornes de ces fibres.

Voilà la deſcription du Diaphragme. Je viens à ſes uſages, qui ſont plus difficiles que la recherche de ſa ſtructure: ils ne ſont pas moins intéreſſans que curieux. L'Inſpiration, l'Expiration, le Hoquet, la Toux, tous ces mouvemens dépendent de ſes reſſorts. Son jeu a fort occupé les anciens Phyſiciens; mais je ne parlerai point des divers ſentimens qui ſont répandus dans une ſuite in-

infinie de Livres: je consulterai la structure & la position du Diaphragme, & avec ces guides je découvrirai des usages dont les Ecrivains ne nous ont point instruits.

Le Diaphragme forme une espece de calotte coupée obliquement. Les parties laterales de cette calotte sont fort concaves; elles se collent toujours aux ailes des Poulmons, qu'elles suivent dans tous leurs mouvemens. Leur concavité n'est point formée par la pression des visceres de l'Abdomen: j'ai déja prouvé que la seule force de l'air élevoit cette voûte; si on en doutoit, on n'auroit qu'à percer le Diaphragme, l'air qui entreroit par cette ouverture, affaisseroit cette cloison voûtée.

C'est à cette même cause qu'on doit rapporter un phénomene dont j'ai été témoin. En ouvrant un Homme, mort d'une Pleurésie, je trouvai le côté droit du Diaphragme extrêmement concave; il montoit presque jusqu'à la clavicule; le lobe droit du Foye remplissoit cette concavité, sans qu'il y eût d'attache particuliere qui pût l'y fixer. Après avoir fouillé dans la Poitrine, je trouvai le lobe droit du Poulmon extrêmement petit & presque desseché. Dans ce cas, quelle est la cause qui a fait du côté droit du Diaphragme une voûte si profonde? 1°. L'accroissement de la Poitrine étoit égal de chaque côté. 2°. Par quelque accident inconnu, le lobe droit du Poulmon n'avoit pu prendre le même accroissement que l'autre, par conséquent il n'a pu remplir l'espace que lui formoit l'accroissement du Thorax pour le recevoir.

voir. Or ſi le Diaphragme n'eût eu que ſa concavité ordinaire, il y eût eu un vuide entre lui & le lobe droit du Poulmon; mais ce vuide n'a pu ſe former, l'air extérieur a pouſſé le Foye & le Diaphragme contre ce lobe: c'eſt par la même raiſon que l'air enfonceroit une membrane qui ſeroit placée ſous le récipient de la Machine pneumatique, & qu'il colleroit cette membrane au fond ſi elle pouvoit le ſuivre, lorſqu'on retire le piſton.

Les piliers ne paroiſſent pas auſſi concaves que les poches laterales, ils s'attachent dans leur route au Médiaſtin, de même qu'une portion aſſez large du centre nerveux: il n'eſt donc pas poſſible que la partie moyenné du Diaphragme deſcende dans l'inſpiration.

Non ſeulement le milieu du Diaphragme ne deſcend point, quand la Poitrine ſe remplit d'air; mais ce qui arrive aux autres muſcles dans leur action, n'arrive point aux piliers: car dans la plupart des muſcles leurs extrémités ſe rapprochent; or dans les piliers la partie ſupérieure ne peut s'approcher de la partie inférieure, puiſqu'elles tiennent l'une & l'autre à des attaches qui ne peuvent les ſuivre: la contraction des piliers trouve par conſéquent un obſtacle inſurmontable. Cependant leur ſtructure, qui eſt aſſez ſinguliere, nous annonce des uſages dignes de notre curioſité.

La partie ſupérieure des piliers ſe voûte, & dans la courbe qu'ils forment ils reçoivent l'Oeſophage dans l'eſpace qu'ils laiſſent entre eux. Si de chaque côté les fibres des piliers deſcendoient en lignes droites, leur

action n'eût rien produit sur l'Oesophage, elles n'auroient pu le presser en se raccourcissant; deux lignes droites tirées par leurs extrémités ne pressent point ce qui est à leurs côtés. De plus, le haut des piliers est immobile, comme je l'ai prouvé; il ne peut donc être tiré en bas: par conséquent si les fibres des piliers descendoient en lignes droites, elles n'auroient point d'action sur l'Oesophage.

Mais l'arrangement des fibres musculeuses des piliers expose l'Oesophage à leur pression. D'abord ces fibres se croisent à leur naissance; ensuite elles se croisent par une direction toute contraire, au dessous de l'Oesophage. Ce tuyau est donc entre ces fibres qui l'étranglent, pour ainsi dire; car dès qu'elles agissent, leur traction oblique rapproche les deux côtés des piliers, & les applique à l'Oesophage.

Voilà donc un des principaux usages des piliers, lequel dépend des fibres croisées. Il falloit que la partie moyenne du Diaphragme fût fixe; la position du Cœur demandoit un soutien qui ne fût pas exposé à des secousses continuelles. Ces attaches qui fixent la partie moyenne du Diaphragme, s'opposent à l'action des piliers. S'ils eussent été composés de fibres qui eussent continué leur route depuis le centre nerveux jusqu'aux vertebres sans se détourner, ils seroient inutiles à l'Oesophage. La Nature a trouvé une ressource dans le croisement des fibres; ce croisement donne à l'Oesophage une espece de Sphincter qui oppose une digue aux matie-

res

res renfermées dans l'Eſtomac: il peut arriver quelquefois dans ce Sphincter un reſſerrement qui arrête les matieres qu'on avale. J'ai ouvert un Homme, qui eſt mort après avoir mangé avec avidité: tout l'Oeſophage étoit plein juſqu'à l'orifice de l'Eſtomac, qui étoit vuide, de même que les inteſtins. Ne pourroit-on pas dire que le reſſerrement des fibres des piliers avoit arrêté les alimens à l'entrée du Ventricule? Il eſt certain au moins que les agitations de l'Oeſophage mettent ſouvent ces fibres en jeu; on en trouve une preuve dans le Hoquet, qui n'eſt qu'une inſpiration ſubite.

On voit en général l'uſage des croiſemens des fibres des piliers: mais pourquoi ces croiſemens ſont-ils multipliés? Deux plans qui ſeroient venus des deux piliers, & qui auroient paſſé l'un ſur l'autre, n'auroient-ils pas été ſuffiſans? C'eſt-là une queſtion que je propoſe. Je n'ai point trouvé de réponſe ſatisfaiſante. Je remarquerai ſeulement, 1°. Que la couche ſupérieure, c'eſt-à-dire, les deux premiers faiſceaux muſculeux qui ſe croiſent du côté de la Poitrine, peuvent embraſſer plus facilement l'Oeſophage, parce qu'ils ſont ſéparés des autres, & attachés à la membrane qui recouvre le Diaphragme. 2°. Que ces faiſceaux entrelaſſés peuvent embraſſer plus facilement l'Oeſophage, de même que nous ſerrons avec plus de facilité un corps, lorſque l'ayant entre les deux mains, nous paſſons les doigts de l'une entre les doigts de l'autre. 3°. Que tous ces divers plans croiſés nous donnent la facilité de faire agir ſépa-

rément divers paquets de fibres. C'eſt-là ce que je propoſe, plutôt comme un doute, que comme une réponſe qui explique l'uſage de ces croiſemens.

Après le croiſement des fibres des piliers, ſuit le paſſage de l'Aorte. Je ne m'étendrai pas ſur cette ouverture. J'ai déja marqué que ce vaiſſeau étoit attaché à la pointe de l'angle que forment les piliers au deſſous de l'Oeſophage. Cet angle muſculeux & tendineux ne pourroit donc pas être en mouvement, ſans entrainer ce grand vaiſſeau; mais un tel mouvement n'eſt pas à craindre. La contraction des fibres croiſées ne peut donner que de très légeres ſecouſſes à l'Aorte; il ne peut en réſulter qu'une légere compreſſion qui ne ſauroit nuire au cours du ſang. Au reſte, cette compreſſion n'eſt pas d'un grand ſecours pour faire marcher le chile dans le canal thoracique. Les Ecrivains qui ont trouvé une grande reſſource dans cette compreſſion, n'avoient pas ſans doute conſulté la poſition des parties: la pulſation de l'Aorte eſt bien plus efficace pour la progreſſion de cette matiere laiteuſe qui nourrit les corps, & repare leurs pertes.

Nous avons examiné les mouvemens des grands piliers. Les petits, qui ſont au nombre d'un ou deux de chaque côté, n'offrent rien de fort ſingulier dans leurs uſages; ce ne ſont que des ouvertures qui donnent paſſage à des nerfs: ce qu'il y a de plus remarquable, c'eſt l'oubli ou la négligence des Anatomiſtes, qui n'en ont point parlé. Les arcades ſont ſur le muſcle Pſoas & ſur le quar-

ré,

ré, elles ſont tendineuſes, & elles reçoivent ſur leur circonference des fibres muſculeuſes qui n'auroient pu être attachées que fort irrégulierement, & qui auroient pu être dérangées plus facilement par les mouvemens des deux dernieres côtes qui ſont flottantes: ces arcades leur ſervent de liens.

Les autres parties du Diaphragme offrent des phénomenes qui ne ſont pas moins difficiles que curieux. Nous avons dit que le milieu du Diaphragme ne deſcendoit point dans l'inſpiration, & qu'il avoit une ſituation fixe; il n'y a que des cas ſinguliers où ce milieu ſe trouve affaiſſé. Dans le Corps de M. le Marquis du Palais, le Cœur étoit devenu monſtrueux par ſa groſſeur, il avoit ſoulevé les côtes par ſa pointe; la partie du Diaphragme qui le ſoutenoit, étoit enfoncée dans l'Abdomen, & formoit une eſpece de poche. Hors des cas extraordinaires comme celui-ci, le milieu du Diaphragme eſt toujours voûté & immobile. Quelles ſont donc les parties qui ſont en mouvement dans la reſpiration?

Il n'y a, comme je l'ai dit, que les parties laterales poſtérieurs qui ſoient en mouvement dans l'inſpiration; elles ſont comme deux poches, dont le fond deſcend & monte continuellement. Il deſcend, lorſque les fibres muſculeuſes ſe raccourciſſent par leur contraction: il remonte par l'action de l'air, qui ne pouvant s'inſinuer entre le Diaphragme & les ailes du Poulmon, les colle toujours de telle maniere, qu'il n'y a point d'eſpace entre ce muſcle & la baſe du Poulmon. Ce que

je dis du Diaphragme, doit se dire des Poulmons à l'égard des parois du Thorax. Les Poulmons n'abandonnent jamais ces parois, l'air les y colle toujours. S'il y avoit un espace entre la surface des Poulmons & la Pleure, cet espace seroit vuide, ou plein. Le vuide ne sauroit être supposé; & la plénitude d'air, ou de quelque autre matiere, nuiroit à la respiration. Je n'ignore pas que M. Morgagni est dans des idées contraires; mais des expériences que je rapporterai ailleurs m'obligent de m'écarter du sentiment de ce grand Anatomiste, à qui nous devons tant de découvertes.

Ces poches sont par leur action les principaux organes de l'inspiration: cependant, Wolferd Senguerd avoit retranché le Diaphragme du nombre des muscles qui sont nécessaires pour respirer. Son sentiment n'étoit fondé que sur une Machine qui avoit quelque ressemblance avec le Thorax. Voyons cependant si le Diaphragme est d'une nécessité absolue dans l'inspiration.

Pour que l'air entre dans les Poulmons, & qu'il les gonfle, il faut que les côtes s'éloignent; alors par sa pesanteur seule l'air entre dans les bronches, gonfle les vésicules, c'est-à-dire, les espaces celluleux; par ce gonflement, le Poulmon s'applique aux côtes qui le fuyent. Or les côtes peuvent s'écarter sans le secours du Diaphragme, elles ne demandent pour cet écartement que l'action des muscles intercostaux; ces muscles ne sont point dépendans du Diaphragme dans leur jeu. Il est donc évident que l'inspiration peut s'exé-

s'exécuter sans le secours du Diaphragme; la concavité même de cette cloison peut s'affaisser sans le secours de ses fibres musculeuses, car, comme je l'ai prouvé, cette voûte n'est formée que par la pression de l'air: dès que les Poulmons se gonfleront, elle s'affaissera.

Ce que la Théorie nous apprend, l'expérience le confirme. J'ai ouvert un Cadavre dont le Foye étoit collé à tout le Diaphragme & aux côtes. Il est certain que dans ce cas, ce muscle ne servoit point à l'inspiration; cependant elle s'exécutoit, quoiqu'avec un peu de difficulté. Je pourrois rapporter ici l'observation de M. Wassenaer. Ce Médecin écrivit à Diemerbroeck, qu'il avoit ouvert un Cadavre où il n'y avoit nul vestige de Diaphragme, le Foye seul collé aux côtes séparoit la Poitrine de l'Abdomen. Selon les apparences, cette observation est semblable à celle de ceux qui ont écrit qu'ils avoient trouvé des Cœurs sans Péricarde; ce n'étoient que des Cœurs malades, qui s'étoient collés aux sacs qui les renferment. Le Foye dont parle Wassenaer, étoit collé sans doute au Diaphragme. Mais la Taupe prouve encore mieux que le Diaphragme n'est pas essentiel à la respiration, car elle n'a qu'un Diaphragme membraneux qui n'est qu'une cloison passive.

Mais pour mieux m'assûrer que l'inspiration ne demande pas absolument le concours du Diaphragme, j'ai encore eu recours à l'expérience: sans elle nos raisonnemens ne sont très souvent que des preuves très foibles. J'ai donc pris un Chien, & je lui ai coupé les

 nerfs

nerfs diaphragmatiques: après cela l'inſpiration a continué, mais avec des circonſtances qui m'ont découvert un autre uſage dans le Diaphragme. J'en parlerai dans un autre endroit, & je conclurai ſeulement que l'inſpiration peut s'exécuter ſans le ſecours du Diaphragme.

Quoique le Poulmon puiſſe abſolument ſe gonfler ſans que le Diaphragme y contribue, il faut avouer que ce muſcle aide les muſcles intercoſtaux. Si ces muſcles écartent les côtes des Poulmons, d'un autre côté la convexité des poches laterales du Diaphragme l'écarte de la partie inférieure des ailes pulmonaires. Il ſe formeroit donc un double vuide, ſi le Poulmon ne ſe rempliſſoit d'air, l'un ſeroit à côté & l'autre au bas des Poulmons. Mais l'écartement des côtes & du Diaphragme donne aux Poulmons la facilité de ſe gonfler de deux côtés; ſans le Diaphragme, le Poulmon ne pourroit s'étendre qu'en ſuivant le mouvement des côtes; mais lorſque la convexité du Diaphragme s'affaiſſe, le Poulmon peut s'étendre inférieurement vers l'Abdomen.

En même tems que le Diaphragme favoriſe l'inſpiration, il paroît y apporter un obſtacle; car nous avons prouvé que l'inſpiration ſe formoit en partie par l'écartement des côtes. Or le Diaphragme par ſon action s'oppoſe à cet écartement, puiſque ſes fibres muſculeuſes ne peuvent ſe raccourcir ſans tirer vers le centre nerveux les côtes auxquelles elles ſont attachées.

L'expérience confirme cette retraction des cô-

côtes vers le centre nerveux. Quand j'ai coupé les nerfs diaphragmatiques, les côtes inférieures se sont jettées extraordinairement en dehors, elles formoient au bas du Thorax une vaste circonférence, en même tems le Chien respiroit avec difficulté. De-là il s'ensuit que l'action du Diaphragme est double. 1°. Elle abaisse la concavité de ce muscle, & cet affaissement facilite la respiration. 2°. Elle retient les côtes, qui seroient emportées en-dehors par les muscles inspirateurs.

Quoiqu'on n'eût pas entierement dévelopé l'action du Diaphragme, on avoit cru que l'inspiration dépendoit de la contraction de ce muscle; Bartholin est presque le seul des Modernes qui ait suivi une opinion contraire: mais lorsqu'il a fallu déterminer quels muscles faisoient l'expiration, on a trouvé quelques difficultés. Je crois cependant que dans l'action du Diaphragme on en peut trouver le dénouement; si on examine bien la position de ses fibres, on verra qu'il est en même tems un muscle inspirateur & expirateur.

Il est certain que les fibres musculeuses antérieures ne s'affaissent point comme les poches laterales durant l'inspiration, leur position en est une preuve; elles sont attachées à des points fixes par le Médiastin, il est donc impossible qu'elles entraînent ces points vers les côtes; ce seront donc les côtes qui seront portées vers ces points fixes par l'action des fibres musculeuses antérieures. Or les côtes ne peuvent être tirées par ces fibres, qu'il n'arrive un resserrement à la Poitrine, &

& tout resserrement produit une expiration.

Cette expiration est sur-tout évidente dans la Toux, dont on n'a point donné la cause clairement. 1°. Il est certain que dans la Toux les côtes se baissent, & que la poitrine se retrécit: ce ne sont donc pas les muscles intercostaux qui agissent alors, car leur action élargit la poitrine. 2°. Le ventre se gonfle, quand on tousse: ce ne sont donc pas les muscles de l'Abomen qui agissent alors, comme on l'a cru; l'action de ces muscles doit nécessairement resserrer le ventre: il n'y a sans doute que les fibres antérieurs du Diaphragme qui puissent produire ce mouvement. Par-là on expliquera un phénomene fréquent dans la pratique. Lorsqu'on a toussé violemment, on sent une grande douleur dans la partie antérieure de la poitrine: le siege de cette douleur peut être dans les fibres antérieures du Diaphragme. Je parlerai dans un autre Mémoire, de l'action de la Trachée-Artere dans la Toux.

Il reste à expliquer plusieurs phénomenes qui dépendent du Diaphragme. L'Eternuement, le Hoquet, le Ris, tous ces mouvemens n'ont d'autre cause que la communication des nerfs qui se rendent à ce muscle; mais je n'ai eu en vue que les mouvemens qui dépendent de la structure musculeuse & de la position des fibres. Il ne me reste donc à parler que du centre nerveux, qui est une partie passive dans le Diaphragme.

Les anciens Philosophes ont demandé pourquoi le Diaphragme n'étoit pas entierement musculeux. Riolan a dit que le centre nerveux

veux étoit néceſſaire pour arrêter les vapeurs qui s'élevent du bas-ventre ; elles trouvent dans cet eſpace tendineux une eſpece d'éponge qui les imbibe. Il n'eſt pas étonnant que cet Anatomiſte, à qui les converſations ni les Ecrits d'Harvée n'avoient pu déſiller les yeux au ſujet de la Circulation, ait adopté un tel raiſonnement. Si l'on pouvoit pénétrer les vues de la Nature, encore plus obſcures que ſes productions, ne pourroit-on pas dire, que ſi tout le Diaphragme eût été muſculeux, les fibres n'auroient pu ſe réunir qu'avec peine vers le milieu, elles auroient formé des paquets qui euſſent été fort preſſés, & leur preſſion eût été un obſtacle au jeu du Diaphragme; mais par une figure irréguliere, la Nature a ménagé à ces fibres une circonference plus étendue: cette circonference préſente plus de points aux paquets muſculeux pour les recevoir, que ſi elle avoit été réguliere.

Tel eſt l'avantage que nous trouvons dans cette partie, qui eſt preſque dans l'inaction; tandis que les parties qui l'environnent ſont dans un mouvement continuel, elle n'eſt ébranlée que très foiblement par les efforts de la reſpiration, ſon milieu eſt entierement immobile. Cette poſition ſtable donne au Foye une attache fixe, il eſt lié aſſez fortement au centre tendineux près de la Veine-cave ; & par-là on peut juger ſi le Foye deſcend, comme l'on ſe l'eſt imaginé, quand le ventre s'affaiſſe. On a cru que dans la Paracentheſe le Foye deſcendoit & entrainoit le Diaphragme; mais le point fixe qui ſuſpend

le

le Foye, ne peut defcendre. Dans le Cadavre, quoiqu'on tire le Foye en-bas, on n'ébranle pas le Diaphragme: le Foye lui-même ne defcend point, quoiqu'on enleve les inteftins; on remarque feulement que le lobe gauche fe baiffe un peu, mais cet affaiffement n'entraîne point le Diaphragme. Il faut donc chercher une autre caufe à la défaillance qui arrive dans cette operation, lorfque l'écoulement des eaux fe fait tout de fuite. Voici une explication plus naturelle de ce phénomene. L'eau qui remplit le bas-ventre dans l'Hydropifie, comprime l'Aorte & fes ramifications; le fang ne peut donc y entrer avec la même facilité que lorfqu'il n'y a point d'eau dans l'Abdomen; fon cours étant plus difficile à caufe de l'enflure, il fe porte vers la tête en plus grande quantité. De-là viennent les Hémorragies auxquelles les Hydropiques font fujets. Mais lorfque l'eau fort du bas-ventre après la ponction, l'Aorte n'eft plus preffée; le fang peut donc y rentrer avec moins de difficulté, il y entre par conféquent en plus grande abondance. Or il ne peut entrer dans ces arteres en plus grande abondance, qu'il ne fe détourne de la tête; le cerveau fera donc moins preffé, il aura moins de mouvement, il envoyera moins de fuc nerveux dans le refte du corps: c'eft ce défaut de fuc nerveux, qui fera la caufe de la défaillance dans la Paracenthefe. Je ne donne point cette explication comme une nouvelle idée, je veux feulement l'oppofer au fentiment de ceux qui attribuent cette défaillance à la defcente du Foye. C'étoit l'opi-

nion

nion de Galien & de Duret, elle ne méritoit pas d'être renouvellée.



de laquelle il sort une liqueur blanche, visqueuse, capable seulement de noircir quelques charbons médiocrement allumés, & de faciliter le passage à la Salamandre, qui sort du feu, & fuit avec toute la vîtesse dont elle est capable.

M. de Maupertuis s'est particulierement attaché aux Salamandres terrestres de Bretagne; pour moi je n'ai examiné que celles des environs de Paris, & sur-tout les Aquatiques: & l'entreprise étoit moins dangereuse, car la plupart des Auteurs qui ont écrit sur la Salamandre, assûrent que le venin de la Salamandre aquatique n'est pas aussi à craindre que celui de la terrestre.

J'ai parlé de cette distinction, de Terrestres & d'Aquatiques, pour m'accommoder au langage des Auteurs; toutes celles que j'ai vues étant réellement amphibies, & ne pouvant être appellées aquatiques que parce qu'il s'en trouve un plus grand nombre dans l'eau que sur terre: car celles que j'ai prises dans l'eau sont devenues terrestres, lorsque je les ai ôtées de l'eau; & quelques-unes que j'ai trouvées sur terre, ont vêcu dans l'eau, lorsque je les y ai mises: mais les unes & les autres m'ont paru aimer mieux la terre, soit qu'en effet elles y soient mieux que dans l'eau, soit que l'eau où je les mettois ne leur convînt pas autant que celle où je les avois trouvées. Je ne nie pas cependant qu'il ne puisse s'en trouver en d'autres endroits, qui soient uniquement terrestres; mais celles-là ne sont point l'objet de mes recherches,

n'en

n'en ayant point trouvé aux environs de Paris.

Je ne m'arrêterai donc point aux diſtinctions qu'en ont faites les Auteurs, qui tous les ont rangées ſous les deux claſſes générales de Terreſtres & d'Aquatiques, & dont la plupart ont confondu enſemble pluſieurs eſpeces, ou les ont diſtinguées mal à propos, ou même ont donné comme générales des eſpeces particulieres à certains Païs. Je n'entreprends pas non plus de combattre aucun de ces Auteurs, ni de faire une Hiſtoire complette des Salamandres: mais je me renferme dans les bornes de ce que j'ai pû connoître par moi-même, & je vais décrire, le plus exactement qu'il me ſera poſſible, les differentes eſpeces que j'ai trouvées dans pluſieurs campagnes des environs de Paris; & ce qui me fait préſumer qu'elles ſont communes à tout le Païs, c'eſt que dans chacun de ces endroits j'en ai trouvé de chacune, avec cette difference, qu'en certains endroits & en certain tems il y avoit des eſpeces qui ſe trouvoient plus fréquemment que d'autres.

Il eſt aſſez difficile de ſtatuer de combien d'eſpeces on trouve de ces Salmandres, car le ſexe & l'âge font de grandes varietés dans la même, & pendant preſque toute l'année ón en trouve de tous les âges; cependant en ayant examiné avec ſoin plus de deux cens, priſes en divers endroits & en differens tems de l'année, je crois pouvoir les réduire à trois eſpeces, dans chacune deſquelles le mâle eſt different de la femelle. Je vais décrire par ordre ces differences, & je rapporterai

terai enſuite les changemens qui leur arrivent dans les differens âges, & qui ſont communs au mâle & à la femelle dans chaque eſpece.

La premiere eſt celle que j'appellerai la *groſſe Salamandre noire.* Elle eſt longue d'environ cinq pouces; elle a, comme l'on ſait, la forme d'un Lézard, ſi ce n'eſt que le corps eſt plus gros, & que la queue eſt platte; ſa peau n'eſt point écailleuſe comme celle du Lézard, mais remplie de petits tubercules & comme chagrinée; elle eſt brune ſur le dos & jaune ſous le ventre, & eſt toute parſemée de taches noires, rondes, d'environ une ligne de diametre; ces taches ſont peu apparentes ſur le dos, mais très diſtinctes ſur le ventre, à cauſe de ſon jaune orangé. Tout le long du corps de l'Animal, vers les côtés, & ſurtout proche de la tête, les petits grains qui forment la tiſſure de la peau ſont blancs pour la plupart, il y en a même quelques-uns juſques vers l'origine de la queue. La tête eſt platte & large comme celle de la Grenouille, la gueule eſt fort grande, les yeux aſſez gros & ſaillans; on voit au deſſus de la mâchoire ſupérieure deux très petites ouvertures, qui ſont les narines. Les pattes ſont brunes par deſſus, & jaunes par deſſous, & parſemées de taches noires comme le reſte du corps; celles de devant n'ont que quatre doigts, mais celles de derriere en ont cinq. La queue, qui eſt environ longue comme la moitié du corps, reſſemble à celle du Têtard, ſi ce n'eſt qu'elle eſt plus groſſe & plus charnue. On ne peut pas facilement diſtinguer le ſexe par les parties extérieures de la gé-

génération, elles ſont pareilles dans l'un & l'autre, & à l'inſpection on les jugeroit toutes femelles; mais il y a dans d'autres parties du corps deux marques très ſenſibles qui diſtinguent les mâles: la plupart des Auteurs les ont priſes pour des marques caractériſtiques d'eſpeces differentes, & cela en a multiplié le nombre beaucoup plus qu'il ne doit l'être. Les mâles de cette eſpece ont ſur le dos une peau large de deux lignes ou environ, dentelée comme une ſcie, qui prend ſon origine vers le milieu de la tête entre les deux yeux, & ſe termine à l'extrémité de la queue; elle eſt plus étroite, & rarement dentelée le long de la queue; mais elle élargit tellement la queue, que les mâles paroiſſent l'avoir de moitié plus large que les femelles. Cette membrane ſe retrécit conſiderablement, & devient preſque à rien vers l'origine de la queue, ce qui lui fait une eſpece d'interruption, après laquelle elle redevient auſſi élevée qu'elle l'étoit ſur le dos.

L'autre marque qui déſigne les mâles, eſt une bande argentine qui eſt de chaque côté de la queue; elle a environ trois lignes de largeur à l'origine de la queue, & va en diminuant juſqu'au bout. Cette bande eſt moins marquée, lorſque les Salamandres ſont jeunes; mais elle devient plus ſenſible au bout de quelque tems: elle ne ſe trouve jamais que dans les mâles, non plus que la membrane dentelée dont je viens de parler (*Fig.* I.)

La ſeconde eſpece de Salamandre n'eſt differente de la premiere que par la groſſeur; elle eſt du reſte preſque entierement ſemblable,

ble, & il y a dans celle-ci les mêmes differences qui caractérisent le mâle. Je pensois d'abord que c'étoit la même espece, & que c'étoit l'âge seul qui les rendoit de grosseur differente; mais comme dans tous les tems de l'année j'en ai trouvé de cette petite espece, & que je n'en ai point trouvé dans l'état moyen qui devoit être le passage de l'une à l'autre, je me suis déterminé à la regarder comme la seconde espece, que j'appelle la *petite Salamandre noire*.

La troisieme espece est à peu près de la grosseur de la seconde, & les differences entre le mâle & la femelle sont aussi considerables que dans les deux premieres. Le mâle a environ trois pouces de long, il est jaunâtre comme les Grenouilles ordinaires, & quelquefois brun. Le corps est parsemé de taches rondes très noires, & beaucoup plus distinctes que dans les autres especes. Sur la tête, au-lieu de taches rondes, ce sont des bandes qui partent du col, & vont se réunir vers le bout du nez. Le long du dos & de la queue est la petite crête dentelée, qui est aussi parsemée de taches noires; les découpures en sont moins profondes que dans les mâles des autres especes, & la membrane est moins large. La bande argentée, qui dans les deux autres especes est au milieu de la queue, est dans celle-ci tout le long de la partie inférieure; elle ne se trouve qu'aux mâles, & ne paroît point lorsqu'ils sont fort jeunes.

La femelle est d'un jaune plus pâle, la couleur est plus égale, & il n'y a point de

tache

taches sur le dos; la crête dentelée ne s'y trouve point non plus que dans les autres femelles, & le dos est assez ordinairement plat, quoique l'épine du dos fasse quelquefois une petite éminence, lorsqu'elles commencent à maigrir.

Ces trois especes sont assez differentes entre elles pour qu'on ne puisse pas les confondre, ni même prendre le mâle pour la femelle; mais il y a des variétés considerables, dont quelques-uns sont ordinaires à toutes les especes, & dépendent de l'âge de l'Animal, d'autres sont particulieres à quelques Salamandres, ce qui ne doit pas faire pour cela une espece particuliere, mais qu'on doit regarder comme les taches que le hazard fait rencontrer sur la peau de differens Animaux.

La couleur des Salamandres en général est moins brune lorsqu'elles sont jeunes, & les taches sont mieux marquées, & même celles de la troisieme espece sont d'un jaune fort clair lorsqu'elles viennent de naitre, & insensiblement elles brunissent un peu. Il leur arrive un changement si singulier, qu'il n'a encore été observé que dans un seul Animal, qui est le Têtard, encore n'en a-t-on donné jusqu'à present aucun détail exact. Mais j'ai appris que M. Duverney en avoit fait un travail particulier, ce qui m'a fait abandonner toutes les idées que j'aurois pu avoir sur cela, persuadé que rien ne lui aura échapé sur une matiere qui a fait l'objet de son étude; & ainsi je me restreindrai à parler du changement qui arrive à la Salamandre.

Je trouvai au Printems de l'année derniere

quelques petites Salamandres qui avoient vers l'endroit où sont les ouïes dans les Poissons, de petites houppes frangées qui se tenoient droites dans l'eau, & ressembloient à des oreilles assez longues : je n'en trouvai d'abord qu'à de petites Salamandres, mais quelque tems après j'en vis de longues d'environ trois pouces qui en avoient aussi, & il s'en rencontra dans un bassin qui est dans une avenue de Maisons, une assez grande quantité pour que je pusse avoir la commodité de les examiner avec soin. Je fus fort surpris de voir qu'elles avoient des ouïes comme les Poissons, ce que je n'avois jamais remarqué dans aucun de ces Animaux, & qui ne se trouve, à ce que je crois, dans aucun des Auteurs qui en ont parlé. On voit deux paneaux très minces qui s'appliquent exactement sur les ouïes, lorsqu'elles sont hors de l'eau, ensorte qu'on a peine à les appercevoir. La seconde Figure représente cette Salamandre dans son état naturel. La troisieme Figure est une Salamandre pareille, à laquelle j'ai fendu la peau qui joint les deux paneaux des ouïes; l'un des côtés est relevé & retenu avec une épingle : on voit en cet état quatre petites côtes dentelées qui s'écartent les unes des autres à cause de la situation forcée du paneau. Ces côtes sont en forme de demi-anneaux, & répondent toutes à la même cavité, ensorte qu'on peut passer entre chacune d'elles une petite sonde qui va sortir par l'autre côté; on la peut aussi passer par dessous chacune de ces côtes, ce qui fait voir qu'il n'y a nulle cloison entre elles. Ce sont ces côtes auxquel-

quelles sont attachées les houppes frangées; l'arrête ou le milieu de chacune d'elles se termine en une espece de plume dont la tige est assez solide, & est revêtue des deux côtés d'une frange, très semblable à celle d'une plume; ces trois ou quatre plumes sortent de dessous la partie supérieure du paneau, en regardant l'Animal par dessus le dos; & comme elles sortent toutes par le même endroit, elles semblent tenir ensemble, mais en les examinant avec attention, on voit que chacune d'elles a son origine à l'extrémité d'une de ces côtes ou anneaux cartilagineux dont je viens de parler. Ces côtes vues à la Loupe, sont telles qu'on les voit (*Fig.* 4.) & les houppes comme dans la Figure 5.

Ayant gardé pendant quinze jours dans l'eau plusieurs de ces Salamandres panachées, & que je croyois alors être une espece particuliere, je trouvai que quelques-unes avoient entierement perdu leurs panaches, & que d'autres les avoient tellement diminuées, qu'il n'en paroissoit plus que la tige; elles avoient toujours cependant la tête un peu plus détachée du corps que les Salamandres ordinaires. Voulant soulever les paneaux pour voir les quatre côtes dont j'ai parlé, ce que je faisois d'abord avec beaucoup de facilité, je trouvai qu'ils étoient presque entierement appliqués à la peau qu'ils couvroient alors, & qu'il n'étoit demeuré qu'une très petite ouverture; quelques jours après, cette ouverture étoit entierement fermée: j'en disséquai une alors, je ne trouvai plus ces paneaux

diſtincts que j'avois vus dans les autres, & dans la même, trois ſemaines auparavant; ils faiſoient corps avec la peau; les côtes, dont ils ne ſe ſéparoient plus qu'avec peine & à l'aide du ſcalpel, étoient jointes enſemble par une membrane cartilagineuſe preſque auſſi épaiſſe qu'elles, mais beaucoup plus molle, & qui ſe coupoit plus facilement.

Il m'a paru qu'à meſure que leurs paneaux ſe fermoient, elles faiſoient plus d'efforts pour ſortir de l'eau; peut-être perdant inſenſiblement les ouïes de Poiſſon, cet élément leur devenoit-il moins propre: elles y vivoient cependant, & j'en ai conſervé dans l'eau pendant pluſieurs mois après la perte de leurs ouïes, mais elles faiſoient aſſez ſouvent effort pour en ſortir; il eſt vrai auſſi que dès le tems qu'elles étoient panachées, & qu'elles avoient leurs ouïes, elles paroiſſoient avoir plus d'inclination à demeurer ſur terre qu'à rentrer dans l'eau, lorſque je les en avois tirées; ce qui vient ſans doute de ce que l'eau dans laquelle je les mettois n'étoit pas autant de leur goût que celle dans laquelle je les avois trouvées.

Il arrive à toutes les Salamandres qui ſont dans l'eau, de quelque âge & de quelque eſpece qu'elles ſoient, une choſe que je crois particuliere à ce ſeul Animal; elles changent de peau pendant le Printems, & l'Eté tous les quatre ou cinq jours au moins, elles s'aident des pattes & de la gueule pour s'en dépouiller, & l'on trouve quelquefois ces peaux entieres nageantes dans l'eau; l'Hyver elles n'en changent qu'environ

viron tous les quinze jours. Cette peau eſt très mince, j'en ai étendu quelques-unes avec aſſez de difficulté ſur un verre plan pour les regarder au Microſcope ; elles m'ont paru fort tranſparentes, & toutes formées de très petites écailles, qui pourroient bien être les envelopes applaties des mammelons ou tubercules du cuir. J'ai vu arriver un accident à quelques-unes à l'occaſion de ce changement de peau; il leur reſtoit à l'une des pattes une portion de cette peau qu'elles ne pouvoient dépouiller entierement, & qui ſe corrompoit, & leur pourriſſoit la patte, enſorte qu'elle leur tomboit en entier: elles n'en mouroient pas pour cela, & j'en ai conſervé très longtems après cette perte: elles perdent bien plus ordinairement de la même façon quelqu'un de leurs doigts, & ces ſortes d'accidens leur arrivent plus ſouvent aux pattes de devant qu'à celles de derriere.

J'ai vu quatre ou cinq fois ſortir du corps de quelques-uns de ces Animaux par l'anus, un corps rond d'environ une ligne de diametre, & long à peu près comme le corps de la Salamandre; elles étoient un jour entier à s'en délivrer tout à fait, quoiqu'elles fiſſent ſouvent des efforts pour le tirer avec les pattes & avec la gueule. J'ai pris un de ces corps que j'ai lavé, il étoit rempli d'une eau bourbeuſe que j'ai fait ſortir par un trou que j'ai été obligé de faire à la membrane qui la contenoit ; j'ai étendu cette membrane ſur un verre, elle étoit telle qu'on la voit (*Fig.* 6.) Etant vue au Microſcope, elle étoit par-

ſemée de petits trous ronds diſpoſés très régulierement: l'un des bouts contenoit un petit os pointu aſſez dur qu'elle entouroit, & auquel elle étoit adhérante; l'autre bout, qui ſe terminoit en pointe, laiſſoit voir à l'œil deux petits bouquets de poil fort long qui ſortoient par deux petits trous voiſins l'un de l'autre; ces poils vûs au Microſcope, étoient revêtus de petites franges ſemblables aux plumes d'Autruche. Je n'ai pas pu découvrir ce que c'étoit que ce corps, ni quel étoit ſon uſage, n'ayant fait cette obſervation que quatre ou cinq fois ſeulement, & les Salamandres s'étant très bien portées devant & après cette évacuation: j'ai ſeulement conjecturé que ce pouvoit être le dépouillement de quelque membrane intérieure qui ne ſe fait que très rarement.

Elles font leurs œufs dans les mois d'Avril & de Mai. Il y en a ordinairement une vingtaine qui forment deux colomnes jointes enſemble, & ſemblables à deux filets de grains de chapelet. Cet aſſemblage eſt formé par une matiere viſqueuſe aſſez ſolide qui paroît contenue dans une membrane déliée, car elle ne s'attache point aux doigts. Elles ſe délivrent de leurs œufs de la même maniere qu'elles font du corps dont je viens de parler, & à meſure qu'ils ſortent ils demeurent collés au-deſſous de la queue. Je n'ai vu ſortir les œufs de cette maniere qu'aux Salamandres de la troiſieme eſpece, & j'ai remarqué que les autres les font differemment; car dans les vaiſſeaux où j'en ai conſervé, j'ai ſouvent trouvé des œufs ſéparés les uns des

dès autres, & dont la forme est si réguliere-ment arrondie, qu'ils paroissent n'avoir jamais été joints.

Je n'ai jamais vu éclorre aucun de ces œufs, quoique j'en aye mis dans differentes eaux, à divers degrés de chaleur, & même sur terre; je n'en ai jamais trouvé non plus qui ne fissent que d'éclorre, elles sont sans doute si petites alors, qu'elles échapent aux filets & même à la vue. Je n'en ai point vu faire ses petits vivans, ce que Wrfbanius dit avoir vu, & que M. de Maupertuis a aussi remarqué, ayant trouvé des petits tout formés dans une Salamandre terrestre qu'il a disséquée; il est vrai que la même avoit aussi des œufs adhérans à l'ovaire, ce qui fait qu'on peut regarder cet Animal comme ovipare & vivipare. On pourroit présumer que les terrestres seroient vivipares, & les aquatiques ovipares; mais s'il est vrai qu'il y en a qu'on ne peut ranger dans une de ces classes, à l'exclusion de l'autre, telles que sont toutes celles qui m'ont passé par les mains, qui sont réellement amphibies, ne seroit-il pas permis de conjecturer que dans l'eau elles sont ovipares, & que sur terre elles font leurs petits vivans? Si la conjecture est hardie, ne le seroit-il pas encore plus d'assûrer que cela ne peut pas être? Quoi qu'il en soit, l'expérience pourra nous en instruire quelque jour, & confirmer une idée que je ne donne que comme la plus légere conjecture. Avant de passer à la dissection de la Salamandre, voici encore quelques observations générales qu'il est bon de rapporter.

 Lorf-

Lorſqu'elles ſont dans l'eau, elles viennent ſouvent à la ſurface pour reſpirer, elles expirent auſſi ſouvent l'air du fonds de l'eau, & quelquefois elles accompagneut cette expiration d'un petit cri. Il y a peu d'Animaux auſſi ſobres que la Salamandre; j'en ai conſervé plus de ſix mois ſans manger, parce que je ne ſavois abſolument que leur donner. Je leur ai vu manger quelques Mouches à demi mortes, qu'elles ont bien de la peine à mâcher, encore n'y en avoit-il que quelques-unes qui en vouluſſent; j'en ai vu manger cinq de ſuite à la même, mais elles s'en paſſoient à merveilles lorſque je ne leur en donnois point. Je leur ai donné ce Printems du frai de Grenouille, qu'elles aiment aſſez; ce n'étoit pas du frai de Grenouille ordinaire, mais de celui qui ſe trouve en eſpecè de longs filets, dont les grains ſont fort noirs & petits, & la liqueur viſqueuſe qui les entoure eſt extrêmement tranſparente. C'eſt de ce frai que naiſſent de petits Têtards noirs auxquels je vis l'année derniere venir les pattes, quoiqu'ils ne fuſſent pas plus gros que des Lentilles; elles mangent de ce frai, mais ſans avidité; elles mangent auſſi quelquefois de la Plante appellée *Lenticula aquatica.* Voilà les ſeules choſes dont je me ſois apperçu qu'elles ſe nourriſſoient.

Le grand froid qu'il a fait cet Hyver, m'a donné lieu de faire une obſervation à laquelle je ne me ſerois pas attendu. Le 6 Janvier, dix-huit groſſes Salamandres que j'avois dans l'eau depuis deux mois, gelerent pendant la nuit; je les trouvai preſque toutes engagées

dans

dans la glace & sans mouvement; je rompis la glace, & j'approchai du feu le vaisseau où elles étoient, elles commencerent à remuer un peu, & devinrent au bout d'une demi-heure aussi vives qu'elles étoient auparavant; parmi celles-là il y en avoit une qui depuis qu'on l'avoit pêchée, avoit une playe au dessous de la patte de devant, par laquelle il sortoit d'abord un lobe des sacs graisseux; ce lobe se détacha peu à peu, la playe s'aggrandit, & une partie des intestins en sortoit lorsqu'elle fut gelée comme les autres; elle n'en a pas été plus incommodée pour cela, & a encore vécu un mois depuis. J'ai remarqué qu'à mesure que l'eau se dégeloit, elles expiroient toutes beaucoup plus d'air qu'à l'ordinaire; elles avoient apparemment rempli leurs sacs pulmonaires le plus qu'elles avoient pu, lorsque l'eau avoit commencé à se geler. Voulant voir ensuite ce qui arriveroit en poussant l'expérience plus loin, j'en mis une seule dans un vase rempli d'eau, que j'exposai à la gelée; elle demeura trente-six heures dans la glace, ensorte que s'étant retirée dans le milieu, elle en avoit environ l'épaisseur de deux pouces tout autour d'elle; on remarquoit seulement dans l'espace qui l'environnoit, un peu d'eau qui pouvoit occuper à peu près la place d'une petite Feve, & une petite bulle d'air des trois quarts moins grosse: je coupai la glace par le milieu, & je trouvai qu'elle s'étoit conservée un espace de la grosseur d'un petit œuf dans lequel elle étoit toute pliée, & qu'il y avoit un canal de la grosseur d'un crin de Cheval qui communi-

quoit à l'air extérieur en traversant la glace, & venant aboutir à la surface supérieure. La Salamandre étoit très engourdie, & ne pouvoit se déplier; je la mis dans l'eau froide, où elle s'étendit peu à peu, & au bout d'une heure elle étoit aussi vive que les autres. Tant d'Auteurs qui ont écrit que la Salamandre vit dans le feu, seroient bien surpris de voir que non seulement le fait qu'ils ont avancé est faux, mais qu'au contraire elle vit réellement assez longtems dans la glace; je dis assez longtems, car elles n'y vivent pas toujours, & la longue durée de la gelée me fournissoit une trop belle occasion de pousser l'expérience jusqu'où elle pouvoit aller, pour ne pas en profiter. J'en mis une autre dans un pareil vaisseau pendant sept jours & sept nuits, exposée à la plus forte gelée; mais l'eau gela si bien, qu'il ne resta aucun espace autour de la Salamandre, ni de communication avec l'air extérieur, & je la trouvai morte: je crois cependant que ce n'est pas le tems qu'elle demeura dans la glace qui la fit mourir, car j'ai appris depuis de plusieurs personnes, que l'on avoit trouvé en Eté des Grenouilles dans des morceaux de glace qui avoient été conservés dans les Glacieres; ainsi il y a apparence que la Salamandre y auroit vêcu de même: mais le froid augmentant toujours, l'eau se gela toute entiere, la communication avec l'air extérieur se ferma, & la glace se dilatant de plus en plus, la Salamandre fut plutôt écrasée & étouffée, qu'elle ne mourut de froid.

Quoiqu'elles ayent la vie très dure, il y a une.

une façon de les faire mourir en très peu de tems; elle est rapportée dans Wrfbanius, & j'ai expérimenté qu'elle étoit vraye. J'ai jetté ſur une des groſſes Salamandres du Sel en poudre, elle a d'abord tâché de ſe ſauver, mais ne le pouvant pas, elle a fait divers mouvemens à droite & à gauche, & a exprimé par toutes les parties de ſon corps, & ſur-tout le long de la queue, de ce ſuc laiteux qui leur couvre tout le corps, lorſqu'elles ont peur, ou qu'elles ſouffrent; ſes mouvemens ont redoublé, peu après elle s'eſt roulée pendant environ une minute ſur le dos & ſur le ventre, & enfin eſt demeurée ſans mouvement & ſans vie environ trois minutes après que j'ai eu mis le Sel.

Nous allons préſentement paſſer à l'examen anatomique des parties intérieures de la Salamandre. Je ne prétends pas faire un détail exact de toutes ſes parties, mais je rapporterai ſeulement ce qui m'a paru ſingulier & different de ce que la plupart des Auteurs ont écrit de ces ſortes d'Animaux. On peut regarder comme épiderme, la pellicule dont elles ſe dépouillent tous les quatre ou cinq jours. Si l'on diſſéque la Salamandre lorſqu'elle vient de s'en dépouiller, il eſt impoſſible d'en détacher une autre; mais ſi elle eſt prête à la quitter, elle s'enleve très facilement. Cette peau étant vue au Microſcope, paroît, comme je l'ai déja remarqué, n'être qu'un tiſſu de très petites écailles, ou plutôt l'envelope des mammelons du cuir; au deſſous de cette peau on trouve le cuir, qui eſt tout parſemé de petits grains com-

me du Chagrin; il eſt aſſez ſolide, & on le détache des muſcles auxquels il eſt adhérent par des fibres lâches. Il y a au bas-ventre trois muſcles très diſtincts; l'un droit, avec des digitations, couvre la région antérieure; & les deux autres obliques, en ſens contraire, font les parties latérales. Ayant détaché ces muſcles, on trouve le péritoine, qui eſt tout parſemé de points noirs, il eſt adhérent au foye par un petit ligament qui deſcend en ligne droite tout le long du foye. Le péricarde ſemble être formé par une continuité du péritoine, qui eſt plus parſemé de points noirs que le reſte. Le cœur eſt au deſſus du foye, & appliqué immédiatement ſur l'œſophage. Le foye eſt très grand, & ſéparé en deux lobes; ſous le lobe droit eſt la véſicule du fiel qui n'eſt attachée que par ſon canal, elle eſt tranſparente & remplie d'une liqueur verdâtre. Au deſſous du foye on voit quelques replis des inteſtins, les ſacs graiſſeux qui ſont d'un jaune orangé, & les ovaires dans les femelles. Dans l'hypogaſtre on trouve la veſſie, qui eſt adhérente au péritoine par un petit vaiſſeau qui pourroit bien être l'ouraque; ſi on la souffle par l'anus, ou le canal commun, on voit qu'elle eſt en forme de cœur. Il y a aux deux côtés du foye, & le long des ſacs graiſſeux, deux eſpeces de ſacs ou veſſies remplies d'air, très minces, longues, & finiſſant en pointe. Voilà toutes les parties qui paroiſſent, lorſqu'on a ouvert la capacité du ventre. Voici maintenant celles qui ſont plus cachées. Le foye étant ôté, & les inteſtins détachés depuis l'œſophage juſ-

jusques sous la vessie, l'ayant alors coupé ou éloigné de sa place, on ôtera les sacs graisseux qui sont communs au mâle & à la femelle, il sera facile de les arracher; on verra qu'ils sont séparés en plusieurs lobes, & entourés d'une membrane très déliée, parsemée de vaisseaux sanguins qui les attachent aux ovaires & aux trompes dans les femelles, & aux enveloppes des testicules & du canal déferent dans les mâles. Pour suivre d'abord l'Anatomie du mâle, nous remarquerons qu'il y a le long de l'épine depuis environ le tiers de sa longueur à commencer par le col jusqu'au canal commun, deux petits tuyaux blancs que j'appelle *canaux déferens*, qui font plusieurs plis & replis, & qui se terminent en devenant à rien par leur partie supérieure dans la membrane qui les attache, & aboutissent vers l'anus à l'extrémité d'un petit faisceau de filets blancs qu'on peut regarder comme les vésicules séminales; ce petit faisceau remonte le long du canal déferent & des reins, & a environ six à sept lignes de long.

J'ai trouvé beaucoup de varieté dans les testicules de cet Animal; le plus souvent il n'y en a que deux qui sont d'un blanc jaunâtre, de la forme d'une petite Feve, assez longs, & ayant chacun une espece de petite glande plus blanche & presque transparente, appliquée sur leur partie supérieure, ensorte qu'elle semble ne faire qu'un corps avec le testicule, & qu'elle n'en est distinguée que par la couleur; quelquefois les testicules sont en forme de poire assez irréguliere, & dont

la pointe eſt tournée vers le bas; aſſez ſouvent ils ſont joints l'un à l'autre par une eſpece de petit corps glanduleux qui paroît être de même ſubſtance qu'eux; quelquefois on en trouve diſtinctement quatre, dont les deux inférieurs ſont plus petits que les ſupérieurs, ils ſont en ce cas-là plus irréguliers, leur ſurface eſt raboteuſe & inégale, & il ne ſe trouve point alors cette glande qui dans quelques autres cas joint le droit au gauche. J'avoue que quoique j'aye diſſéqué un grand nombre de ces Animaux, je n'ai pu trouver aucune raiſon de ces varietés; il ne m'a pas même paru que l'âge y fît rien, & j'ai trouvé la même irrégularité dans les differens âges & dans les differentes eſpeces.

La partie ſupérieure de chaque teſticule eſt attachée au ſac pulmonaire vers le milieu de ſa longueur par un petit vaiſſeau ligamenteux, ou plutôt ce petit vaiſſeau ne fait que paſſer dans la membrane qui attache le ſac pulmonaire, & va ſe perdre dans la même membrane proche du canal déferent qu'elle envelope auſſi; il y a apparence que c'eſt ce vaiſſeau qui ſert à conduire la ſemence dans le canal déferent, car c'eſt la ſeule communication qu'il paroiſſe y avoir du teſticule à ce canal dans toute ſa longueur. Avant de ſuivre le canal déferent juſqu'à l'endroit où il ſe termine vers l'anus, j'obſerverai que l'on trouve dans les mâles deux corps charnus plats, qui ſont arrondis par leur partie ſupérieure, & ſe terminent en pointe au col de la veſſie; ils ſont envelopés dans un des plis du péritoine, & ſont immédiatement appli-

qués

qués sur la vessie, tels qu'on les voit en *A*. (*Fig*. 7.) Leur substance est molle & grasse, & ils se vont terminer au dessous du pubis, qu'il faut couper pour les suivre jusqu'à leur extrémité, qui va se confondre dans l'insertion commune du rectum, de la vessie & des canaux déferens. L'extrémité de chacun de ces canaux se termine, comme nous venons de le dire, dans une espece de faisceau de petits vaisseaux blancs, longs de huit à neuf lignes, qui s'étendent le long des reins, & semblent servir de vésicules séminales, car ils sont remplis d'une liqueur blanchâtre, semblable à celle qui est dans le canal; ils sont tous joints ensemble par une membrane qui les envelope, & ils se terminent aussi-bien que les reins dans l'insertion commune dont nous venons de parler. A l'extrémité de cette insertion est un corps cartilagineux, long d'environ deux lignes, il est en forme de mitre, dont la pointe est en haut, & selon toutes les apparences il tient lieu de verge dans cet Animal, car il est vraisemblable que la Salamandre s'accouple réellement, quoique je ne l'aye jamais vû, malgré le long tems que j'en ai gardées, & les fréquentes observations que j'ai faites; mais ce qui doit déterminer en faveur de l'accouplement, c'est que les Salamandres sont vivipares. Wurfbanius rapporte qu'il en a vu une faire trente-quatre petits tous vivans, & M. de Maupertius m'en a donné une dans laquelle on voit plusieurs petits très bien formés dans une des trompes. Si l'on vouloit faire une distinction, & dire que les terrestres sont vivipares,

&

& par conſéquent ſe doivent accoupler, mais que les aquatiques ſont ovipares & frayent ſeulement à la maniere des Poiſſons, je répondrois que les organes paroiſſent les mêmes dans les unes & dans les autres, & qu'ainſi il y a apparence que la génération ſe doit faire de la même maniere.

On trouve dans les parties intérieures de la femelle des differences très ſenſibles, & les organes plus diſtincts. En ouvrant la capacité du ventre, on découvre les ovaires & les ſacs graiſſeux diſpoſés à peu près de la maniere qu'on les voit (*Fig.* 8.). Il faut ôter les ſacs graiſſeux pour voir avec plus de facilité les ovaires avec leurs attaches; les ſacs graiſſeux ſont comme dans le mâle attachés par une membrane déliée, parſemée de petits vaiſſeaux ſanguins: lorſqu'on les a enlevés, on voit que les ovaires ſont compoſés de pluſieurs lobes renfermés par une même membrane que les ſépare entre eux, & les attache tous aux ſacs graiſſeux, aux trompes & aux ſacs pulmonaires, vers le même endroit où les teſticules paroiſſent y être attachés dans les mâles; cette membrane eſt toute parſemée de vaiſſeaux ſanguins qui ſe partagent en très petites branches ſur toute la ſurface des ovaires. Les œufs ne ſont point flottans dans la capacité de l'ovaire, mais ils y adherent intérieurement, enſorte que faiſant un trou à la membrane de l'ovaire, & ſoufflant par ce trou, elle paroît n'être qu'un tiſſu d'œufs; il y apparence que ces œufs ſe détachent & tombent dans la capacité de l'ovaire pour paſſer de là dans la trompe, mais

je

je n'en ai jamais trouvé dans cet état-là, & je les ai toujours vus adhérens à la membrane.

Lorſqu'on a enlevé les ovaires, on découvre les trompes qui ſont longues à peu près comme tout le corps de l'Animal, y compris la tête & la queue; elles prennent depuis le col, & faiſant pluſieurs plis & replis, elles ſe terminent à l'anus. M. Duverney a fait voir qu'elles avoient à leur extrémité ſupérieure une eſpece d'ouverture ou de pavillon par lequel entrent les œufs. M. Duverney penſe que les œufs ſortent de l'ovaire en ſe détachant de leur calice, qu'ils flottent pendant quelque tems dans la capacité du ventre, & qu'enſuite par le mouvement des muſcles ils ſont continuellement portés vers la partie ſupérieure du corps, d'où ils entrent dans le pavillon de la trompe. Pour moi, comme j'ai diſſequé un grand nombre de Salamandres, & que je n'ai jamais trouvé ces œufs vagues & flottans dans la capacité du ventre, & que M. Duverney dit auſſi n'en avoir point trouvé, je ſerois tenté d'expliquer la choſe d'une autre façon. Je crois que les œufs s'étant détachés de la membrane de l'ovaire, & ayant flotté au dedans, ſont conduits par cette même membrane, ſans en ſortir, juſqu'au pavillon de la trompe où ils entrent, ſoit par la preſſion plus forte qu'ils ſouffrent dans cette envelope, ſoit par les autres œufs qui les pouſſent continuellement. J'avoue que ce paſſage ne ſe voit pas bien diſtinctement, & que je n'ai jamais trouvé d'œufs dans l'eſpace qui eſt entre les ovai-

r es

res & les trompes. Mais premierement, il n'eſt pas poſſible de fixer où ſe termine la membrane des ovaires, parce qu'elle s'applique à pluſieurs endroits vers les côtes & les trompes, & qu'elle eſt alors ſi déliée, que pour peu qu'on là force, elle ſe déchire très facilement. L'extrémité ſupérieure des trompes ſe termine auſſi de la même maniere dans une membrane ou pellicule déliée qui paroît avoir communication avec celle des ovaires, & pourroit très bien n'être qu'une extenſion de la même. Enfin quoiqu'on ne voye pas les canaux de communication, rien n'empêche qu'il n'y en ait. Il eſt certain que les œufs paſſent de l'ovaire dans la trompe, puiſqu'ils ſe forment dans l'un, & qu'on en trouve très ſouvent dans l'autre; & il me paroît plus vraiſemblable qu'ils ſoient portés de l'un à l'autre par un canal formé par la membrane qui envelope ces deux organes, que de ſuppoſer qu'ils flottent dans la capacité du ventre où on ne les trouve jamais, & où le moindre ſéjour ſeroit capable de les corrompre.

Lorſque les œufs ſont entrés dans les trompes, ils acquierent beaucoup plus de groſſeur qu'ils n'en avoient dans l'ovaire; & lorſqu'ils ſont arrivés à l'extrémité inférieure, ils ſortent par le canal commun. J'ai fait ſur les œufs de differentes eſpeces de Salamandres, une remarque qui m'a paru ſinguliere, & dont j'ai déja dit un mot au commencement de ce Mémoire. Dans les Salamandres que j'ai appellées de la premiere & de la ſeconde eſpece, les œufs ſont détachés les uns des au-

autres; & dans celles de la troiſieme, ils ſont joints en forme de chapelet: ce qui établit entre les deux premieres eſpeces & la troiſieme une difference très marquée. Les trompes ſont remplies dans toute leur longueur d'une liqueur épaiſſe, trouble, jaunâtre; & comme elle eſt en aſſez grande quantité, & qu'elle ne ſort point par le canal commun, je croirois aſſez aiſément que c'eſt ce qui forme la matiere viſqueuſe qui entoure les œufs, & que c'eſt ce qui ſert de premier aliment au petit germe qui vient d'éclorre.

L'extrémité des trompes eſt plus brune que le reſte, & elles ſe terminent avec le rectum & le col de la veſſie dans un gros muſcle, auquel eſt auſſi attaché l'extrémité des reins qui ſont longs d'environ ſix lignes, & adhérent aux trompes dans preſque toute leur longueur, deſorte qu'en enlevant ce muſcle, on enleve en même tems les reins, les trompes, l'inteſtin & la veſſie. Si l'on ſouffle par ce canal commun, on remplit d'air les trompes d'un bout à l'autre, l'inteſtin & la veſſie. Il n'y a point de matrice dans cet Animal, ce ſont les trompes qui en ſervent, puiſqu'on y trouve quelquefois des petits tout formés. Si l'on ſouffle par la gueule de l'Animal, on enfle auſſi l'inteſtin & les ſacs pulmonaires ſur chacun deſquels on voit un petit vaiſſeau ſanguin qui part du cœur, & jette des rameaux ſur toute l'étendue du ſac. Je n'entrerai point dans le détail du reſte de l'Anatomie de cet Animal, parce que cela me meneroit trop loin, & que ce n'eſt pas l'objet que je me ſuis pro-

proposé ; mais je remarquerai seulement avant de finir, une analogie qui est entre les Salamandres & les autres Animaux qui ont des ouïes : c'est qu'un peu au dessus de l'endroit où se terminent les trompes, on voit deux branches d'un gros vaisseau sanguin situé le long des vertebres, qui vont dans les deux pattes de devant. Environ deux lignes plus haut, ce même vaisseau se sépare en deux, & s'étend dans la substance charnue qui envelope les côtes que l'on voyoit sous les paneaux, quand l'Animal avoit des ouïes. Ces côtes qui alors étoient separées, sont jointes ensuite par les chairs & les membranes, & sont attachées l'une à l'autre alternativement par les bouts, c'est à dire, qu'elles font une espece de ziczac; elles sont beaucoup plus molles alors qu'elles ne l'étoient dans le tems des ouïes, & ne sont presque que des cartilages, excepté celle qui est la plus éloignée de la mâchoire, qui est toujours osseuse & séparée en deux en forme de fourche vers le milieu de la longueur. Cet Animal pourroit encore fournir un grand nombre d'observations, mais ce travail ne laisse pas d'être plus assujettissant qu'on ne pense; cependant ce n'est qu'à ce prix qu'on peut esperer de faire quelque progrès dans la connoissance de la Nature.

SUR


Fig. 3.e
Fig. 6.e

SUR LA THÉORIE

DES MOUVEMENS VARIÉS,

C'est à dire, qui sont continuellement accélérés, ou continuellement retardés.

Avec la maniere d'estimer la Force des Corps en mouvement.

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE. *

LA science du Mouvement en général est cette partie de Mathématique qui a reçu le nom de *Méchanique*, qui considere les loix que la Nature suit & observe dans la communication des mouvemens; c'est à dire, cette loi générale & immuable, avec laquelle un corps qui a reçu du mouvement, le communique en tout ou en partie, à un autre, soit que celui-ci en ait déja, ou qu'il n'en ait point. Car pour l'origine primordiale du mouvement, c'est à dire la premiere cause qui le produit dans la Nature, en sorte que si tous les corps qui composent ce qu'on appelle la *Matiere*, étoient en repos, qui est-ce qui pourroit les mettre en mouvement, c'est une chose hyperméchanique, & qui est au-dessus de nos idées, qui ne s'étendant gueres au delà de la matiere, de l'étendue & du tems, ne trouve

* 22 Juin 1729.

ve dans aucune de ces trois choſes rien qui puiſſe produire un mouvement qui n'y ſeroit pas. Car un corps en repos ne peut en mouvoir un autre, ni ſe mouvoir lui-même: il faut donc, pour qu'un corps ſe puiſſe mouvoir, qu'il lui ſurvienne quelque choſe qui le faſſe paſſer du repos au mouvement; & ce quelque choſe-là, quel qu'il ſoit, a reçu le nom de *Force motrice*, ou ſimplement de *Force*. Il faut donc, pour produire du mouvement, quatre choſes, de la Force, un Corps ou un Mobile, de l'Eſpace, & du Tems; & ces quatre choſes en produiſent encore une cinquieme, qui eſt ce qu'on appelle la *Viteſſe*, qui mérite d'être conſiderée, & qui n'eſt qu'un certain rapport entre deux des quatre autres, comme entre la force & la maſſe, ou entre l'eſpace & le tems. Tout cela fait donc cinq quantités qui ſont à conſiderer dans les mouvemens, dont les rapports fourniſſent un certain nombre de Théoremes généraux qui ſont le fondement de la ſcience des Méchaniques. Ces Théoremes ſont d'ordinaire à la tête des Traités de Méchaniques; mais comme ils ſont fort ſimples, & n'occupent que fort peu d'eſpace, j'ai cru qu'il étoit à propos de les mettre ici en peu de mots, afin de ne point renvoyer le Lecteur ailleurs; outre que ceux qui les ſavent pourront aiſément les paſſer. On déſignera à l'ordinaire chacune de ces cinq choſes par la premiere lettre de ſon nom; ſavoir, on nommera la force f, la maſſe ou la quantité de matiere du mobile m, l'eſpace parcouru par ce mobile e, le tems employé à parcourir cet eſ-

pa-

pace t, & la vîteſſe avec laquelle cet eſpace aura été, ou devra être parcouru, u.

Plus la force qui ſera employée à mouvoir un même corps ſera grande, plus la vîteſſe avec laquelle ce corps ſe mouvra ſera grande en même raiſon; & ſi une même force eſt employée à mouvoir deux corps inégaux en maſſes, plus le corps mû par la même force aura de maſſe, & plus la vîteſſe de ce corps ſera petite: & au contraire plus la maſſe ſera petite, & plus ſa vîteſſe ſera grande, & cela en raiſon réciproque des maſſes, enſorte que la vîteſſe ſera toujours comme une fraction dont le numerateur ſera f, & le dénominateur ſera m, enſorte qu'on aura toujours $u = \frac{f}{m}$. Ce ſigne d'égalité ſignifie plutôt, eſt comme, que eſt égal; car il n'y a point d'égalité entre des quantités diſparates ou hétérogenes, c'eſt plutôt une égalité de raiſon dans les variations qu'on ſuppoſe qui doivent arriver à ces mêmes quantités, ou à quelques-unes d'elles. Ainſi on ne pourroit pas dire, en parlant de quantités conſtantes, a eſt comme b, cela ne ſignifieroit rien. Mais on peut dire ax eſt comme by, à cauſe des variables x & y, leſquelles ſoit qu'elles augmentent, ou qu'elles diminuent, leur produit ax, après le changement, doit toujours être au produit by, en même raiſon qu'il étoit avant le changement. On aura donc ce premier Théoreme $u = \frac{f}{m}$, ce qui en donne un autre $f = mu$. Ceci eſt diſputé par d'habiles Géometres, mais on compte de l'établir d'une maniere ſi ſo-

ſolide dans ce Mémoire, qu'on eſpere qu'il ne reſtera aucun doute ſur cet article.

On ſait encore que la vîteſſe, dans les mouvemens uniformes, eſt d'autant plus grande, que le mobile parcourt, en tems égal, un eſpace plus grand; & que quand un mobile parcourt un même eſpace en differens tems, la vîteſſe eſt d'autant plus grande, que le tems employé à le parcourir eſt plus court: donc la vîteſſe eſt encore proportionnelle à cette fraction $\frac{e}{t}$. Donc on aura $u = \frac{e}{t}$.

Puiſque l'on a $f = mu$, & que $u = \frac{e}{t}$, on aura $f = \frac{me}{t}$, mais non pas $f = me$, comme quelques Géometres l'ont avancé; cela n'eſt vrai que quand le tems pendant lequel les eſpaces ſont parcourus eſt le même, car ce n'eſt que dans ce cas que l'eſpace parcouru eſt comme la vîteſſe; & alors cet eſpace repréſentant la vîteſſe, l'on aura $f = me$, mais ce n'eſt que dans ce ſeul cas.

De ce qu'on a $u = \frac{e}{t}$, on en tire $tu = e$, c'eſt à dire, qu'en tout mouvement uniforme, l'eſpace parcouru eſt en raiſon compoſée de la vîteſſe & du tems, ou comme le produit de ces deux quantités.

L'équation $f = mu$ fait voir que quand les vîteſſes de deux corps ſont en raiſon réciproque à leurs maſſes, ces corps ont des forces égales; & réciproquement, que quand les for-

ces

ces de deux corps sont égales, leurs vîtesses sont en raison réciproque à leurs masses.

Principe supposé par tous ceux qui ont traité des loix du Mouvement.

Tout Corps qui a reçu une impulsion ou une force qui l'a mis en mouvement, continueroit éternellement de se mouvoir avec la même vîtesse, & suivant la même direction, s'il ne survenoit point de cause qui augmentât ou qui diminuât sa vîtesse, ou qui le détournât de sa route. C'est un principe que tous les Méchaniciens regardent comme un Axiome, ou comme une vérité incontestable, & qui n'a pas besoin d'être démontrée, c'est-à-dire, que l'espace qu'un corps mis une fois en mouvement parcourt, augmente uniformément en raison des tems pendant lesquels le mobile continue de se mouvoir; ensorte que telle est la nature de l'espace parcouru par un corps qui se meut, que d'augmenter continuellement, & même continuement, sans qu'il soit nécessaire qu'il survienne à ce corps de nouvelles impulsions; ensorte que, quoiqu'il n'arrive point dans la Nature de changement sans cause, ce n'est point un changement à cet espace que d'augmenter, c'est sa nature, & il faudroit au contraire de nouvelles impulsions pour l'en empêcher, ou pour l'accélérer. Mais il n'en est pas de même de la vîtesse avec laquelle ce même corps se meut, sa nature est toute differente, elle est constante par elle-même, elle ne peut augmenter ni diminuer sans cause, il faut qu'il survienne à un corps

de nouvelles impulsions pour que sa vîtesse soit accélérée ou retardée; & comme il n'y a point dans la Nature d'impulsion continue, & que la vîtesse d'un corps ne peut augmenter ni diminuer qu'à mesure qu'il reçoit de nouvelles impulsions, & cela dans l'instant instant indivisible qui les reçoit ; il s'ensuit que la vîtesse d'un corps ne peut croître ni diminuer que par sauts, *subsultim*, & non pas continuement comme fait l'espace parcouru ; ce qui fait que l'on ne peut pas regarder l'Accélération comme une quantité continue, mais discrete, qui suit par conséquent une loi differente de l'espace : ce qui est cause qu'il arrive souvent que l'espace parcouru augmente, pendant que la vîtesse diminue, comme dans les corps pesans qui montent par une impulsion qu'on leur aura imprimée de bas en haut, dont la vîtesse va en diminuant, pendant que l'espace qu'ils parcourent en montant va toujours en augmentant jusqu'à un certain point ; ou bien que l'espace augmente dans une certaine proportion, & que la vîtesse augmente suivant une proportion toute differente, comme dans les corps qui tombent par leur propre poids, qui parcourent en tombant des espaces qui croissent comme les quarrés des tems, pendant que la vîtesse ne croît que dans la raison simple des tems.

Or la raison de cette difference est facile à expliquer. Suivant l'Hypothese de Galilée, un corps exposé à l'action de la pesanteur, soit qu'il monte, ou qu'il descende, reçoit en tems égaux un nombre égal d'impul-

pulsions égales de vîtesse qui le poussent de haut en bas, & qui lui impriment des accélérations, s'il descend, dont la somme est comme les tems : par conséquent cette vîtesse qui est comme la somme de toutes ces impulsions, croîtra comme leur nombre, & par conséquent comme les tems; au-lieu que l'espace parcouru augmente par la même raison qui fait augmenter la vîtesse, qui est comme les tems, & a outre cela une raison pour augmenter, qui lui est particuliere, qui est la durée de son mouvement, qui le feroit augmenter comme cette durée, quand même il ne surviendroit au mobile aucune accélération. Donc l'espace a deux raisons pour augmenter en raison des tems, pendant que la vîtesse n'en a qu'une, ce qui fait que cet espace augmente en raison doublée des tems, pendant que la vîtesse n'augmente que dans la raison simple des mêmes tems.

On peut encore démontrer cette vérité de cette maniere. Lorsque la vîtesse d'un mobile augmente, ou diminue continuellement en raison des tems, on a $u = t$: or par ce que nous avons dit ci-dessus, la vîtesse peut toujours être exprimée par $\frac{e}{t}$, donc en mettant cette expression au lieu de u, on aura $\frac{e}{t} = t$, d'où l'on tire $e = tt$, c'est-à-dire que dans cette hypothese les espaces parcourus sont comme les quarrés des tems, & les tems, par conséquent, comme les racines des espaces; ce qui fait que si l'on prend l'espace parcouru pour la ligne des abscisses d'une

ne Courbe, les vîtesses que le mobile aura à chaque point de cette abscisse, seront representées par les appliquées d'une parabole; si au contraire on vouloit que les vîtesses d'un mobile augmentassent ou diminuassent en raison des espaces parcourus, on auroit $u=e$, & en mettant au lieu de u, sa valeur

$\frac{e}{t}$, on auroit $\frac{e}{t}=e$, ou $\frac{e}{i}$, ce qui donneroit $t=i$, ce qui est une espece d'énigme à deviner. On en donnera l'explication en son lieu.

Quant à la force que le mobile tombant acquiert par l'action de la pesanteur, il est visible qu'elle n'augmente, non plus que la vîtesse, que par le nombre des impulsions du fluide qui cause la pesanteur, puisque la raison qui fait augmenter l'espace ne fait point augmenter la force : car il est clair qu'un corps qui reçoit une impulsion qui lui imprime un certain degré de force, en même tems qu'elle lui imprime un degré de vîtesse, n'augmente point la force ni la vîtesse de ce corps pendant les intervalles de tems qui sont entre ces impulsions, & qu'il n'y a que l'espace parcouru qui augmente toujours pendant ces intervalles: donc la force ne peut point augmenter en raison doublée des tems comme l'espace, mais en raison simple de ces tems, comme la vîtesse.

Comme la matiere que nous traitons ici, qui concerne les mouvemens accélérés ou retardés, est peut-être une des plus abstraites de toutes les Mathématiques, on ne sauroit trop l'éclaircir, & pour cela il ne suffit

pas

pas de la traiter géométriquement, comme font la plupart des grands Géometres, qui en écrivent, sans s'embarrasser s'ils sont entendus de leurs Lecteurs, & s'ils ont les mêmes idées qu'eux de la matiere qu'ils traitent: il faut tâcher de leur donner les mêmes idées des choses que nous en avons, & de bien définir tous les termes dont nous nous servirons, afin qu'on n'attribue point aux choses définies une idée differente de celle qui leur convient; & pour cela il est necessaire d'entrer dans une espece de Métaphysique nette & précise, qui non-seulement convainque l'esprit, mais qui l'éclaire. M. Leibnitz est celui de tous qui me paroît avoir le mieux éclairci ce qui regarde les differentes especes de résistances, quoiqu'il ne l'ait fait qu'en peu de mots. C'est pourquoi je crois ne pouvoir mieux faire que de rapporter ici ce qu'il en a dit dans les Actes de Leipsick de l'année 1689, pag. 39 & 40, que nous allons traduire mot à mot; & nous ferons voir qu'une proposition qu'il donne sur ce qu'il appelle la *Résistance absolue*, & qui est d'une évidence incontestable, est entierement contraire à son principe des forces vives, par lequel il prétend que les forces des corps en mouvement sont comme les quarrés des vîtesses de ces corps; d'où nous conclurrons que ce principe est faux, puisque s'il étoit vrai, sa proposition qui est très claire, & très bien démontrée, seroit fausse. Voici ce que dit M. Leibnitz.

„ Il y a de deux sortes de résistances des „ milieux, l'une absolue, & l'autre respec-

„ tive, qui le plus ſouvent concourent en-
„ ſemble. La réſiſtance abſolue eſt celle qui
„ conſomme une quantité égale de force
„ dans le mobile, ſoit qu'il ſe meuve avec
„ une petite vîteſſe ou avec une grande,
„ pourvu qu'il ſe meuve; & cette réſiſtance
„ eſt produite par la glutinoſité du milieu,
„ qui fait le même effet que ſi les parties de
„ ce milieu étoient attachées les unes aux
„ autres par des fils qu'il fallût rompre. Cet-
„ te même réſiſtance a lieu dans les frotte-
„ mens que cauſent les ſurfaces rudes & ra-
„ boteuſes aux corps qui gliſſent deſſus;
„ car il faut que ces corps qui ſe meuvent ſur
„ ces ſurfaces, uſent, ou du moins abaiſ-
„ ſent ces obſtacles, comme ils abaiſſeroient
„ des poils élaſtiques, qui après cela ſe re-
„ leveroient: or pour comprimer un reſſort,
„ ou pour rompre un fil, il faut toujours
„ employer la même force, & il n'importe
„ quelle ſoit la vîteſſe de l'agent. La réſiſ-
„ tance reſpective vient de la denſité du mi-
„ lieu, & eſt plus grande ſelon que la vîteſ-
„ ſe du mobile eſt plus grande, d'autant que
„ les parties dont le milieu eſt composé,
„ doivent être miſes en mouvement par le
„ mobile qui le pénetre; or pour mouvoir
„ quelque choſe il faut y employer de la
„ force, & une force d'autant plus grande,
„ que le mouvement communiqué aux par-
„ ties du milieu eſt plus grand, c'eſt à dire,
„ que la vîteſſe du mobile qui le pénetre eſt
„ plus grande. Or la réſiſtance d'un fluide
„ en repos, contre un corps en mouve-
„ ment qui le pénetre, eſt égale à la force

„ d'un

„ d'un fluide en mouvement qui heurte con-
„ tre un corps en repos, qui est plus gran-
„ de lorsque la vîtesse du fluide est plus gran-
„ de; comme nous voyons des corps qui
„ sont mûs par le vent ou par l'eau, & même
„ des corps pesans qui sont soutenus par un
„ jet d'eau, lorsque ce jet a une vîtesse assez
„ impétueuse pour cela, quoique dans ceci il
„ se mêle aussi de la résistance absolue, dont
„ il faut cependant faire abstraction, lorsque
„ nous voulons considerer la résistance respec-
„ tive, comme si la ténacité du milieu étoit
„ nulle. Il y a encore cette difference en-
„ tre ces deux especes de résistances, que
„ la résistance absolue dépend en partie de
„ la grandeur de la surface du mobile, ou
„ de son contact, & la respective au con-
„ traire dépend de sa solidité. Dans l'une
„ & dans l'autre espece de résistance on ren-
„ contre un paradoxe, qui est que le mobi-
„ le pénétrant dans un milieu uniforme, &
„ qui résiste dans toute son étendue, n'est
„ jamais réduit au repos par ce milieu: ce-
„ pendant un corps qui se meut avec une
„ vîtesse qui lui a été imprimée, dans un
„ milieu dont la résistance est absolue, &
„ qui n'est point accéléré d'ailleurs, a un
„ certain terme de pénétration dans ce mi-
„ lieu, dont il approche en ligne droite de
„ plus en plus, sans cependant pouvoir ja-
„ mais y arriver. J'appelle ce terme la plus
„ grande pénétration exclusive qu'un corps
„ qui se meut dans un milieu qui résiste se-
„ lon la résistance respective, & qui est uni-
„ formément accéléré (à la maniere d'un

„ corps qui tombe) a un certain terme de
„ vîtesse exclusive dont il approche conti-
„ nuellement, ensorte que la difference de-
„ vient à la fin insensible, de maniere ce-
„ pendant qu'il ne l'acquiert jamais parfaite-
„ ment. Et cette vîtesse est celle-là même
„ avec laquelle un fluide mû de bas en haut
„ pourroit soutenir un corps pesant à la ma-
„ niere d'un jet d'eau.

De la Résistance absolue.

ARTICLE PREMIER.

„ Si le mouvement du mobile est uniforme
„ par lui-même, & qu'il soit également retardé
„ par le milieu en raison des espaces parcourus;
„ (1) La diminution des vîtesses est propor-
„ tionelle à l'augmentation des espaces parcou-
„ rus: (c'est l'hypothese du cas dont s'agit.)
„ (2) Les vîtesses sont proportionnelles
„ aux espaces; les vîtesses perdues, aux es-
„ paces parcourus; les vîtesses restantes,
„ aux espaces qui restent à parcourir. Sup-
„ posant les augmentations de l'espace éga-
„ les entre elles, les diminutions des forces
„ seront égales (*par le* 1 *er*. *art*.). Or si les
„ diminutions des forces d'un même mobile
„ sont égales, les diminutions des vîtesses
„ seront aussi égales, (car les forces sont
„ comme les quarrés des vîtesses, & les
„ quarrés étant égaux, les côtés seront aussi
„ égaux); c'est pourquoi les élémens des
„ vîtesses perdues sont comme les élé-
„ mens des espaces parcourus, & les élé-
„ mens

„ mens des vîtesses résidues comme ceux
„ des espaces qui restent à parcourir. Donc
„ les vîtesses sont comme les espaces. C'est
„ pourquoi si la vîtesse initiale est * *AE*,
„ l'espace entier que le mobile peut parcou-
„ rir dans le milieu résistant est la droite *AB*,
„ la partie déja parcourue *AM*, celle qui
„ reste à parcourir *MB*; la vîtesse restante
„ *MC*, ou *AF*, la vîtesse perdue *FE*, la
„ ligne *ECB* sera une ligne droite". Jusqu'ici
ce sont les propres termes de M. Leibnitz.

On peut remarquer qu'il y a une contradiction manifeste entre le Théoreme de M. Leibnitz, & son principe particulier touchant le rapport des Forces aux vîtesses des Corps, qui est qu'il prétend que les forces des corps en mouvement sont comme les quarrés de leurs vîtesses, puisque sa proposition n'est vraye qu'autant que les vîtesses sont comme les forces, puisqu'il ne s'agit dans ce Théoreme que des forces qui diminuent en même raison que les espaces augmentent. Or les espaces parcourus augmentant par la supposition en raison arithmétique continuë, il est sûr que les forces diminuent dans la même raison; par conséquent la Courbe dont les appliquées représentent ces forces à chaque pas que fait le mobile, ne sera pas une Courbe, mais une ligne droite, dont la proprieté est d'avoir ses appliquées en même raison que les abscisses qu'on suppose croître également, ou arithmétiquement. Donc si les vîtesses sont aussi représentées par les appliquées d'u-ne

* Eig. 1.

ne ligne droite, ces vîtesses seront toujours comme les forces, & non pas comme leurs racines, puisque si cela étoit, ces vîtesses seroient représentées par les appliquées d'une Parabole, contre la Démonstration de l'Auteur. Et il ne sert de rien de dire ce qu'il dit, & qu'il a inseré entre deux parenthefes (car les forces sont comme les quarrés des vîtesses, & les quarrés étant égaux, les côtés sont aussi égaux); puisqu'il ne s'agit pas ici de quarrés égaux, mais au contraire de quarrés qui vont en diminuant continuellement dans une certaine raison. Or ces quarrés diminuant en progression arithmétique, si les vîtesses étoient comme les racines de ces quarrés, elles ne diminueroient pas en progression arithmétique, mais comme les appliquées d'une Parabole. Supposons, par exemple, que les forces soient 4, 3, 2, 1, les vîtesses correspondantes, selon M. Leibnitz, devroient être $\sqrt{4}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{1}$, qui ne font pas une progression arithmétique; donc ce principe est contraire à sa propre Démonstration.

Mais il me paroît nécessaire d'éclaircir un peu plus que l'on n'a encore fait, ce que c'est que la résistance, & que l'accélération, dont l'un est le contraire de l'autre, & de donner une image de l'idée qu'il s'en faut former dans les differentes hypothefes qu'on peut faire. Nous commencerons par la résistance absolue dans l'hypothese que cette résistance est en raison des espaces parcourus, qui est celle qui paroît la plus simple. Imaginons pour cela deux rangs de Toiles for-

te-

tement tendues, comme dans la Figure 2, *CD*, *EF*, où les lignes marquées 1, 2, 3, 4, 5, &c. représentent autant de Toiles vues de profil, tendues verticalement ou perpendiculairement à l'horizon. Supposons que deux corps égaux en masses ou en poids & en grosseur *A* & *B* viennent avec telles vîtesses qu'on voudra traverser ces Toiles suivant des directions *CD*, *EF*, paralleles à l'horizon, & qu'ils rencontrent par conséquent toutes ces Toiles perpendiculairement. On suppose que la pesanteur n'agisse point sur ces deux corps pendant leur route, ensorte qu'ils se meuvent toujours horizontalement: il est évident que pour savoir les rapports des forces qu'avoient ces deux mobiles, lorsqu'ils ont commencé à rencontrer ces Toiles, il n'y a qu'à compter les Toiles que chacun d'eux aura percées avant que d'avoir perdu toute sa force, & que le nombre des Toiles percées exprimera au juste le rapport des forces de ces deux corps, en supposant qu'il fallût une force égale pour percer chacune de ces Toiles. Il est évident que ce n'est ni l'espace que ces corps auront parcouru, ni le tems qu'ils auront employé à le parcourir, qui pourront faire connoitre le rapport de leurs forces primitives; mais s'il falloit plus de force pour percer les Toiles d'un rang que celles de l'autre, la force qu'auroit perdu chaque corps dans sa route, seroit en raison composée de la force qu'il auroit fallu pour percer chaque Toile, & du nombre des Toiles qui auroient été percées.

Si l'on suppose présentement qu'on con-

noiſſe la ſituation des Toiles, & que l'on ſache, par exemple, que toutes les Toiles qui compoſent la ſuite *C D*, repréſentées par les lignes 1, 2, 3, 4, 5, &c. ſont à égale diſtance l'une de l'autre, alors leur nombre ſera comme l'eſpace qu'elles occupent: ainſi connoiſſant l'eſpace que le corps pénétrant aura été capable de traverſer avant que d'avoir perdu toute ſa force, on connoitra par-là le nombre des Toiles percées, puiſque ce nombre ſera comme l'eſpace parcouru; mais cet eſpace parcouru ſera comme la force que le mobile aura perdue; donc la réſiſtance ou la perte de force qu'aura ſouffert le mobile pénétrant ſera, dans cette hypotheſe, comme la vîteſſe perdue: & c'eſt dans cette même hypotheſe que les réſiſtances ſont comme les vîteſſes; non pas que la réſiſtance de chaque Toile ſoit comme la vîteſſe, puiſque ces réſiſtances ſont toutes égales entre elles, & que les vîteſſes vont toujours en diminuant, mais parce que le nombre des obſtacles que le mobile aura rencontrés ſera comme la vîteſſe, & que la réſiſtance totale doit être eſtimée par le produit de la grandeur ou de la force de chaque réſiſtance, & du nombre des mêmes réſiſtances.

Il eſt évident que pour tranſporter cette théorie à un milieu réſiſtant, il n'y a d'autre changement à y faire, que de ſuppoſer, 1º. Que ces Toiles ſont infiniment proches l'une de l'autre. 2º. Que chaque Toile ne conſomme qu'un degré infiniment petit de la force du mobile, afin qu'avec une force finie il puiſſe parcourir un eſpace fini, & percer une in-

infinité de Toiles, puisque par cette supposition il y aura toujours dans un espace fini une infinité de Toiles à traverser. D'où il est aisé de concevoir que si l'on prend la droite * *CD* pour représenter la route du mobile *A*, & qu'on la divise en une infinité de parties égales, de chacune desquelles on éleve à cette ligne des perpendiculaires qui se terminent toutes à la ligne *GD*, qui fait avec *CD* tel angle qu'on voudra *GDC*, & qui coupe cette ligne *CD* au point *D*, auquel on suppose que le mobile pénétrant étant arrivé, il ait perdu toute sa force, il est clair que toutes ces appliquées *GC*, *NI*, seront entre elles comme les abscisses correspondantes *CD*, *ID*, & que ces appliquées représenteront les forces qu'aura le mobile aux points *C* & *I* de sa route. Mais si les vîtesses du même mobile étoient comme les racines des forces, ces vîtesses seroient aussi comme les racines des abscisses, ou comme $\sqrt{CD}$ à $\sqrt{ID}$, ou comme les appliquées *IL*, *CK*, de la demi-parabole *DLM*; ainsi les forces étant représentées dans l'hypothese présente par les appliquées d'une ligne droite qui diminuent en progression arithmétique, les vîtesses seroient représentées par les appliquées d'une parabole, qui suivent une raison toute differente. Ce qui est déja contraire à la proposition de M. Leibnitz, que nous venons de rapporter.

Si l'on veut présentement se former une image

* Fig. 3.

image de l'Accélération, suivant la même hypothese, qui soit telle que les vîtesses du mobile accéléré augmentent en raison des espaces parcourus, il est évident que ce sera précisément le contraire de la résistance; il n'y aura qu'à supposer qu'au-lieu que le mobile pénétrant rencontroit à chaque pas qu'il faisoit, une Toile qui lui faisoit perdre un degré de force infiniment petit, il rencontre au contraire une impulsion infiniment petite qui accélere sa vîtesse d'une quantité toujours égale. Il s'ensuit de cette supposition, que sa vîtesse augmentera comme l'espace parcouru; & en supposant que le mobile parte du point *D* * pour aller vers *C*, sa vîtesse au point *I* sera représentée par l'appliquée *IN*, & au point *C* par l'appliquée *CG* de la droite *DG*, faisant avec *DC* tel angle *CDG* qu'on voudra; & comme ces appliquées *IN*, *CG*, sont entre elles comme les abscisses correspondantes *DI*, *DC*; & qu'on suppose que ces abscisses croissent arithmétiquement, il s'ensuit que les appliquées qui représentent les vîtesses du mobile croîtront dans la même progression. D'où l'on voit qu'on ne doit pas prendre pour règle générale de l'accélération, ni de la résistance, qu'elles sont comme le produit de la grandeur de chaque impulsion, par le tems que le mobile accéléré ou retardé aura été exposé à l'action de ces mêmes impulsions, puisque cela n'est vrai que quand le tems est comme le nombre des impulsions; comme dans

* Fig. 3.

dans l'hypothese de Galilée, où un corps soit qu'il tombe, ou qu'il monte, reçoit un nombre d'impulsions proportionné au tems qu'il est exposé à l'action de la pesanteur: & comme on suppose que chaque impulsion est égale en force à une autre, l'effet total qui est toujours en raison composée du nombre & de la grandeur des impulsions, sera comme les tems, puisque dans cette hypothese les tems sont la mesure du nombre que le mobile en reçoit. Mais il n'en est pas de même dans l'hypothese que nous venons d'examiner, ni dans toute autre où la mesure des impulsions reçues ne sera pas règlée sur les tems, mais sur telle autre espece de quantité qu'on voudra, comme par exemple, sur l'espace parcouru, comme dans l'hypothese précédente. Ainsi la règle générale pour toutes sortes d'hypotheses d'accélération ou de résistance, est que l'effet de cette accélération ou de cette résistance est toujours en raison composée de la grandeur des impulsions par leur multitude, ou comme le produit de ces deux quantités. Pour distinguer ces deux especes de quantités l'une de l'autre, j'appellerai dans la suite la force de chaque impulsion, *Force* ou *Vitesse instantanée*, qui n'est qu'un instant à se communiquer; & *Force* ou *Vitesse actuelle*, celle qui est comme le produit de la force de chaque impulsion par le nombre que le mobile en reçoit en tems égal. La premiere est, à ce qu'il me paroît, la même chose que ce que ceux qui soutiennent le sentiment de M. Leibnitz, nomment *Force morte*; & la seconde est en quelque façon

ce

ce qu'ils appellent *Force vive*, quoiqu'il ne paroiſſe pas bien clairement ce qu'ils entendent par ce terme, en ce qu'il me ſemble qu'ils confondent aſſez ſouvent ſous ce même nom deux ſortes de Forces qui ſont differentes, & que j'aurai occaſion dans la ſuite de diſtinguer.

Ceci fait auſſi voir la raiſon pour laquelle on dit ordinairement que l'action des fluides contre les obſtacles qu'ils rencontrent eſt comme les quarrés de leurs vîteſſes; car ſi deux fluides homogenes ſe meuvent avec des vîteſſes differentes, les impulſions inſtantanées du fluide le plus vîte ſeront plus fortes en même raiſon que ſa vîteſſe ſera plus grande; & puiſque ces fluides ſont homogenes, par la ſuppoſition, les petits globules élémentaires dont ces fluides ſont compoſés ſeront également éloignés les uns des autres: il y aura donc en tems égal un nombre d'impulſions imprimées en l'obſtacle qui leur réſiſte, d'autant plus grand que la vîteſſe du fluide ſera plus grande, & cela encore en même raiſon que ſa vîteſſe. Donc l'impulſion totale en tems égal, qui eſt ce que j'appelle *Force actuelle*, ſera comme le quarré de la vîteſſe. Mais il me paroît néceſſaire de faire l'application de ce principe à quelques hypotheſes d'accélération & de réſiſtance, afin d'en faire voir l'univerſalité. Examinons donc la réſiſtance que M. Leibnitz appelle *Reſpective*, qui eſt celle où le mobile pénétrant reçoit de chaque particule du milieu réſiſtant, une impulſion proportionnée à la vîteſſe de ce mobile. Il eſt évident que ce

corps

corps souffrira de la part de ce milieu des pertes de vîtesse qui seront en tems égal comme les quarrés de sa vîtesse; car la grandeur de chaque impulsion étant comme la vîtesse, & le nombre des obstacles qu'il rencontrera étant comme l'espace parcouru, lequel espace est en tems égal encore comme la vîtesse du même mobile, il s'ensuit que ce mobile souffrira une diminution de vîtesse qui sera comme le quarré de sa vîtesse. Ainsi ayant pris, comme dans le Mémoire de M. Bernoulli, page 73 de son discours *In magnis voluisse sat est*, un point fixe *A* * pour le commencement de la ligne des Abscisses, & imaginé la courbe *DEF*, dont les appliquées *DA*, *EB* représentent les vîtesses du mobile pénétrant aux points *A* & *B* de sa route, & ayant mené *be* infiniment proche de *BE*, & la petite ligne *Ge* parallele à l'axe *AB*, on nommera *AB* (*x*) *Bb*, ou *Ge* (*dx*) *BE* (*u*) *GE* (*du*). Présentement pour avoir l'expression de *GE* (*du*), ou plutôt — *du*, lorsqu'il s'agit de résistance, car dans ce cas cette quantité est négative, c'est-à-dire, de la diminution de vîtesse que doit souffrir le mobile en traversant le petit espace *Bb* (*dx*) il faut considérer que la grandeur de chaque impulsion que recevra le mobile de la part des particules dont le milieu est composé, étant, par l'hypothese, proportionnée à la vîtesse (*u*) du mobile, & le nombre qu'il en rencontrera en son chemin en traversant le petit espace *Bb* (*dx*) étant comme cet espa-

ce.

* Fig. 4.

ce, la réſiſtance totale qu'il ſouffrira ſera en raiſon compoſée de la vîteſſe & de l'eſpace parcouru, ou comme udx. On aura donc $-du = udx$, ou ſi l'on veut repréſenter l'unité par une quantité conſtante (a) pour remplir la loi des Homogenes, on aura $-du = \frac{udx}{a}$, ce qui donne $-\frac{adu}{u} = dx$. Ce qui fait voir tout d'un coup, & ſans aucun circuit, que cette Courbe *DEF* eſt la Logarithmique ordinaire, dont la Soûtangente eſt la conſtante (a), ce qui eſt conforme à ce M. Bernoulli a trouvé à ſa maniere dans l'Ecrit dont nous venons de parler. Nous ferions ici l'application de ce même principe à d'autres hypotheſes, ſi nous n'appréhendions point de nous trop étendre ſur cet article, & que cela ne nous empêchât de pouvoir traiter avec aſſez d'étendue d'autres matieres plus importantes, ce qui fait que je paſſe à ce qu'il y a de plus eſſentiel à examiner dans le Mémoire que nous venons de citer; ſauf à y revenir, ſi cet Ecrit ne ſe trouve pas trop rempli: ſinon, ce ſera pour un autre Mémoire qui ſuivra celui-ci.

Sur la Meſure de la Force des Reſſorts dans les mouvemens qu'ils peuvent imprimer aux corps dans l'accélération, ou dans les réſiſtances qu'ils peuvent leur cauſer.

Un corps n'a de force que quand il eſt en mouvement, & il n'en ſauroit communiquer s'il n'en a; donc il n'y a que les corps en mouvement qui puiſſent en mouvoir d'autres. Cependant on éprouve en ployant un reſſort, qu'il

qu'il a une force qui résiste à la main qui le comprime, & que cette force est d'autant plus grande qu'on le comprime davantage, quoique ce ressort soit en repos ; il faut donc recourir à quelque matiere qui soit en mouvement, si l'on veut expliquer philosophiquement d'où lui vient cette force; & comme on ne voit rien autour de ce ressort qui se meuve, il faut en conclure que c'est une matiere invisible, mais qui n'en a pas moins de force, & par conséquent pas moins de vîtesse. Il est donc certain que c'est une matiere invisible, comme, par exemple, un fluide qui est en mouvement, qui fait la force des ressorts ; d'où l'on doit conclure que cette matiere agit à la maniere des fluides qui n'agissent pas de toute leur masse à la fois contre les obstacles qu'ils rencontrent, mais qu'ils ne frappent ces mêmes obstacles que par des impulsions répétées & successives, qui leur impriment, lorsque ces obstacles cedent à leur effort, des vîtesses proportionnées à la vîtesse du fluide accélérant, & au nombre d'impulsions que ce même fluide est capable d'imprimer en tems égal ; c'est à dire, que l'effet de cette accélération est en raison composée de la vîtesse, ou de la grandeur de chaque impulsion, & du nombre de ces mêmes impulsions.

On doit penser la même chose d'un corps pesant posé sur un plan horizontal. Si ce plan est assez solide pour résister à la pesanteur de ce corps, ce corps étant en repos, n'a aucune force à communiquer au plan qui le supporte ; ainsi, à proprement parler, ce n'est

n'eſt point ce corps qui eſt en repos qui preſſe le plan, mais un fluide inviſible qui le frappe continuellement, & dont les impulſions ſont toutes égales en force, & dont la multitude ou le nombre eſt comme les tems: c'eſt-là le fondement de la célebre hypotheſe de Galilée. Mais quand l'obſtacle qui réſiſte à l'effort d'un reſſort bandé, ou à la peſanteur d'un corps, a une force inſurmontable, alors il ne faut avoir d'égard qu'à la force de chaque impulſion, qui eſt ce que j'appelle *Force inſtantanée*, & que M^rs^. Leibnitz & Bernoulli nomment *Force morte*, & que tout le monde convient être comme la quantité de mouvement, ou comme le produit de la maſſe par la vîteſſe de chaque impulſion; car le nombre des impulſions n'y entre pour rien, en ce qu'elles ne s'accumulent point, comme elles font lorſqu'elles agiſſent contre des obſtacles qui cedent; chaque impulſion étant éteinte dans l'inſtant même qu'elle frappe, elles périſſent en naiſſant, comme dit fort bien M. Bernoulli, & leur effet ne ſurvit jamais à leur action; de ſorte que ſi l'obſtacle qui réſiſte a aſſez de force pour réſiſter à la premiere impulſion, il réſiſtera à la ſeconde & à la troiſieme, & ainſi à l'infini, chacune de ces impulſions n'ajoutant rien à celles qui les ont précédées. Mais il n'en eſt pas de même de l'effort d'un fluide contre un obſtacle qui cede à ſon impulſion, toutes ces impulſion s'accumulent enſemble, la premiere imprime un petit degré de vîteſſe au mobile, la ſeconde y en ajoute un ſecond degré, la troiſieme y en ajoute un troiſieme, & ainſi

tant

tant que le fluide agira contre le corps qu'il accélere, ensorte que l'effet total de ces accélérations dans un tems donné, sera comme le produit de la force de chaque impulsion par le nombre des impulsions que ce fluide en aura imprimé pendant la durée de son action.

Je conviens donc avec Mrs. Leibnitz & Bernoulli, qu'il est à propos de distinguer differentes sortes de force ou d'impulsions, & même je vais faire voir qu'il y a des cas où il est absolument nécessaire d'en distinguer de trois especes differentes, si l'on veut éviter la confusion & la méprise. Mais je ne conviens pas avec eux de ce qu'ils appellent *Force vive*, parce qu'ils nomment de ce même nom deux sortes de forces qui sont quelquefois differentes, & que je distingue; & outre cela je ferai voir qu'on ne peut point dire que toute force vive est comme le produit de la masse d'un corps par le quarré de sa vîtesse. A l'égard de ce qu'ils appellent *Force morte*, il me paroît que c'est la même que ce que j'ai nommé *Force instantanée*; le nom n'y fait rien, dès que l'on convient de l'idée qu'on a d'une chose.

Sur trois differentes especes de Forces qu'il est nécessaire de distinguer dans l'accélération causée par le débandement des ressorts.

Nous avons vu ci-dessus qu'on ne pouvoit attribuer la cause de la force des ressorts bandés qu'au mouvement de quelque fluide invisible qui tendoit continuellement à écarter l'une

l'une de l'autre les branches d'un reſſort comprimé, & que cet effort devoit par conſéquent ſuivre la loi de l'accélération des fluides, qui eſt toujours en raiſon compoſée de la force de chaque impulſion, & du nombre des mêmes impulſions dans un tems donné. Mais quoiqu'on puiſſe dire que ces fluides agiſſent continuellement, on ne peut pas cependant dire qu'ils agiſſent continuement, c'eſt à dire, ſans intermiſſion ; on ne ſauroit ſe former d'idée claire & diſtincte d'une impulſion continue, aucune impulſion ne pouvant ſe faire que par des chocs réïterés & ſucceſſifs qui pourront ne laiſſer entre eux que des intervalles de tems ſi courts qu'on voudra, infiniment petits, ſi l'on veut, non ſeulement du premier, mais du ſecond, ou du troiſieme genre, s'il eſt néceſſaire de pouſſer la choſe juſques-là ; mais toujours faut-il ſuppoſer quelques petits intervalles de tems entre ces impulſions ; & dès-lors il eſt néceſſaire pour déterminer l'effet d'une ſemblable accélération dans un tems donné, de ſavoir, outre la force de chaque impulſion, la fréquence ou le nombre que ce fluide en peut imprimer dans un tems donné, pour avoir le produit de l'une de ces quantités par l'autre. C'eſt ce que j'appellerai dans la ſuite la *Force actuelle* de ce fluide.

C'eſt cette force actuelle qui décide de l'effet que doit produire une Accélération dans un tems donné, puiſque cette force dépend non ſeulement de la grandeur de chaque impulſion, mais auſſi de la fréquence des mêmes impulſions, enſorte que ſachant ce qu'el-

qu'elle a été capable de produire dans quelque eſpace de tems que ce ſoit, par exemple, dans un tems infiniment petit, dans un (dt) on ſaura toujours par-là ce qu'elle produira dans tel eſpace de tems (t) qu'on voudra, puiſque cet effet ſera toujours en raiſon des tems.

Il y a enfin une troiſieme eſpece de force qui eſt à conſiderer, ſur-tout dans les accélérations cauſées par des Suites de reſſorts ſemblables, mais qui ſont compoſées d'un nombre different de reſſorts, qui eſt ce que chacune de ces Suites peut produire d'accélération pendant ſon débandement total: car il eſt viſible qu'une Suite de reſſorts compoſée d'un grand nombre, également bandés, pourſuivra le mobile qu'elle accélere pendant plus de tems, & pendant un plus long eſpace de chemin, que ne fera une Suite compoſée d'un moindre nombre de reſſorts; & cependant il arrivera ordinairement que les mobiles qui en feront accélérés, n'auront pas reçu de leurs reſſorts une plus grande vîteſſe l'un que l'autre, ce qui vient de ce que la fréquence des impulſions aura été moindre de la part du grand nombre que de la part du petit. J'appelle cette force *virtuelle*, parce que ces reſſorts ne l'ont qu'en puiſſance, & qu'elle n'eſt pas réduite en acte comme l'autre, n'étant pas préſente, l'une demandant plus de tems que l'autre pour produire tout ſon effet; & il me paroît que les défenſeurs du ſentiment de M. Leibnitz ſur les forces vives confondent ces deux eſpeces de forces, en les

les appellant l'une & l'autre du même nom de *vires vivæ*.

Je ne m'attacherai dans ce Mémoire qu'à examiner le Discours qu'a composé M. Bernoulli à l'occasion des Prix proposés par l'Académie, qui contient des choses excellentes, & que l'Académie a jugé mériter des éloges; mais comme son principe touchant l'estime des forces des Corps en mouvement m'a paru très opposé aux véritables principes de Méchanique, j'ai cru qu'il étoit important d'exposer ici en peu de mots les raisons que j'ai pour être d'un sentiment different du sien. Cela m'a paru d'autant plus néceſſaire, que l'autorité que M. Bernoulli s'est acquise en Mathématique est si grande, & avec raison, qu'il se trouveroit beaucoup de Lecteurs plus disposés à acquiescer à ses propositions, qu'à en examiner les Démonstrations.

Je commencerai par la Proposition qui fait le sujet du septieme Chapitre de son Discours, qui est celui où il entreprend de démontrer d'une maniere directe & *a priori*, que les forces des corps en mouvement sont en raison composée de leurs masses, & des quarrés de leurs vîtesses, qui est le principe que j'entreprends de réfuter. Mais il est nécessaire de rapporter ici le commencement de ce Chapitre, afin que ceux qui n'ont pas le Mémoire de M. Bernoulli, trouvent ici tout ce qui est nécessaire pour se mettre au fait de la question. Voici ce que porte ce Chapitre.

CHAPI-

CHAPITRE VII. DE M. BERNOULLI,

Où l'on démontre que les Forces vives des Corps sont en raison composée de leurs masses, & des quarrés de leurs vîtesses.

„ Quant aux vîtesses acquises des boules
„ que je suppose présentement égales en mas-
„ ses, je dis que ces vîtesses ne sont point
„ entre elles comme le nombre des ressorts
„ qui les ont produites, mais comme les ra-
„ cines quarrées de ces nombres ; savoir, dans
„ cet exemple, comme $\sqrt{12}$ à $\sqrt{3}$, com-
„ me $\sqrt{4}$ à $\sqrt{1}$, ou enfin comme 2 à 1. En
„ voici la Démonstration.

„ *Je suppose deux lignes droites quelcon-
„ ques données, *AC*, *BD*, que je prends
„ pour deux rangs de petits ressorts égaux,
„ & également bandés : je suppose de plus
„ que deux boules égales commencent à se
„ mouvoir des points *C* & *D* vers *F* & *I*,
„ lorsque les ressorts commencent à se dila-
„ ter, soient *CML*, *DNK*, deux lignes
„ courbes, dont les appliquées *GM*, *HN*,
„ expriment les vîtesses acquises aux points
„ *G* & *H*. Je nomme $BD = a$, l'abscisse DH
„ $= x$, sa differentielle HP, ou $NT = dx$,
„ l'appliquée $HN = u$, sa differentielle TO
„ $= du$. Je prends ensuite les abscisses *CG*,
„ *GE*, de la courbe *CLM*, telles qu'elles
„ soient aux abscisses de la courbe *DNK*,
„ com-

* Fig. 5.

„ comme AC eſt à BD, ou, ce qui eſt la
„ même choſe, je fais BD, AC :: DH,
„ CG :: DP, CE. Suppoſant donc $AC = na$,
„ on aura $GC = nx$, $GE = ndx$; ſoit en-
„ fin l'appliquée $GM = z$. Tout ceci ſuppo-
„ ſé, je raiſonne ainſi:

„ Les boules étant parvenues (aux points
„ H & G, chaque reſſort, tant de ceux qui
„ étoient reſſerrés dans l'intervalle AC, que
„ de ceux qui l'étoient dans l'intervalle BD,
„ ſera dilaté également, parce que AC,
„ CG :: BD, DH. Chacun de ces reſſorts
„ aura donc perdu, de part & d'autre, une
„ partie égale de ſon élaſticité, & il leur en
„ reſtera par conſéquent à chacun également.
„ Donc les preſſions & les forces mortes que
„ les boules en reçoivent, ſont auſſi égales
„ entre elles; je nomme cette preſſion p.
„ *Or l'accroiſſement élémentaire de la viteſſe en*
„ H, *je veux dire la differentielle* TO, *ou* du,
„ *eſt par la loi connue de l'accélération en raiſon*
„ *compoſée de la force motrice, ou de la preſſion*
„ p, *&* *du petit tems que le mobile met à par-*
„ *courir la differentielle* HP, *ou* dx.

Cet article eſt préciſément ce qui fait la difference qui eſt entre M. Bernoulli & moi, c'eſt pourquoi nous le diſcuterons, après avoir tranſcrit le reſte de ſa Propoſition.

„ Lequel tems s'exprime par $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{u}$; on
„ aura donc $du = \frac{pdx}{u}$, & partant $udu = pdx$;
„ ce qui donne par l'intégration $\frac{1}{2}uu = \int pdx$,
„ par la même raiſon on a $dz = \frac{p \times GE}{GM} = \frac{p \times ndx}{z}$,

„ par

„ par conséquent $z\,dz = np\,dx$, & en inté-
„ grant $\frac{1}{2}zz = n\int p\,dx$; d'où il suit que uu,
„ $zz :: \int p\,dx, n\int p\,dx :: 1, n :: a, na :: BD$,
„ AC, comme la force vive acquise en H
„ est à la force vive acquise en G. Donc
„ ces deux forces sont entre elles comme
„ uu à zz; ainsi les forces vives des corps
„ égaux en masses sont comme les quarrés
„ de leurs vîtesses, & les vîtesses elles-mê-
„ mes sont en raison sous-doublée, ou com-
„ me les racines quarrées des forces vives.
„ *C. Q. F. D.*

Tout ceci est du Discours de M. Bernoulli; il nous faut à présent examiner ce qui fait le sujet de la contestation; c'est l'endroit de l'article précédent où nous nous sommes arrêtés, qui est tel.

„ Or l'accroissement élémentaire de la vî-
„ tesse en H, je veux dire la differentielle
„ TO ou du, est par la loi connue de l'accé-
„ lération en raison composée de la force mo-
„ trice, ou de la pression p, & du petit tems
„ que le mobile met à parcourir la differen-
„ tielle HP, ou dx

Je ne conviens point du tout de cette loi d'accélération qu'on prétend connue : mais ce n'est point cette force motrice qui est égale dans deux suites de ressorts semblables & également bandés qui ne différent que par le nombre des ressorts dont ces suites sont composées, qu'on doit prendre pour la mesure de l'accélération que ces suites peuvent produire en tems égal, puisque cette force motrice n'est que ce que j'appelle *Force instantanée*, & que M. Bernoulli nomme *Force morte*: Or il ne suffit pas de savoir quelle est la

grandeur de cette force pour déterminer ce qu'elle doit produire d'accélération dans un tems donné, il faut en outre ſavoir la fréquence des mêmes accélérations ou impulſions, puiſque l'effet de cette force, qui eſt en raiſon compoſée de la grandeur de chaque impulſion & du nombre des mêmes impulſions, dépend autant de leur fréquence que de leur force: ainſi on ne peut pas déterminer leur effet qu'on ne connoiſſe ce que chaque ſuite de reſſorts imprimera d'impulſions en tems égal aux corps qu'elle accélere, & c'eſt ce qu'on n'a pas encore déterminé; & nous allons faire voir que le nombre que deux ſuites de reſſorts ſemblables & également bandés en peuvent imprimer en tems égal, à deux corps égaux, eſt en raiſon inverſe du nombre de reſſorts dont ces ſuites ſont compoſées; au-lieu qu'il faudroit, pour que cette régle fût vraie, que le nombre des impulſions que pourroient imprimer ces deux ſuites en tems égaux, fût égal dans l'une & dans l'autre ſuite, puiſque ce ne ſeroit que dans ce cas que leurs effets ſeroient proportionnels aux tems. Ainſi ce n'eſt point ce que j'appelle *Force*, ou *impulſion inſtantanée*, & que M. Bernoulli appelle *Force morte* ou *preſſion*, qui produit un effet proportionné au tems que dure ſon action; mais ce que j'ai appellé *Force actuelle*, qui eſt en raiſon compoſée de la grandeur ou de la force de chaque impulſion, & du nombre de ces impulſions en tems égal.

Pour rendre ceci intelligible, appliquons ce principe à quelque accélération connue, comme par exemple, à celle que produit un

fui-

fluide homogene contre un corps dont il accélere le mouvement avec differens degrés de vîtesse. C'est une chose connue, que les accélérations que causera ce fluide, avec differens degrés de vîtesse, à un même corps, ou à deux corps semblables & égaux, seront en tems égal en raison doublée des vîtesses du fluide; & cela par la raison que chaque impulsion instantanée, ou la force morte, sera comme la vîtesse du fluide, & que le nombre d'impulsions que recevra le corps accéléré en tems égal, sera encore en même raison que la vîtesse, ce qui fait que l'accélération totale que recevra ce corps, ou que recevront ces deux corps égaux & semblables, sera comme le quarré des vîtesses du même fluide; au-lieu que si l'on suivoit le principe ci-dessus, qui est que la simple pression, qui n'est que comme la vîtesse, multipliée par le tems, qu'on suppose ici égal, dût être la mesure de l'accélération totale, cette accélération ne feroit que comme la simple vîtesse en tems égal, ce qu'on sait être fort éloigné de la vérité.

J'ai dit ci-dessus, qu'il y avoit encore une troisieme espece de force qu'il falloit distinguer des deux autres, dans les accélérations causées par des suites de ressorts composées de nombres differens de ressorts; c'est l'accélération totale que peuvent causer ces suites dans leur débandement entier, qui est le point où ces ressorts étant parvenus, ils n'ont plus aucune force à communiquer aux corps qu'ils accélerent, qui est aussi le point où ces corps les abandonnent. J'appelle cette accélération

totale, *Force* ou *Vîtesse virtuelle de chaque suite*, que nous démontrerons être égale dans toutes les suites composées de ressorts égaux & semblables, & également comprimés, mais qui ne différent que par le nombre de ressorts dont ces suites sont composées.

Mais il est nécessaire de rapporter ici ce qui est dit à la page 34 art. 5 du Mémoire de M. Bernoulli, qui est un principe dont je conviens, & dont je me servirai pour prouver mon sentiment. Voici ce que porte cet article.

„ Quelle que soit la cause d'une pression, „ qui par la durée de son action, (il faudroit „ mettre, au-lieu de durée, qui par la réite- „ ration de ses impulsions,) produit enfin du „ mouvement, si elle est d'une quantité dé- „ terminée, telle qu'un ressort bandé, par „ exemple, qui par sa détente employe sa „ force à produire une vîtesse actuelle, dans „ un corps qui n'en avoit pas auparavant; je „ dis, & la chose est évidente, qu'à mesure „ que ce corps reçoit de nouveaux degrés „ de force, la force qui les produit en „ doit perdre tout autant jusqu'à ce que la „ force du ressort soit entierement épui- „ sée & transferée au corps dans lequel „ elle est comme ramassée par l'accumulation „ de tous les petits degrés qui y ont été pro- „ duits successivement.

Et nous ajouterons ici l'inverse de cet article, qui n'est pas moins vrai, qui est: Je dis, & la chose est évidente, qu'à mesure que la force qui produit l'accélération (ce sont les ressorts) perd de nouveaux degrés de

de force, le mobile accéléré en doit gagner tout autant, enforte que la perte de l'un sera toujours égale au gain de l'autre, jusqu'à ce que la force du ressort soit entierement épuisée & transferée au corps dans lequel elle est comme ramassée par l'accumulation de tous les petits degrés qui y ont été produits successivement. Je reviens à l'article où sont ces mots: *Chacun de ces ressorts aura donc perdu de part & d'autre une partie égale de son élasticité, & il leur en restera par conséquent à chacun également.* Donc puisque la suite de ressorts qui étoit resserrée dans l'espace *BD*, a perdu en traversant l'espace *DH* autant de sa force que j'appelle *virtuelle*, que la suite qui étoit resserrée dans l'espace *AC*, a perdu de la sienne en traversant l'espace *CG*; il s'ensuit par l'article précédent, que le mobile accéléré par la suite *BD* a autant gagné de force en traversant *DH*, que le mobile accéléré par la suite *AC* en a gagné en traversant l'espace *CG*: d'où il suit que ces mobiles auront autant de force l'un que l'autre en arrivant l'un en *H*, l'autre en *G*; & comme les masses de ces mobiles sont supposées égales, il s'ensuit que leurs vîtesses seront aussi égales, puisque des corps dont les masses & les forces sont égales, ont des vîtesses égales.

Par la même raison, si l'on divise l'abscisse *DI* de la courbe *DNOK* en une infinité de parties égales, & l'abscisse *CF* de l'autre courbe *CMdL*, en un même nombre de parties aussi égales entre elles, il est visible que chaque partie de la premiere abscisse sera à chaque partie de la seconde, comme la

premiere abſciſſe à la ſeconde, comme *B D* à *A C*, comme le nombre des reſſorts dont eſt compoſée la premiere ſuite, au nombre des reſſorts dont eſt compoſée la ſeconde, comme *i* à *n*, ſelon la ſuppoſition de M. Bernoulli. Or comme le même raiſonnement ſubſiſte toujours à l'arrivée des mobiles accélérés à chaque appliquée correſpondante des deux Courbes, il eſt inconteſtable que ces mobiles auront chacun à chaque appliquée correſpondante des deux Courbes des forces égales, & par conſéquent des vîteſſes égales, à cauſe de l'égalité de leurs maſſes. Donc ces deux mobiles, en abandonnant leurs reſſorts, l'un au point *I*, l'autre au point *F*, auront encore des forces & des vîteſſes égales. *C. Q. F. D.*

D'où il ſuit, 1°. Que les vîteſſes des corps en mouvement ſont comme leurs forces. 2°. Que tant les vîteſſes que les forces des corps accélérés par des ſuites de reſſorts ſemblables & également bandés ſont égales, quel que ſoit le nombre des reſſorts dont ces ſuites ſont compoſées. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

Donc ſi ces mêmes corps, ou deux corps quelconques égaux en maſſes, revenoient à l'encontre de ces deux ſuites de reſſorts débandés avec des vîteſſes égales, ils rebanderoient ces deux ſuites au même point, ou au même degré de tenſion qu'elles avoient, quand elles ont commencé à accélérer ces deux corps; donc des forces ou des quantités éga-

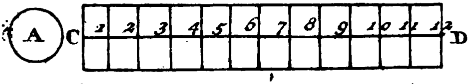
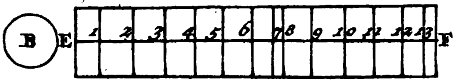


Fig. 2.



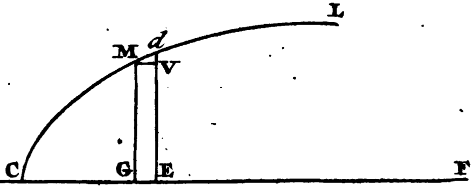
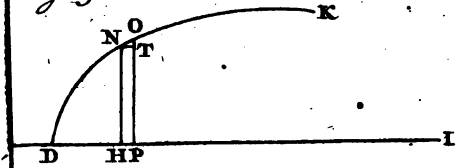


Fig. 5.



. 6.

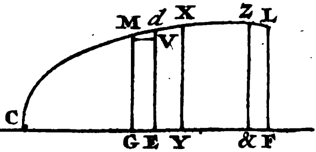
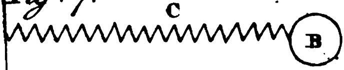


Fig. 7.



égales de mouvement sont capables de comprimer deux suites de ressorts semblables, quel que soit le nombre des ressorts dont ces suites soient composées, au même degré de tension.

COROLLAIRE II.

Puisque le mobile accéléré par la suite *B D*, a gagné une accélération en traversant le petit espace *H P* (*dx*) égale à celle qu'a acquise le mobile accéléré par l'autre suite *A C*, en traversant le petit espace correspondant *G E* (*ndx*) quoique chaque impulsion, ou chaque force instantanée (*p*) dont ces deux mobiles sont accélérés, fût égale, il est de néceſſité que le nombre des impulsions qu'ont reçu ces deux corps, en traversant chacun leur espace correspondant, ait été égal de part & d'autre, puisque si l'un des deux avoit reçu un plus grand nombre d'impulsions égales en force que l'autre, son accélération auroit été plus grande que celle de l'autre.

COROLLAIRE III.

Il s'ensuit que, quelle que soit la nature des deux Courbes, dont les appliquées représentent les vîtesses des deux mobiles à chaque point de l'espace parcouru, toutes ces appliquées seront égales chacune à sa correspondante dans l'une & dans l'autre Courbe; ainsi en divisant l'abscisse *D I*, en tant de parties égales qu'on voudra, & l'ab-

ſciſſe *CF* de l'autre Courbe en un même nombre de parties égales ; ſi l'on mene de chacune de ces parties, tant ſur l'une que ſur l'autre abſciſſe, des appliquées qui ſe terminent à la circonference de chacune des deux Courbes, toutes les appliquées d'une Courbe feront égales chacune à ſa correſpondante de l'autre, les vîteſſes des mobiles étant égales en tous les points où tombent ces appliquées. Donc les tems que ces mobiles employeront à traverſer chacun de ces eſpaces ſeront entre eux comme ces eſpaces, puiſque quand les vîteſſes ſont égales, les eſpaces parcourus ſont comme les tems employés à les parcourir.

* Or on ne peut déterminer quelle eſt la nature de ces deux Courbes, qu'on ne ſache ſuivant quelle loi l'accélération des reſſorts diminue à meſure qu'ils ſe débandent ; mais il eſt viſible qu'elles ſeront chacune un quart d'ellipſe ou d'ovale de quelque degré, & que les dernieres Tangentes de ces Courbes aux points *K* & *L*, c'eſt à dire, les prolongations des petites lignes *SK*, *ZL*, ſeront paralleles aux abſciſſes *DI*, *CF*, parce que les reſſorts n'auront plus de force à communiquer aux mobiles lorſqu'ils ſeront arrivés en *T* & en *&* ; & par conſéquent que les deux dernieres appliquées infiniment proches *TS*, *IK*, auſſi-bien que les deux *&Z*, *FL*, ſeront égales, & qu'après cela les mobiles continueront à ſe mouvoir avec des vîteſſes uniformes.

Ainſi

* Fig. 6.

Ainsi on ne peut pas conclure de tout ceci, que les Courbes des vîtesses de ces mobiles, même dans le cas où l'on supposeroit que ces ressorts seroient capables d'une extension infinie, comme, par exemple, si le nombre étoit infini, & qu'en parcourant un espace fini, ils ne perdissent qu'une partie infiniment petite de leur élasticité: on ne peut pas, dis-je, en conclure que ces Courbes fussent des paraboles; car il ne suffit pas que les pressions ou les forces instantanées, ou forces mortes, comme on voudra les nommer, soient égales entre elles, pour produire à chaque intervalle égal d'espace, à chaque dx, une vîtesse qui fût comme les augmentations des appliquées d'une parabole: il faudroit outre cela une circonstance, qui est essentielle, qui est que le nombre des impulsions fût comme les tems, ce qui ne se trouve pas dans les accélérations causées par des ressorts.

COROLLAIRE IV.

Puisque le nombre des impulsions que le mobile accéléré par la plus grande suite de ressorts reçoit, n'est pas plus grand pendant le tems qu'il est à traverser un espace proportionné au nombre de ses ressorts, que le mobile accéléré par la moindre suite n'en reçoit en traversant un espace proportionné au nombre des ressorts de la sienne; il s'ensuit qu'en tems égal le mobile de la grande suite ne reçoit qu'un nombre d'impulsions qui est au nombre d'impulsions que reçoit le mobile accéléré par la moindre suite, en rai-

ſon inverſe du nombre de leurs reſſorts : & comme chaque impulſion eſt égale de part & d'autre, la force actuelle de chaque ſuite, bien-loin d'être en raiſon directe du nombre des reſſorts, eſt au contraire en raiſon inverſe de ce nombre; enſorte qu'une ſuite de reſſorts ſemblables & égaux, eſt un reſſort d'autant plus foible, que le nombre des reſſorts dont cette ſuite eſt compoſée eſt plus grand. Et il n'y a perſonne qui ne conçoive aiſément que, ſi au-lieu d'un ſeul reſſort, on pouvoit en mettre ſous un Carroſſe une douzaine les uns ſur les autres, ce Carroſſe n'en fût beaucoup plus doux, puiſque le corps de ce Carroſſe, auſſi-bien que ceux qui ſeroient dedans, ſeroient d'autant plus de tems à perdre la vîteſſe acquiſe en tombant de quelque petite hauteur dans les cahots, que le nombre des reſſorts qui les ſoutiendroient, ſeroit plus grand. Voilà donc encore une ſeconde contradiction entre le principe des Forces vives, ſuppoſé comme le produit des maſſes des corps en mouvement par le quarré de leur vîteſſe, & un autre principe reconnu de tout le monde pour vrai, puiſque ce dernier a été tiré du Mémoire même que nous réfutons.

Paſſons à préſent à une autre démonſtration tirée du même Ecrit, qui eſt ſi déciſive ſur ce point, qu'elle ſeule ſuffiroit pour renverſer de fond en comble tout ce qu'on a voulu établir en faveur du ſyſteme des Forces vives. Il n'y a qu'à lire ce qui eſt depuis la page 20. Art. III. juſqu'à l'Art. V. page 21, où commence le deuxieme Corollaire

que

que je vais rapporter. Voici ce Corollaire.

„ Soit après l'entiere séparation des corps
„ d'avec le ressort, la vîtesse uniforme du
„ mobile $A=a$, & la vîtesse du mobile $B=b$,
„ on aura $A, B::b, a$, & par conséquent
„ $a, A=bB$; d'où il suit que la quantité
„ de mouvement, qui n'est autre chose que
„ le produit de la masse par la vîtesse, est
„ égale de part & d'autre.

* Supposons deux corps en repos A & B, entre lesquels est un ressort bandé C, qui commençant à se débander, fasse un effort égal de part & d'autre, pour éloigner l'un de l'autre les corps A & B; il est visible que le ressort ne sauroit agir contre un des corps, qu'il n'agisse en même tems contre l'autre; & comme il agit contre chacun de ces corps avec une force égale, il leur imprimera à chaque instant de petits degrés égaux de force; & comme la chose continuera toujours tant que ce ressort agira, & qu'il n'agira pas plus longtems contre l'un que contre l'autre, il s'ensuit que chacun de ces corps, lorsque le ressort les abandonnera, se mouvra avec une force égale, puisque chacun aura reçu, pendant l'action du ressort, un même nombre de degrés égaux de force: d'où il suit que le ressort C étant entierement débandé, ou retenu par quelque obstacle qui l'empêche de se débander tout à fait, les deux corps A & B continueront à se mouvoir avec des forces égales, lesquelles seront égales à la somme de toutes les impulsions que le ressort

* Fig. 7.

ſort leur aura imprimées pendant la durée de ſon action. Et comme nous venons de voir dans le Corollaire précédent, que ces deux corps ſe mouvront avec des vîteſſes réciproques à leurs maſſes, il s'enſuit que, lorſque des corps ont des quantités égales de mouvement, ces mêmes corps ont des forces égales. *C. Q. F. D.*

Peut-être ne ſera-t-il pas hors de propos de prévenir ici une objection que pourroient aſſez naturellement faire ceux qui n'examineroient ces matieres que fort ſuperficiellement, qui eſt que, comme les corps élaſtiques peuvent être regardés comme des eſpeces de fluides, & que les fluides, comme l'on ſait, agiſſent contre les obſtacles qu'ils rencontrent, non en raiſon ſimple de leur vîteſſe, mais en raiſon doublée de cette même vîteſſe, que du moins dans les corps à reſſort la loi des quarrés des vîteſſes pourroit avoir lieu. Il eſt à propos de répondre à cette difficulté, en faiſant voir que cette idée ſeroit très fauſſe, & pour cela il faut examiner par quelle raiſon les fluides agiſſent en raiſon doublée de leurs vîteſſes. La raiſon eſt, que les impulſions des fluides contre les corps qu'ils rencontrent, agiſſent premierement en raiſon de leurs vîteſſes, comme les autres corps; & en ſecond lieu le nombre des impulſions qu'ils impriment en tems égal, eſt encore en raiſon de leur vîteſſe, ce qui forme une raiſon doublée des vîteſſes. Mais il n'en eſt pas de même lorſqu'il n'y a qu'un ſeul corps, quoique fluide, qui agit contre un obſtacle: une goutte de pluye, par exemple, qui frapperoit contre

une

une surface avec differens degrés de vitesse, ou deux gouttes égales en grosseur, dont l'une viendroit à frapper perpendiculairement une surface avec un degré de vitesse, & l'autre avec deux degrés, la seconde goutte n'imprimeroit pas à cette surface un effort quadruple, mais seulement un double de la premiere; par la raison que si cette goutte, qui va avec une plus grande vîtesse, imprime à la surface qu'elle frappe, des coups plus fréquens pendant la durée de son action, cette action cesse aussi plutôt, & est plutôt épuisée une fois que l'action de l'autre; & à tout compter, l'une n'imprimera pas un plus grand nombre d'impulsions que l'autre; ainsi leurs effets ne seront que comme chaque impulsion instantanée, c'est à dire comme leurs vîtesses: au-lieu que si c'étoit deux ruisseaux qui fournissent continuellent de nouvelles particules d'eau pour heurter contre quelque obstacle dont les vîtesses fussent doubles l'une de l'autre, le ruisseau le plus rapide fourniroit, en tems égal, un nombre d'impulsions proportionné à sa vîtesse; & comme chaque impulsion agiroit encore en raison de cette même vîtesse, son action totale seroit en raison doublée de sa vîtesse: ce qui est fort different de l'action des gouttes d'eau, ou des corps élastiques dont nous venons de parler.

Je reserve à faire l'application du principe que je veux établir, pour un autre Mémoire qui doit suivre celui-ci, ne pouvant pas m'étendre ici davantage. Ce principe est, que les forces que je nomme *actuelles*, ne sont

ſont point en raiſon compoſée des forces inſtantanées, & des tems, comme pluſieurs Géometres l'ont avancé, mais en raiſon compoſée de ces forces inſtantanées, & du nombre, ou de la multitude qui en eſt imprimée aux corps choqués en tems égal : ainſi le principe que ces Meſſieurs ont avancé, n'eſt vrai que dans une ſeule hypotheſe, qui eſt celle où les tems ſont la meſure du nombre des impulſions, comme dans celle de Galilée; & ſe trouve faux dans toutes les autres.